

# 五轴数控机床进给系统动态误差影响因素分析

郭玉玺, 陈光胜\*

上海理工大学机械工程学院, 上海

收稿日期: 2022年11月30日; 录用日期: 2023年1月11日; 发布日期: 2023年1月19日

## 摘要

本文以双转台五轴数控机床的进给系统为研究对象, 分析了直线轴与旋转轴联动加工圆轨迹时跟随误差与轮廓误差的情况。首先基于D-H法的建模原理, 运用运动学变换理论基础, 建立了五轴联动数控机床运动学模型。其次在进给伺服系统模型的基础上, 对X轴和C轴联动空间圆轨迹进行理论推导, 仿真分析了不同位置环增益、不同速度时动态误差以及轮廓误差的情况, 结果表明, 位置环增益和进给速度对进给系统动态误差的影响显著, 各轴之间必须保证位置环增益匹配才可以避免较大的轮廓误差。研究结果为五轴数控机床的检测与调整提供了指导。

## 关键词

伺服系统, D-H法, 动态误差, 圆轨迹

# Analysis of the Factors Affecting the Dynamic Error of the Feed System of Five Axis NC Machine Tools

Yuxi Guo, Guangsheng Chen\*

School of Mechanical Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Nov. 30<sup>th</sup>, 2022; accepted: Jan. 11<sup>th</sup>, 2023; published: Jan. 19<sup>th</sup>, 2023

## Abstract

In this paper, the feed system of a five axis NC machine tool with double turntables is taken as the research object, and the following error and contour error when the linear axis and the rotary axis are combined to process the circular path are analyzed. Firstly, based on the modeling principle of

\*通讯作者。

**D-H method and the theory of kinematics transformation, the kinematics model of five axis CNC machine tool is established. On the basis of the model of the feed servo system, the theoretical derivation of the X-axis and C-axis linkage space circle track is carried out, and the simulation analysis of the dynamic error and contour error under different position loop gain, different speed is carried out. The results show that the position loop gain and feed speed have significant effects on the dynamic error of the feed system, and the large contour error can be avoided only by ensuring the position loop gain matching between the axes. The research results provide guidance for the detection and adjustment of five axis CNC machine tools.**

## Keywords

Servo System, D-H Method, Dynamic Error, Circular Track

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

高速、高效率、高精度已经成为高档数控机床的主要发展方向, 在高进给速度加工过程中, 进给系统动态误差对数控机床加工精度的影响显著。为此建立准确的伺服进给系统仿真模型, 开展不同因素对进给系统动态误差的影响规律的研究是很有必要的。五轴数控机床广泛用于加工复杂曲面, 如叶轮、叶片等, 然而电机驱动器的频率带宽有限, 不可避免的会导致各轴产生跟随误差, 在多轴联动时, 伺服参数的不匹配、运动的不协调以及各轴的跟随误差都会导致轮廓误差的产生[1]。

对于伺服进给系统跟踪误差造成的轮廓误差, 国内外学者对其做了不少研究, R. Ramesh 等[2]研究了在两轴联动时数控机床进给系统中出现动态跟踪误差的情况; 李杰[3]从检测方法、补偿策略等特点出发, 系统性地分析了数控机床动态精度研究现状, 指明了进行动态误差研究方向; 孙兴伟等[4]分析了跟随误差产生原因, 论述了平动轴加工圆弧轮廓时跟随误差与轮廓误差之间关系; 赵万华等[5]提出了一种基于稳态误差、瞬态误差的运动精度评价方法, 该方法可以较为全面的评估数控机床动态性能, 对机床动态误差的分析具有指导意义; 以上研究中基于直线轴跟踪误差的研究较为细致, 而对于直线轴与旋转轴联动引起的动态误差则研究不多。为了研究旋转轴运动时状况, Lei 等[6]以球杆仪为测量工具, 测试分析了平动轴与转动轴伺服不匹配性对机床动态精度的影响, 并通过位置增益和速度增益调节改善了机床的伺服匹配性。Tsutsumi 等[7]提出了一种适用于双转台五轴数控机床评估同步精度的方法。

本文在所建立的双转台五轴数控机床进给系统模型的基础上, 以直线轴与旋转轴联动加工圆轨迹为例, 分析不同位置环增益, 不同速度时跟随误差与轮廓误差情况, 总结规律, 为进给系统动态误差减小与轮廓误差的补偿提供理论依据。

## 2. 五轴数控机床运动学建模

以双转台五轴数控机床为例, 其结构如图 1 所示, 基于 D-H 法的建模原理, 对其进行运动学建模。

在三维空间中两相邻部件的坐标系之间的坐标变换可以用一个  $4 \times 4$  的齐次变换矩阵来描述[8], 表达式如下所示,

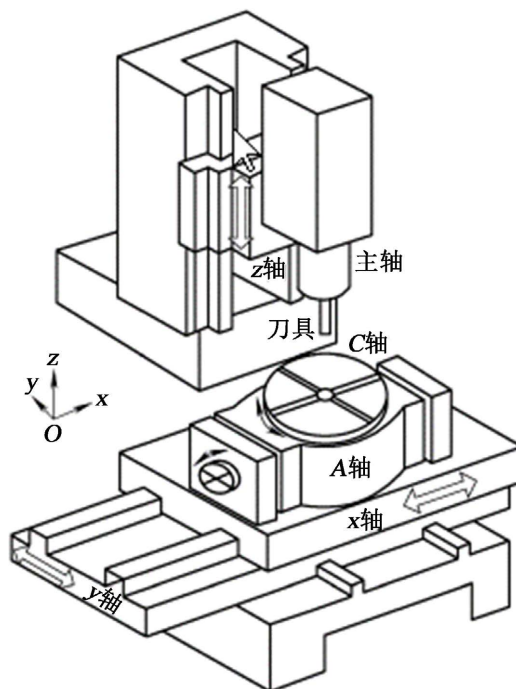


Figure 1. Structure diagram of double turntable five axis machine tool  
图 1. 双转台五轴机床结构简图

$$\begin{aligned}
 Trans(X, Y, Z) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X \\ 0 & 1 & 0 & Y \\ 0 & 0 & 1 & Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 Rot(X, A) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos A & -\sin A & 0 \\ 0 & \sin A & \cos A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 Rot(Z, C) &= \begin{bmatrix} \cos C & -\sin C & 0 & 0 \\ \sin C & \cos C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{1}$$

以机床床身为基座, 则存在两条传动链(工件传动链和刀具传动链)。工件传动链为机床床身  $\rightarrow$  Y 轴  $\rightarrow$  X 轴  $\rightarrow$  A 轴  $\rightarrow$  C 轴  $\rightarrow$  工件; 刀具传动链为机床床身  $\rightarrow$  Z 轴  $\rightarrow$  刀具。按照传动链顺序, 可计算出从刀具坐标系到工件坐标系的总坐标变换矩阵。其运动链的坐标系设置如图 2 所示, 以 AC 两轴轴线的交点为原点, 建立机床坐标系 ( $O_m - X_m Y_m Z_m$ ), 位移方向符合右手笛卡尔坐标系, 转动方向符合右手螺旋定则, 其余坐标系的方向设置与机床坐标系一致。为了便于后续的运动学求解, 把与 X、Y、Z、A 四个轴固连的坐标系原点均设置在两个转动轴轴线的交点处, C 轴坐标系 ( $O_c - x_c y_c z_c$ ) 原点设在 C 轴转台上表面中心处。工件坐标系 ( $O_w - x_w y_w z_w$ ) 原点设在待加工工件上表面中心。刀具坐标系 ( $O_t - x_t y_t z_t$ ) 原点设在刀心位置。

设在初始状态下, 刀具坐标系和工件坐标系重合, 刀具位置向量为  $(0, 0, 0, 1)^T$ , 刀轴的姿态向量为

$(0,0,1,0)^T$ , 由总坐标变换矩阵, 再分别右乘刀具坐标系下的刀具位置向量和刀轴姿态矢量, 即可得到机床运动学模型, 表达式如下:

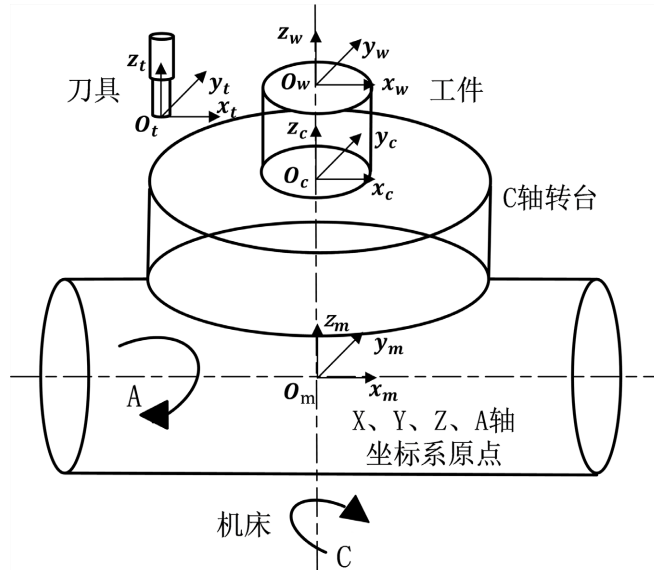


Figure 2. Schematic diagram of coordinate system of double turntable five axis machine tool  
图 2. 双转台五轴数控机床坐标系示意图

$$\begin{cases} x = X \cdot \cos C - Y \cdot \sin C \cdot \cos A + Z \cdot \sin A \cdot \sin C - x_c \\ y = X \cdot \sin C + Y \cdot \cos C \cdot \cos A - Z \cdot \sin A \cdot \cos C - y_c \\ z = Y \cdot \sin A + Z \cdot \cos A - h - z_c \\ i = \sin A \cdot \sin C \\ j = -\sin A \cdot \cos C \\ k = \cos A \end{cases} \quad (2)$$

其中  $x_c, y_c, z_c$  为工件坐标系原点在 C 轴坐标系下的位置坐标。

### 3. 五轴数控机床进给系统模型

目前, 在数控机床控制系统中, 经典的比例积分微分(PID)控制策略仍然占据主导地位, 系统由位置控制环、速度控制环和电流控制环组成[9]。为了使进给系统的输出能够满足零件的加工速度与精度要求, 进给系统应有定位精度高、速度调节快的能力。本文所采用的控制模型中位置环采用 P 控制, 速度环采用 PI 控制, 电流环采用 P 控制, 基于 PID 控制原理分别建立直线轴和旋转轴伺服进给系统的传递函数模型, 如图 3、图 4 所示。

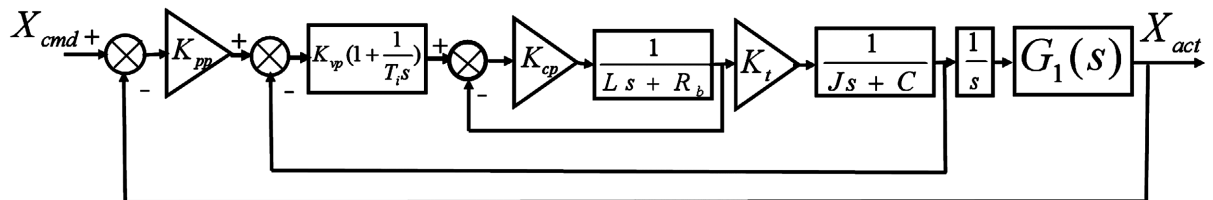


Figure 3. Structure block diagram of linear axis feeding system  
图 3. 直线轴进给系统的结构框图

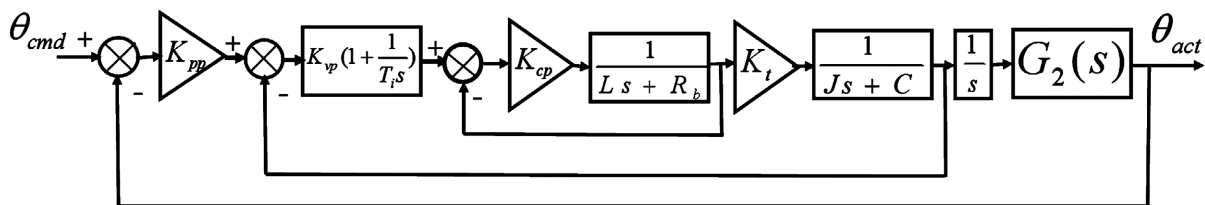


Figure 4. Structure block diagram of rotary axis feeding system

图 4. 旋转轴进给系统的结构框图

其中,  $K_{pp}$  表示位置环增益,  $K_{vp}$  表示速度环增益,  $T_i$  表示速度环积分时间常数,  $K_{cp}$  表示电流环增益,  $L$  表示电机等效电感,  $R_b$  表示电机等效阻值,  $K_t$  表示力矩系数,  $J$  为等效惯量,  $C$  为阻尼系数,  $G_1(s)$  和  $G_2(s)$  分别为直线轴和旋转轴机械传动部分的传递函数。

#### 4. 直线轴 X 轴与旋转轴 C 轴联动加工圆轨迹分析

圆轨迹作为数控机床精度检验中常用的典型轨迹, 直观且易于分析。以双转台五轴数控机床直线轴 X 和旋转轴 C 联动加工  $x-y$  平面内的圆轨迹为研究对象, 对其进行分析, 刀具路径如图 5 所示,  $P_0(x_0, y_0)$  为圆心所在坐标,  $r$  表示圆轨迹的半径值,  $P_i(x_i, y_i)$  为圆轨迹上刀位点,  $\varphi$  表示圆轨迹上的点  $P_i(x_i, y_i)$  相对坐标起点  $P_0(x_0 + r, y_0)$  所转过的圆心角。以 C 轴转台的中心作为  $x-y$  平面内工件坐标系的原点, 以符号 O 来表示, C 轴转角用  $\theta$  表示;

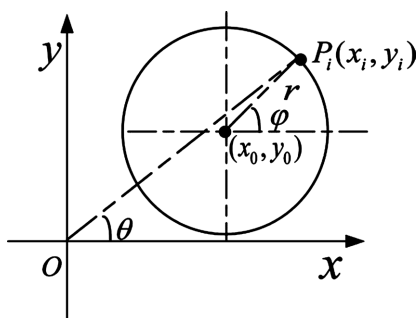


Figure 5. Schematic diagram of XC axis linkage machining circle track

图 5. XC 轴联动加工圆轨迹示意图

进一步可以由式(3)得到圆形路径上各刀位点在工件坐标系下的位置:

$$\begin{cases} x_i = x_0 + r \sin \varphi \\ y_i = y_0 + r \cos \varphi \end{cases} \quad (3)$$

这里以 C 轴转盘上表面的中心作为  $x-y$  平面内工件坐标系的原点 O, 令圆心坐标为  $P_0(x_0, 0)$ , 将刀位坐标代入上文所得正运动学模型公式, 由于 Y 轴, Z 轴, A 轴并没有参与运动, 将其设定为零, 就可得到简化后的 XC 轴联动运动模型, 其轴的机械坐标和工件坐标系下的坐标变换关系如式(4)所示,

$$\begin{cases} x_i = -X_i \cdot \cos(C_i) \\ y_i = X_i \cdot \sin(C_i) \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $X_i$ 、 $C_i$  为各轴的机械坐标。对上式进行变换, 得到各轴的输入指令:

$$\begin{cases} X_i = -x_i / \cos(C_i) \\ C_i = \arctan(y_i / x_i) \end{cases} \quad (5)$$

在实际加工中, 进给系统的存在不可避免的会导致运动轴产生动态跟随误差 $(\Delta C, \Delta X)$ , 因此, 两运动轴的实际位置可以表示为

$$\begin{cases} X_a = X_i - \Delta X \\ C_a = C_i - \Delta C \end{cases} \quad (6)$$

由式(4)和式(6)求得实际的刀位点坐标 $(x_a, y_a)$ , 从而可以得到实际圆轨迹半径 $R_a$ ,

$$\begin{cases} x_a = -X_a \cdot \cos(C_a) \\ y_a = X_a \cdot \sin(C_a) \end{cases} \quad (7)$$

此时理想半径与实际半径之间的差值就是轮廓误差, 即:

$$\Delta R = R_a - r \quad (8)$$

## 5. 进给系统动态误差影响因素仿真分析

本节将在所建立的进给伺服系统传递函数模型的基础上, 对上文所设计的圆轨迹进行仿真分析, 探究不同位置环增益、不同速度对动态误差的影响。

### 5.1. 位置环增益对动态误差的影响

设定圆的空间轨迹半径 $r = 60 \text{ mm}$ ,  $x_0 = 100 \text{ mm}$ , 对每一行 G 代码中的进给速度进行处理, 得到刀具实际进给速度为匀速的圆轨迹程序。在机床中运行程序获取实际插补信息, 将其处理后导入到仿真模型中, 可以得到仿真动态跟随误差和轮廓误差, 分析两轴位置环增益同时减小、不变、增大三种情况下的单轴的动态误差与圆轨迹轮廓误差变化。

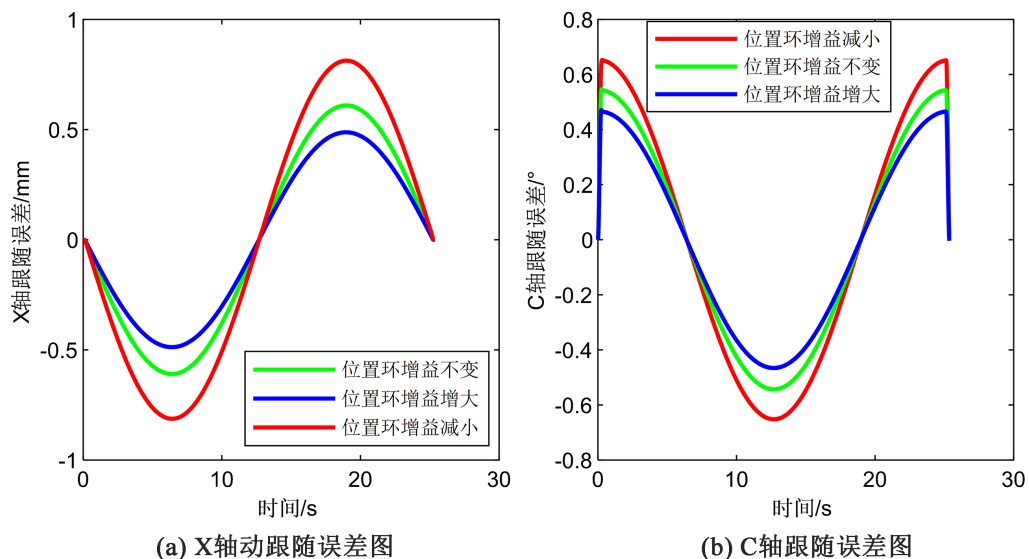


Figure 6. Effect of position loop gain on tracking error

图 6. 位置环增益对跟随误差影响效果图

由图 6 和图 7 不难看出, 在速度不变的情况下, 两轴的位置环增益越大, 两轴的动态跟随误差越小。随着位置环增益的增大, 轮廓的过切、欠切现象得到改善, 但是对轮廓误差的影响较小, 仅通过改变位置环增益提升单轴的跟随精度不能消除较大的轮廓误差。为了便于观察, 本文轮廓误差图都在原始轮廓误差的基础上增大了 1 mm。可以得出结论, 两轴的伺服匹配才是影响圆轨迹轮廓误差的主要因素, 若两

轴的位置环增益不匹配时, 圆轨迹就会存在圆度误差, 变为长轴  $45^\circ$  或者  $135^\circ$  方向的椭圆或者花生形状。

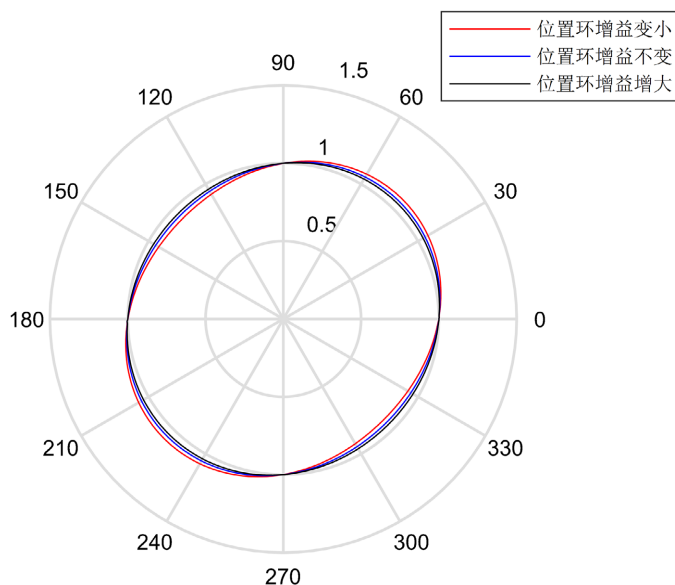


Figure 7. Polar chart of circular track profile error with different position loop gains  
图 7. 不同位置环增益时圆轨迹轮廓误差极坐标图

## 5.2. 速度对动态误差的影响

同样的, 以 X 轴和 C 轴联动加工圆轨迹, 设定圆的空间轨迹半径  $r = 60 \text{ mm}$ ,  $x_0 = 100 \text{ mm}$ 。在机床中运行程序获取不同速度时的实际插补信息, 将其处理后导入到仿真模型中, 得到不同速度时圆轨迹轮廓误差变化情况, 选取速度  $f = 900 \text{ mm/min}$ ,  $1200 \text{ mm/min}$ ,  $1800 \text{ mm/min}$  时, 动态跟随误差与轮廓误差的变化如图 8 和图 9 所示。

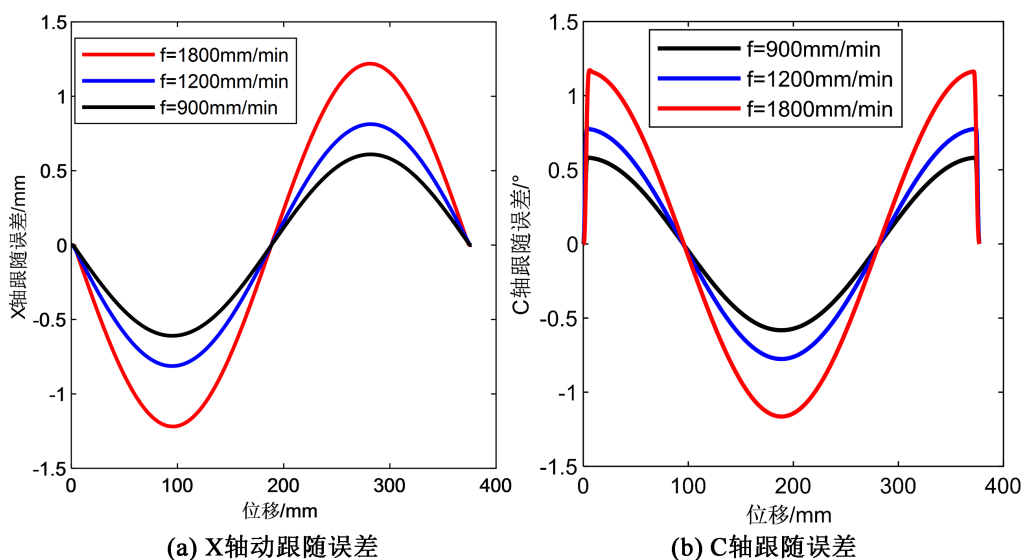
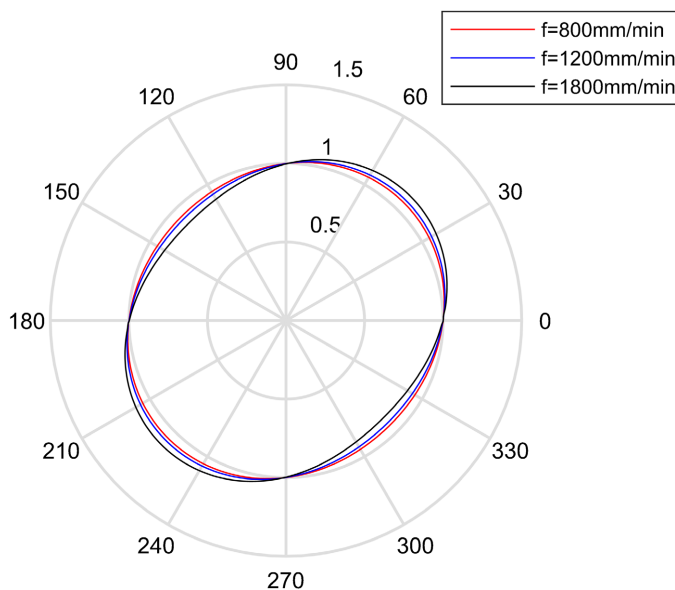


Figure 8. Effect of different speeds on follow error  
图 8. 不同速度对跟随误差影响效果图



**Figure 9.** Polar chart of circular track profile error at different speeds  
**图 9.** 不同速度时圆轨迹轮廓误差极坐标图

由图 8 和图 9 可知, 在圆轨迹运动的过程中, 速度的增加, 会导致各轴的跟随误差会变大, 轮廓误差也呈上升趋势。当速度达到 1800 mm/min 时, 最大轮廓误差为 0.1 mm 左右。由此可见速度对于动态误差的影响是显著的, 但在实际生产中, 过低的加工速度会导致生产效率降低, 因此在零件加工的过程中, 在保证加工精度的同时, 应尽可能提高速度, 提高效率。

## 6. 结论

本文以双转台五轴数控机床为研究对象, 运用运动学变换理论基础, 建立了五轴联动数控机床运动学模型, 实现了从刀具坐标系到工件坐标系的映射关系。

接着建立了直线轴和旋转轴进给伺服系统模型, 该模型能够反应动态误差的产生过程, 为进给系统动态误差的补偿奠定了理论基础。

同时对 X 轴和 C 轴联动空间圆轨迹进行理论推导, 通过改变位置环增益、进给速度, 对动态跟随误差和轮廓误差的分布特点进行分析, 可以得出: 位置环增益和速度对各轴的跟随精度影响显著, 但仅通过改变位置环增益而未进行伺服匹配时, 其圆轨迹存在圆度误差且轮廓误差变化也不明显, 影响加工精度。因此, 可以通过调节伺服参数进行匹配, 达到降低轮廓误差的目的。

## 参考文献

- [1] Burak, S., Yusuf, A. and Elizabeth, C. (2009) Modeling and Control of Contouring Errors for Five-Axis Machine Tools—Part I: Modeling. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, **131**, Article ID: 031006. <https://doi.org/10.1115/1.3123335>
- [2] Ramesh, R., Mannan, M.A. and Poo, A.N. (2005) Tracking and Contour Error Control in CNC Servo Systems. *International Journal of Machine Tools & Manufacture: Design, Research and Application*, **45**, 301-326. <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2004.08.008>
- [3] 李杰, 谢福贵, 刘辛军, 等. 机电-刚柔耦合特性作用下线性进给系统动力学分析[J]. 机械工程学报, 2017, 53(17): 60-69.
- [4] 孙兴伟, 董蔚, 王可, 崔海. 数控机床零件轮廓加工精度的分析与控制[J]. 制造技术与机床, 2010(1): 61-63.
- [5] 赵万华, 张俊, 刘辉, 杨晓君. 数控机床精度评价新方法[J]. 中国工程科学, 2013, 15(1): 93-98.



- [6] Lei, W.T., Paung, I.M. and Yu, C.C. (2009) Total Ballbar Dynamic Tests for Five-Axis CNC Machine Tools. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, **49**, 488-499. <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2009.01.003>
- [7] Tsutsumi, M., Yumiza, D., Utsumi, K. and Sato, R. (2007) Evaluation of Synchronous Motion in Five-Axis Machining Centers with a Tilting Rotary Table. *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing*, **1**, 24-35. <https://doi.org/10.1299/jamdsm.1.24>
- [8] 陈则仕, 张秋菊. D-H 法在五轴机床运动学建模中的应用[J]. 机床与液压, 2007, 35(10): 88-90+93.
- [9] 王增彪. 数控机床控制系统设计及实现[D]: [硕士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2020.