

双机海上无源定位算法与路径的数学模型研究

杨春雨, 祖煜然, 闫盼盼

海军潜艇学院数学教研室, 山东 青岛

收稿日期: 2022年12月12日; 录用日期: 2023年2月24日; 发布日期: 2023年3月8日

摘 要

对辐射源进行准确、迅速定位, 是侦察、预警、监视和补给等应用领域中的一个重要问题。而无人机由于其目标小、成本低的优势, 在现实实际应用的信息获取中扮演了重要角色。利用无人机群对海上固定目标进行无源精确定位, 可以大大提升对海上目标的侦查、监视以及补给等能力。双机时差频差定位体制由于其结构简单、定位精度高而备受关注。本文以时差、频差方程为基础, 建立估计目标位置的定位模型, 采用粒子群求解定位模型, 并证明其可行性, 为实际的相关问题提供了参考。

关键词

辐射源, 无人机, 无源定位, 时差频差

Research on Algorithm and Mathematical Model of Dual-Robot Passive Location

Chunyu Yang, Yuran Zu, Panpan Yan

PLA Submarine Academy Mathematics Section, Qingdao Shandong

Received: Dec. 12th, 2022; accepted: Feb. 24th, 2023; published: Mar. 8th, 2023

Abstract

Accurate and rapid location of radiation sources is an important problem in the application fields of reconnaissance, early warning, monitoring and replenishment. Due to its small target and low cost, UAV plays an important role in information acquisition in practical applications. Using UAV group to passively locate fixed targets at sea can greatly improve the ability of reconnaissance, surveillance and replenishment of targets at sea. Dual-machine time-difference-frequency-difference positioning system has attracted much attention because of its simple structure and high positioning accuracy. In this paper, based on the equation of time difference and frequency difference,

a positioning model is established to estimate the target position, and a search method is used to solve the positioning model.

Keywords

Radiation Source, UAV Group, Passive Location, Time Difference-Frequency Difference

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

在复杂多变的海战上, 电子侦察更加重要。电子侦察是指搜集敌方情报, 截获敌方的辐射源信号, 分析信号参数与用途, 从而确定敌方的位置, 制定相应的作战计划。在电子侦察系统中, 对敌定位是最为关键的。根据观测站是否向外辐射电磁信号, 将其对辐射源的定位可以分为有源定位和无源定位[1]。无源定位具有定位作用距离远、成本低、隐蔽性强的优势, 因此具有重要的理论和实践意义。时差频差联合定位是无源定位的非常好的方法, 且联合定位比单一时差或者频差定位具有精度高、所用花费少的特点。针对海上无人机群定位准确度问题, 现有的提高精度的方法有经典的 Chen 算法[2]、泰勒级数法[3]等, 本文以具体事例进行解算验证, 首先对无人机群定位问题进行分析, 给出时差频差理论上的最大范围, 进行缩短搜索范围, 利用离散采样信号的模糊函数和改进的粒子群搜索法, 得到时差和频差的联合估计确定目标, 进行路径规划。

2. 预备知识

为了解算无人机最优路线定位问题, 先从两架无人机入手。假设在一个辐射源的条件下, 根据 2 架无人机初始位置、飞行速度以及同步采集的目标辐射源信号, 确定辐射源的位置, 并分析定位误差; 然后进一步研究在 2 架无人机飞行机动的条件下, 如何对 2 架无人机的航迹进行优化, 给出无人机的最优几何构型, 实现对辐射源的快速准确定位。在忽略地球曲率带来的影响且无人机没有横滚和俯仰的情况下。考虑电磁波很难穿透海水, 所以辐射源设定在海面上, 假设局部海面是水平面, 无人机的飞行速率为定值, 飞行轨迹在同一个水平面上。

1) 辐射源信号公式

被动定位系统中两架无人机接收到的辐射源信号公式分别是

$$r_i(t) = \mu_i \cdot s(t - \tau_i) e^{j2\pi f_i t} + n_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2-1)$$

其中 $r_i(t)$ 是第 i 架无人机收到信号在 t 时刻的量化值, $s(t)$ 是发送信号在 t 时刻的量化值, τ_i 是从信号源到无人机 i 的路径传播延迟, μ_i 是信号源到无人机 i 的传播路径增益系数, f_i 是多普勒频移导致的频率漂移值, $n_i(t)$ 是 t 时刻的复噪声。

2) 互模糊函数

$r_1(t)$ 与 $r_2(t)$ 互模糊函数[3] (CAF) 定义为,

$$\text{CAF}(\tau, f_d) = \int_{-\infty}^{+\infty} r_1^*(t) r_2(t - \tau) e^{-j f_d t} dt, \quad (2-2)$$

其峰值对应的 τ 与 f_d 就是两路信号的时差与频差, S. Stein 证明了互模糊函数法是时差频差参数的最

大似然估计。

3) 离散模糊函数及其计算[4]

假设信号 $r_1(t)$ 和 $r_2(t)$ 的时间长度为 T , 假设信号 $r_1(n)$ 和 $r_2(n)$ 为信号 $r_1(t)$ 和 $r_2(t)$ 的离散采样序列, 即,

$$\begin{aligned} r_1(n) &= r_1(nT_s) \\ r_2(n) &= r_2(nT_s) \end{aligned} \quad (2-3)$$

其中, T_s 为采样时间, 对应的采样频率为 f_s , n 为时间轴上的离散采样序号, $0 \leq n \leq N$, N 为时间长度 T 对应的离散点的数量, N 为正整数。根据式(2-1)中连续信号模糊函数的定义, 离散采样信号 $r_1(t)$ 和 $r_2(t)$ 的离散模糊函数可以定义为,

$$\chi(n_\tau, n_f) = \sum_{n=1}^N r_1^*(n) r_2(n - n_\tau) e^{-j2\pi \frac{nn_f}{N}}, \quad (2-4)$$

其中, 非负整数 n_τ 和 n_f , 分别为时延 τ 和多普勒频率 f_d 的离散采样序号, 满足关系式 $\tau = n_\tau T_s$ 和 $f_d = n_f / NT_s$ 。

4) 定位误差的几何稀释

定位误差是目标位置 (x, y) 的函数, 为了更好的描述这种关系, 可以定义一个名词为“定位误差的几何稀释(GDOP)”, 用下式表示:

$$\text{二维情况: } \text{GDOP}(x, y) = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}。$$

3. 建立模型及求解

3.1. 态势图及时差频差方程

假定给出了两架飞机的初始位置坐标, 所以坐标系已经建立, 由于电磁波很难穿透海水, 故辐射源可假设在海面上, 以海面为 xoy 面。图 1 给出的无人机群协同侦察监视示意图, 根据该示意图, 由实际测量给出的 2 架无人机的初始位置 $P_1(-120341, 110974, 12000)$ 和 $P_2(68625, 131345, 12000)$, 可建立如图的坐标系, 设辐射源位置为 $Q(x, y, 0)$, 得到初始 t 时刻飞机与目标的位置关系。

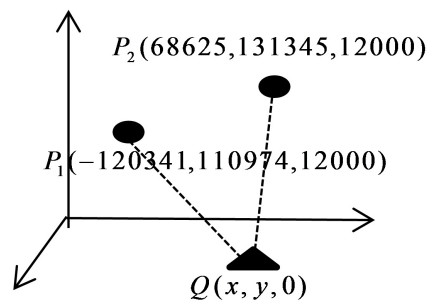


Figure 1. Relationship between aircraft and target position

图 1. t 时刻飞机与目标的位置关系图

由该态势图, 可以建立接收辐射源信号的到达时间差 TDOA 方程和接收辐射源信号的到达频率差 FDOA 方程即,

$$|P_1Q| - |P_2Q| = c\tau \quad (3-1)$$

$$\frac{\mathbf{V}_1 \cdot \mathbf{P}_1 \mathbf{Q}}{|\mathbf{P}_1 \mathbf{Q}|} - \frac{\mathbf{V}_2 \cdot \mathbf{P}_2 \mathbf{Q}}{|\mathbf{P}_2 \mathbf{Q}|} = \lambda f_d \quad (3-2)$$

其中, τ 为 t 时刻信号时差, f_d 为频差, C 为光速, λ 为信号波长。

3.2. 时差频差的联合估计

在对时差/频差联合估计中, 可以由(2-1)式直接通过互模糊函数搜索峰值的位置来估计时差和频差, 但这种方法需要在时域和频域二维空间上进行计算与搜索, 计算量很大, 所以我们采取粒子群搜索法求(2-4)式中时差/频差函数的最值, 得到时差/频差的联合估计。

1) 频差的范围估计

设辐射源的位置坐标为 $\mathbf{Q}(x, y, 0)$, 两架无人机的位置坐标为 $\mathbf{P}_1(x_1, y_1, z_1)$ 与 $\mathbf{P}_2(x_2, y_2, z_2)$, 速度矢量分别为 $\mathbf{V}_1 = (v_{x1}, v_{y1}, v_{z1})$ 与 $\mathbf{V}_2 = (v_{x2}, v_{y2}, v_{z2})$, 由下式可以估计频差的范围。

$$f_d(x, y) = \left(\frac{\mathbf{V}_1 \cdot \mathbf{P}_1 \mathbf{Q}}{|\mathbf{P}_1 \mathbf{Q}|} - \frac{\mathbf{V}_2 \cdot \mathbf{P}_2 \mathbf{Q}}{|\mathbf{P}_2 \mathbf{Q}|} \right) \cdot f_0 / C \quad (3-3)$$

其中 $f_0 = 315.425 \times 10^6$, 根据(4-3)式, 代入两架无人机的初始位置 $\mathbf{P}_1(-120341, 110974, 12000)$ 和 $\mathbf{P}_2(68625, 131345, 12000)$ 以及初始速度 $\mathbf{V}_1 = (69.0, 72.4, 0)$ 和 $\mathbf{V}_2 = (58.5, 81.1, 0)$, 由 Mathematica 可以算出频差 f_d 的最大值 168.686 和最小值 -22.6593, 从而估计出频差的范围(-22.6593, 168.686)。

2) 时差的范围估计

根据时差的定义, 以及无人机和辐射源共面, 不难得到时差的最大范围是

$$(-|\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2|, |\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2|) / C \quad (3-4)$$

其中 $C = 3 \times 10^8$, 根据(4-4)式, 代入两架无人机的初始位置 $\mathbf{P}_1(-120341, 110974, 12000)$ 和 $\mathbf{P}_2(68625, 131345, 12000)$, 由 Mathematica 可以算出的最大值和最小值, 从而估计出时差的范围 $(-6.3354 \times 10^{-5}, 6.3354 \times 10^{-5})$ 。

下面在上述两步估计出的时差和频差的估计范围内, 对时差和频差进行联合估计。

3) 时差频差的联合估计

由(2-4)式, 利用网格法和搜索法, 求(2-4)式中时差/频差函数的最值, 即通过求解下述模型得到时差和频差函数的最值,

$$\max \chi(n_\tau, n_f) = \sum_{i=1}^N r_1^*(n) r_2(n - n_\tau) e^{-j2\pi \frac{nmf}{N}}, \quad (3-5)$$

图 2 是由上述模型和算法得到的解的图形, 其中图 2 是某次的计算结果, “o” 表示现有网格搜索算法得到的估计结果, “☆” 表示粒子群搜索法得到的估计结果。由计算过程看, 粒子群搜索法的用时少, 从结果看, 其找到的目标函数值要大于网格搜索的目标函数值。因此在后面的计算过程中, 选择了粒子群搜索法的结果作为时差频差的估计。

3.3. 定位模型与算法

1) 定位模型

设 t 时刻信号时差为 τ , 频差为 f_d , 光速为 c , 信号波长为 λ , 辐射源的位置坐标为 $\mathbf{Q}(x, y, 0)$, 两架无人机的位置坐标为 $\mathbf{P}_1(x_1, y_1, z_1)$ 与 $\mathbf{P}_2(x_2, y_2, z_2)$, 速度矢量分别为 $\mathbf{V}_1 = (v_{x1}, v_{y1}, v_{z1})$ 与 $\mathbf{V}_2 = (v_{x2}, v_{y2}, v_{z2})$, 则有 TDOA 与 FDOA 方程如下:

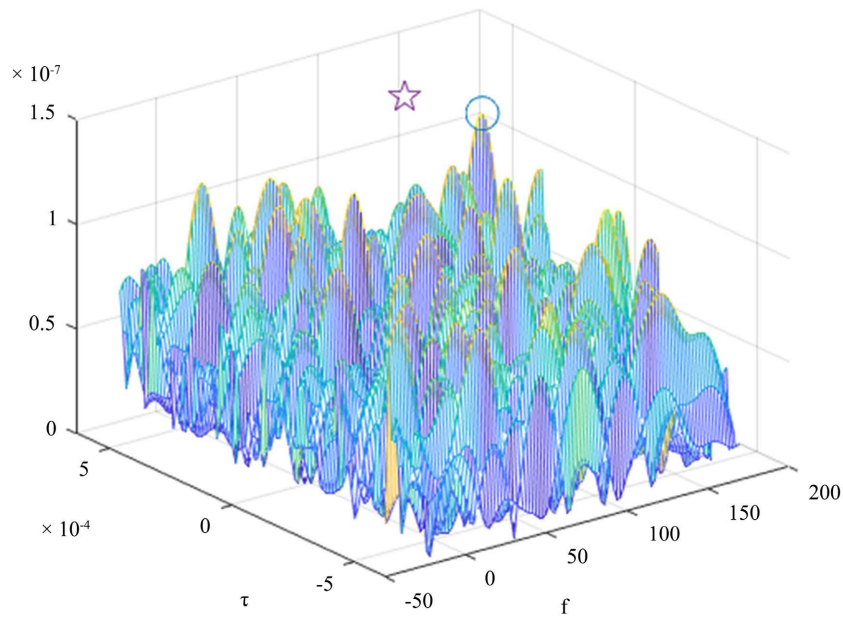


Figure 2. 3D TDOA result display

图 2. 三维时差频差结果显示

$$|P_1 Q| - |P_2 Q| = c\tau, \quad (3-6)$$

$$\frac{V_1 \cdot P_1 Q}{|P_1 Q|} - \frac{V_2 \cdot P_2 Q}{|P_2 Q|} = \lambda f_d, \quad (3-7)$$

其中 $r_1 = |P_1 Q| = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + z_1^2}$, $r_2 = |P_2 Q| = \sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + z_2^2}$ 。

对于该模型，没有直接求其解析解，为了提高求解速度，又能保证结果的准确性，(3-6) (3-7)的模型求解采取了如下的求解方法：以模型中的误差尽可能小作为目标。

$$\frac{(|P_1 Q| - |P_2 Q| - c\tau)^2}{|P_1 P_2|^2} + \frac{(V_1 \cdot P_1 Q / |P_1 Q| - V_2 \cdot P_2 Q / |P_2 Q| - \lambda f_d)^2}{\max(|V_1|^2, |V_2|^2)} < \varepsilon \quad (3-8)$$

其中 ε 是预先给定的适当小的正数，左边式子中第一部分除以 $|P_1 P_2|^2$ ，第二部分除以 $\max(|V_1|^2, |V_2|^2)$ 的目的是为了消除量纲的影响，采取了去量纲化的方法，保证各自的贡献是平等的。(3-8)式亦即，

$$\frac{(r_1 - r_2 - c\tau)^2}{|P_1 P_2|^2} + \left(\frac{(x-x_1)v_{x1} + (y-y_1)v_{y1}}{r_1} - \frac{(x-x_2)v_{x2} + (y-y_2)v_{y2}}{r_2} - \lambda f_d \right)^2 / \max(|V_1|^2, |V_2|^2) < \varepsilon \quad (3-9)$$

利用搜索法，可以得到上述模型中的目标位置的估计，注意的是模型的估计结果往往是不唯一的，根据文献中的研究，(3-6) (3-7)的结果往往是两个解，本文的方法同样会出现多解的情形，在无人机的上方，从第一架无人机到第二架无人机的连线方向看，目标位置在右侧的估计为(13.4739, -155.5144)，目标位置在左侧(无人机飞行的方向)的估计为(-137.6866, 373.9484)。

2) 误差分析

为了分析上述算法估计结果的误差性质，用 Monte Carlo 进行模拟，将其结果的平均作为目标位置的结果，通过 Matlab 模拟，置信水平为 80% 的最大距离误差是 185.932，置信水平为 90% 的最大距离误差是 230.638。

3.4. 无人机路径优化

研究两架无人机协同侦察中，路径优化问题，要求是实时规划，快速准确。通过提供的在任意时刻，且得到无人机速度的条件下，目标的电磁波信号。在这样的条件下，优化无人机路径，使得目标定位快速精确。以下采用径向速度差方法进行估计。

两机相对定位目标位置的径向速度越大，越有利于减小信号频差的相对误差，因此，关于两机协同左右机动，可以考虑使用方程

$$\frac{(Q-P_1)V_1}{\|Q-P_1\|} - \frac{(Q-P_2)V_2}{\|Q-P_2\|} = \lambda f_d$$

则可使左边最大即为径向速度差最大。

$$\begin{aligned} \max & \frac{(Q-P_1)V_1}{\|Q-P_1\|} - \frac{(Q-P_2)V_2}{\|Q-P_2\|} \\ \text{s.t. } & \theta_1, \theta_2 \in [-\pi, \pi) \end{aligned} \quad (3-10)$$

给出下一机动周期的机动速度方向。期中 P_1, P_2 为飞机当前位置点， Q 为目标源的位置点。

$$V_1 = v_1(\cos \theta_1, \sin \theta_1, 0), V_2 = v_2(\cos \theta_2, \sin \theta_2, 0)$$

为下一机动周期的机动速度向量。期中 θ_1, θ_2 为飞机平均速率方向与 x 轴的角。

下为(3-10)计算的无人机实时机动定位结果，图 3 位协同机位，从结果来看，比上述 3.3 的方法更加精确，误差范围要小，精度提高 15 ns，计算时间小于 0.01 s。图 4 给出两架无人机协同机定位时，对应的角度变化，基本是第一架左转，第二架无人机右转，即呈现分离的态势。

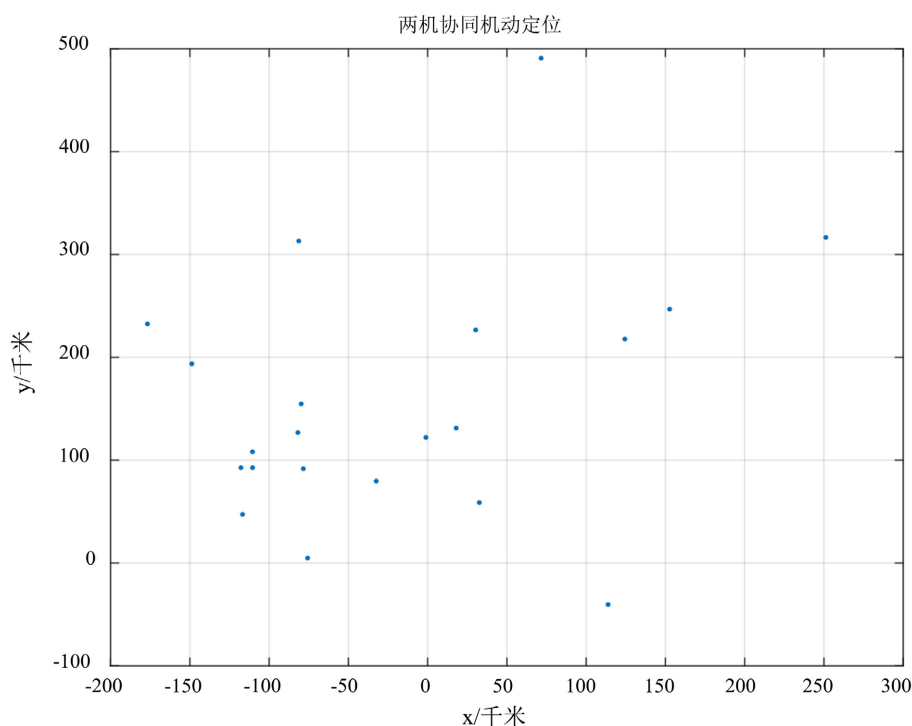


Figure 3. Target location under the cooperation of two UAVs

图 3. 两架无人机协同下目标定位

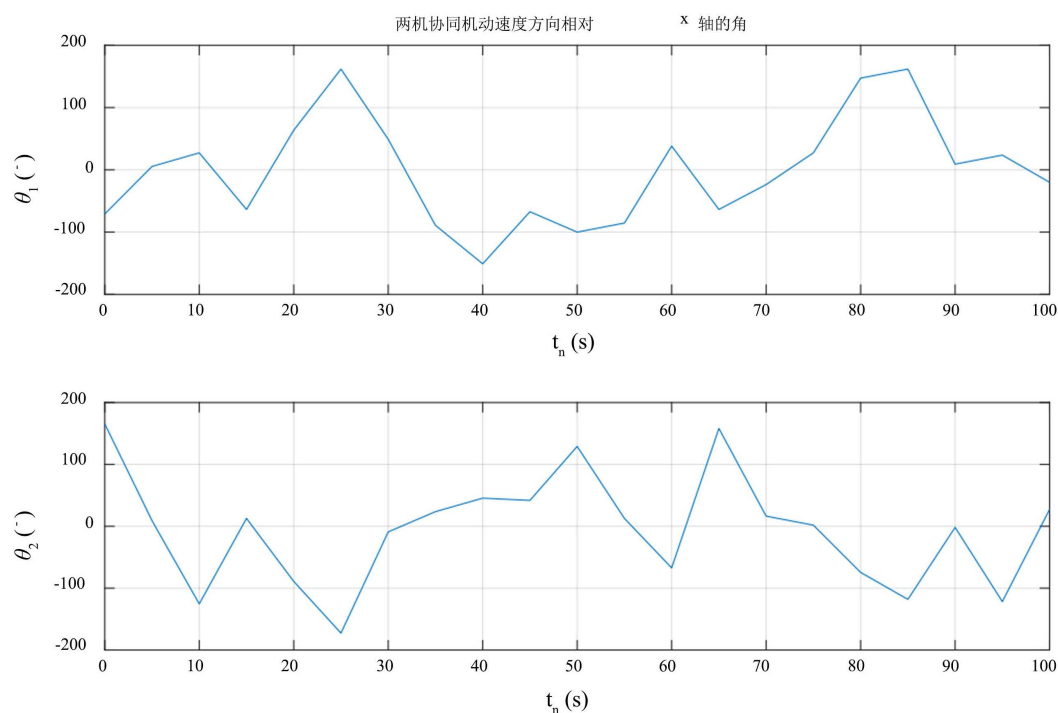


Figure 4. Maneuver speed direction of two UAVs under cooperation

图 4. 两架无人机协同下各自的机动速度方向

4. 结论与改进

本文研究了双机海上协同侦查定位问题，制定了相应的 TDOA/FDOA 联合定位数学模型，用蒙特卡洛算法模拟真实位置来测算模型结果的准确性，从已有的结果来看，时差频差的高精度估计是影响无人机群实时定位的重要因素。对于如何解决高精度目标定位和实时快速计算，本文还有许多改进的地方。

一是，需要将接收到的电磁波信号进行滤波，以提高信号的信噪比；

二是，利用互模糊函数估计时差频差的计算上，需要进一步研究，提高精度；

三是，在得到高精度的时差、频差估计的前提下，可以估计出目标的俯仰角和方位角，利用这两类信息构造目标定位方法也是值得研究的。

参考文献

- [1] 朱国辉. 基于时差频差的多站无源定位与跟踪算法研究[D]: [博士学位论文]. 西安: 西安电子科技大学, 2015.
- [2] 胡德秀, 刘智鑫. 时频差无源定位理论与实践[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2019.
- [3] Stein, S. (1981) Algorithm for Ambiguity Function Processing. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, **AASSP-29**, 588-599. <https://doi.org/10.1109/TASSP.1981.1163621>
- [4] 杨林森. 目标辐射源无源定位中的时/频差估计[D]: [博士学位论文]. 西安: 西安电子科技大学, 2017.