

基于GM(1,1)模型的山东省GDP数据预测研究

公春晓

上海工程技术大学管理学院, 上海

收稿日期: 2023年6月8日; 录用日期: 2023年7月14日; 发布日期: 2023年7月21日

摘要

分析和预测国内生产总值(GDP)发展数据对预测国家或地区经济发展有很大的参考作用。本文通过对山东省2011~2021年GDP历史数据进行分析, 建立GM(1,1)模型, 并进行残差检验和实证检验。结果表明该预测方法的可行性和有效性具有较高的预测精度和准确度, 能恰当描述山东省的GDP状况, 可对山东省今后的GDP发展进行预测分析。研究结果表明山东省GDP数据在未来五年会呈持续上涨的趋势, 在不遭遇重大特殊事件的情况下, 山东省GDP预计不会出现剧烈波动, 对于山东省经济发展具有一定的意义。

关键词

GM(1,1)模型, 灰色理论, 山东省GDP, 趋势预测

Research on GDP Data Prediction of Shandong Province Based on GM(1,1) Model

Chunxiao Gong

School of Management, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai

Received: Jun. 8th, 2023; accepted: Jul. 14th, 2023; published: Jul. 21st, 2023

Abstract

Analyzing and predicting the development data of Gross Domestic Product (GDP) has a great reference value for predicting the economic development of a country or region. This paper analyzes the historical GDP data of 2011~2021 in Shandong Province, establishes the GM(1,1) model, and conducts residual test and empirical test. The results indicate that the feasibility and effectiveness of this prediction method have high prediction accuracy and accuracy, and can appropriately de-

scribe the GDP transformation status of Shandong Province, which can be used for predicting and analyzing the future GDP development of Shandong Province. The research results indicate that the GDP data of Shandong Province will continue to rise in the next five years. Without encountering major special events, Shandong Province's GDP is expected to not experience significant fluctuations, which has certain significance for the economic development of Shandong Province.

Keywords

GM(1,1) Model, Grey Theory, GDP of Shandong Province, Trend Prediction

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

GDP 指的是在一定时期内, 一个国家或地区经济的最终劳动产品和劳务的价值, 常被认为是衡量区域经济发展水平的重要性综合指标[1]。其反映出国家或地区的经济实力和市场规模。山东是中国经济最发达的省份之一, 仅次于广东省和江苏省。本文通过使用 GM(1,1)模型和 MATLAB 软件对山东省未来五年的 GDP 进行预测, 可以为经济部门的经济决策提供相关的依据。

灰色预测模型是由华中科技大学的邓聚龙教授提出的, 现已在多个行业有了广泛应用。如徐学艳等将灰色预测模型应用于上海市海洋生产总值的预测[2]。一些学者也对灰色预测模型进行了不同方面的改进。彭官友为了对传统的灰色预测模型进行了修正, 将累积法与灰色预测模型结合, 提高了模型的预测精度[3]。姚裕盛提出了一种基于 GM(1,1)灰色预测的残差修正模型, 通过运用传统模型与改进后的残差修正模型分别进行预测, 最后发现残差修正模型能够弥补传统灰色预测模型的不足, 从而达到较高的预测精度[4]。刘芳芳利用缓冲算子改进灰色模型, 对矿山事故预测进行了应用分析[5]。这些对灰色预测模型不同方面的改进, 拓宽了模型的应用领域。同时, 以往也有学者运用 GM(1,1)模型对 GDP 进行预测, 周思远运用 GM(1,1)模型对横琴粤澳深度合作区的 GDP 进行了预测并提出相关建议[6]。刘昀对传统的 GM(1,1)模型进行拓展, 提出了 2 种灰色 GM(1,1)模型, 对苏州市 GDP 进行预测[7]。

2. 预测模型

2.1. GM(1,1)模型原理

白色系统是指系统内部特征是完全已知的, 黑色系统是指系统内部信息完全未知的, 而灰色系统是介于白色系统和黑色系统之间的一种系统, 灰色系统其内部一部分信息已知, 另一部分信息未知或不确定。灰色系统理论是基于关联空间、光滑离散函数等概念定义灰导数与灰微分方程, 进而用离散数据列建立微分方程形式的动态模型, 即灰色模型是利用离散随机数经过生成变为随机性被显著削弱而且较有规律的生成数, 建立起的微分方程形式的模型, 这样便于对其变化过程进行研究和描述[8]。

灰色预测, 是指对系统行为特征值的发展变化进行的预测, 对既含有已知信息又含有不确定信息的系统进行的预测, 也就是对在一定范围内变化的、与时间序列有关的灰过程进行预测。尽管灰过程中所显示的现象是随机的、杂乱无章的, 但毕竟是有序的、有界的, 因此得到的数据集具备潜在的规律。灰色预测是利用这种规律建立灰色模型对灰色系统进行预测。

目前使用最广泛的灰色预测模型就是关于数列预测的一个变量、一阶微分的 GM(1,1)模型。G 表示 grey (灰色), M 表示 model (模型)。它是基于随机的原始时间序列, 经按时间累加后所形成的新的时间序列呈现的规律可用一阶线性微分方程的解来逼近。经证明, 经一阶线性微分方程的解逼近所揭示的原始时间序列呈指数变化规律。因此, 当原始时间序列隐含着指数变化规律时, 灰色模型 GM(1,1)的预测是非常成功的。

2.2. GM(1,1)模型简介

设原始数据序列为:

$$X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)) \quad (1)$$

计算数列的级比:

$$\lambda(k) = \frac{x^{(0)}(k-1)}{x^{(0)}(k)}, k = 2, 3, \dots, n \quad (2)$$

如果所有的级比都落在可容覆盖区间 $X = \left(e^{-\frac{2}{n+1}}, e^{\frac{2}{n+1}} \right)$ 内, 则数据列 $x^{(0)}$ 可以建立 GM(1,1)模型且可以进行灰色预测。

对原始数据 $x^{(0)}$ 作一次累加, 记为:

$$X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)) \quad (3)$$

其中 $X^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), k = 1, 2, \dots, n$ 。

则 GM(1,1)模型相应的微分方程为:

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + \alpha x^{(1)} = \mu \quad (4)$$

式中, α 为发展系数; μ 为灰作用量。

设 $\hat{\alpha}$ 为带估参数向量 $\hat{\alpha} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \mu \end{pmatrix}$ 可利用最小二乘法求解, 解得:

$$\hat{\alpha} = (B^T B)^{-1} B^T Y_n \quad (5)$$

$$\text{式中, } B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)) & \cdots & 1 \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)) & \cdots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(n-1) + x^{(1)}(n)) & \cdots & 1 \end{bmatrix}, Y_n = [x^{(0)}(2) \quad x^{(0)}(3) \quad \cdots \quad x^{(0)}(n)]^T。$$

求解微分方程, 即可得预测模型:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left[x^{(0)}(1) - \frac{\mu}{\alpha} \right] e^{-\alpha k} + \frac{\mu}{\alpha}, k = 0, 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

从而相应地得到预测值：

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k), k=1, 2, \dots, n-1 \quad (7)$$

2.3. GM(1,1)模型的检验

模型检验十分重要，是判断一个模型在此样本中可取性和有效性的一个重要步骤。GM(1,1)模型的检验方法有残差检验和级比偏差值检验。本文采取残差检验，通过计算相对残差来进行验证。

$$\text{相对残差 } \varepsilon(k) = \frac{x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)}, k=1, 2, \dots, n, \text{ 若对所有的 } |\varepsilon(k)| < 0.1, \text{ 则认为达到较高的要求；否}$$

则，若对所有的 $|\varepsilon(k)| < 0.2$ ，则认为达到一般要求。

3. 山东省 GDP 数据预测

3.1. GM(1, 1)模型的建立

山东省是中国经济最活跃的省份之一，人均 GDP 增长速度十分迅速，生产总值逐渐上涨，仅次于广东省和江苏省。同时山东省也是一个排名位于前三的人口大省，故山东省的 GDP 增长也成了人们十分关注的一个问题。因此，本文选取了 2011~2021 年山东省的历史实际 GDP 数据，通过运用 GM(1,1)模型，选用 MATLAB 软件进行计算，来预测 2022~2026 年山东省的 GDP 数据。表 1 为山东省 2011~2021 年的 GDP 数据与预测。

Table 1. GDP data and forecast of Shandong Province in 2011~2021

表 1. 山东省 2011~2021 年的 GDP 数据与预测

| 年份(年) | 实际 GDP (百亿元) | 预测 GDP (百亿元) | 相对残差 |
|-------|--------------|--------------|-----------|
| 2011 | 390.6 | 390.6 | 0 |
| 2012 | 429.6 | 443.1 | -0.03163 |
| 2013 | 473.4 | 474.0 | -0.00131 |
| 2014 | 507.7 | 507.0 | 0.001395 |
| 2015 | 552.9 | 542.3 | 0.019247 |
| 2016 | 587.6 | 580.0 | 0.012971 |
| 2017 | 630.1 | 620.3 | 0.015518 |
| 2018 | 666.5 | 663.5 | 0.004543 |
| 2019 | 705.4 | 709.6 | -0.005988 |
| 2020 | 728.0 | 759.0 | -0.042563 |
| 2021 | 831.0 | 811.8 | 0.023127 |

原始序列 $X^{(0)} = (390.6, 429.6, 473.4, 507.7, 552.9, 587.6, 630.1, 666.5, 705.4, 728, 831)$ ；累加序列 $X^{(1)} = (390.6, 820.2, 1293.6, 1801.3, 2354.2, 2941.8, 3571.9, 4238.4, 4943.8, 5671.8, 6502.8)$ ；故级比符合条件，数据列 $x^{(0)}$ 可以建立 GM(1,1)模型且可以进行灰色预测。

带入模型中的公式可得：

$$B = \begin{pmatrix} -605.4 & 1 \\ -1056.9 & 1 \\ -1547.45 & 1 \\ -2077.75 & 1 \\ -2648 & 1 \\ -3256.85 & 1 \\ -3905.15 & 1 \\ -4591.1 & 1 \\ -5307.8 & 1 \\ -6087.3 & 1 \end{pmatrix}, Y_n = \begin{pmatrix} 429.6 \\ 473.4 \\ 507.7 \\ 552.9 \\ 587.6 \\ 630.1 \\ 666.5 \\ 705.4 \\ 728 \\ 831 \end{pmatrix}, B^T B = \begin{pmatrix} 127370527.12 & -31083.7 \\ -31083.7 & 10 \end{pmatrix},$$

$$(B^T B)^{-1} = \begin{pmatrix} 3.25193876391665E-08 & 0.000101082288955956 \\ 0.000101082288955956 & 0.414201154522025 \end{pmatrix}, B^T Y_n = \begin{pmatrix} -21066919.74 \\ 6112.2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \mu \end{pmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y_n = \begin{pmatrix} -0.0672481628316748 \\ 402.187828098908 \end{pmatrix}.$$

由此可得 $\alpha = -0.0672481628316748$, $\mu = 402.187828098908$, 最终带入预测方程, 求得预测值为 390.6, 443.1, 474.0, 507.0, 542.3, 580.0, 620.3, 663.5, 709.6, 759.0, 811.8。

3.2. GM(1,1)模型的检验

建立 GM(1,1)模型后, 预测值是否可靠或者可信, 需要进行模型检验。灰色预测模型的检验主要采用残差检验的方法, 计算出相对残差。由表 1 数据可知, 每年的相对残差的绝对值均小于 0.05, 精确度很高, 可用于 2022~2026 年山东省 GDP 数据的预测。

4. 预测结果与分析

本文根据历史统计数据, 选取山东省 2011~2021 年期间的 GDP 历史数据, 建立 GM(1,1)预测模型, 预留 2022 年的实际数据作为预测结果的检验和对比分析。验证了 GM(1,1)模型的精确度后, 可以通过前面已计算的公式预测 2022~2026 年山东省 GDP 数据的预测值, 分别为 868.3, 928.6, 993.2, 1062.3, 1136.2。表 2 为 2022~2026 年山东省 GDP 数据的预测值。图 1 为实际值与预测值的对比。附件 1 为 MATLAB 代码。

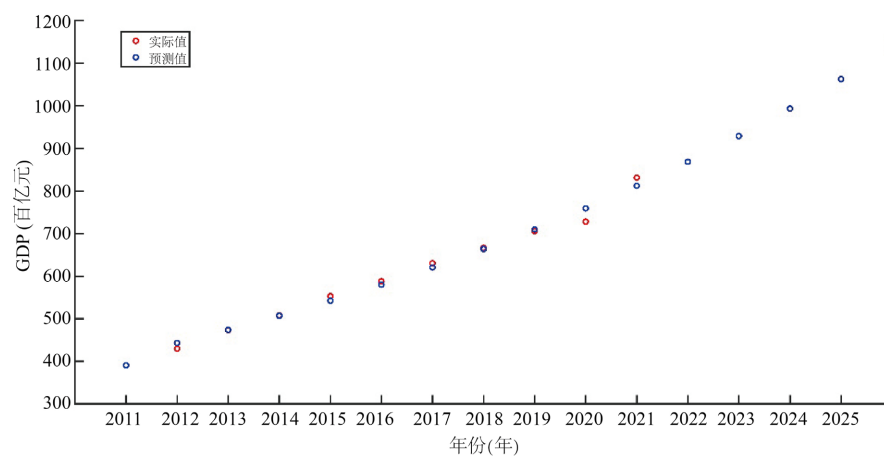


Figure 1. GDP data and forecast of Shandong Province from 2011 to 2026

图 1. 山东省 2011~2026 年的 GDP 数据与预测

Table 2. GDP data forecast of Shandong Province from 2022 to 2026**表 2.** 2022~2026 年山东省 GDP 数据预测

| 年份(年) | 2022 | 2023 | 2024 | 2025 | 2026 |
|----------|-------|-------|-------|--------|--------|
| 预测值(百亿元) | 868.3 | 928.6 | 993.2 | 1062.3 | 1136.2 |

根据公布的山东省 2022 年 GDP 数据可知, 2022 年山东省实际 GDP 数值为 874.3 百亿元, 预测值为 868.3 百亿元, 相对误差 0.69%, 预计 2023~2026 年山东省的 GDP 分别为 928.6 百亿元、993.2 百亿元、1062.3 百亿元和 1136.2 百亿元。

5. 结论

1) 通过对山东省 2011~2021 年 GDP 历史数据进行分析, 建立 GM(1,1)模型, 对未来五年山东省 GDP 发展趋势进行预测, 发现未来五年山东省 GDP 呈逐年上涨趋势。

2) 除残差检验外, 预留 2022 年山东省实际 GDP 数据作为实证检验, 得出相对误差为 0.69%, 预测值可信度较高。

3) 预计 2026 年山东省 GDP 可达 1136.2 百亿元。

参考文献

- [1] 卢秀, 李佳, 段平, 等. 基于夜间灯光和土地利用数据的 GDP 空间化及预测——以云南沿边地区为例[J]. 地域研究与开发, 2020, 39(2): 36-39+81.
- [2] 徐学艳, 朱瑞庭. 基于灰色预测模型的上海市海洋经济发展预测[J]. 海洋开发与管理, 2019, 36(10): 44-46.
- [3] 彭官友. 桥梁施工监控的改进 GM(1,1)灰色预测模型研究[J]. 交通科学与工程, 2019, 35(1): 54-60.
- [4] 姚裕盛, 徐开俊, 杨泳. 基于 GM(1,1)残差修正模型的飞行训练量预测[J]. 西安航空学院学报, 2018, 36(1): 78-82.
- [5] 刘芳芳. 基于改进的 GM 模型在矿山安全事故预测中的应用及分析[D]: [硕士学位论文]. 昆明: 昆明理工大学, 2009.
- [6] 周思远. 基于灰色 GM(1,1)模型的横琴 GDP 预测研究[J]. 投资与创业, 2022, 33(22): 42-44.
- [7] 刘昀, 程毛林. 拓展的灰色 GM(1,1)模型及其在苏州 GDP 预测中的应用[J]. 苏州科技大学学报(自然科学版), 2022, 39(2): 15-21+44.
- [8] 黄昕怡, 吴嘉仪, 林文浩, 吴秋霞. 基于 GM(1,1)模型的江苏省碳排放预测[J]. 黑龙江科学, 2022, 13(18): 26-28+32.

附件 1

```

clear;clc
a=[390.6,429.6,473.4,507.7,552.9,587.6,630.1,666.5,705.4,728.0,831.0];%近十年山东省 GDP 数据
n=length(a);%数据长度
k=1:n;%scatter(k,a,'r');
h=1:n+5;%scatter(h,b7,'b');
b=zeros(1,n);%初始化容器
b(1)=a(1);
for i=2:n
    b(i)=b(i-1)+a(i);
end
%一次累加生成
b1=zeros(1,n-1);%初始化容器
for i=2:n
    b1(i)=b(i-1)/b(i);
end
%级比
c=exp(-2/(n+1));%级比阈值最小值
d=exp(2/(n+1));%级比阈值最大值
coun=sum(c<b1<d);
if coun==n
disp('级比符合条件，数据列可以建立 GM（1，1）模型且可以进行灰色预测')
else
disp('级比不符合条件，数据列不可以建立 GM（1，1）模型且不可以进行灰色预测')
end
%计算模型背景值
b2=zeros(1,n-1);%初始化容器
for i=2:n
    b2(i-1)=0.5*b(i-1)+0.5*b(i);
end
%计算最小二乘法估计
A=[(-b2)',ones(n-1,1)];
Y=a(2:n);
b3=zeros(2,1);%初始化容器
b3=inv(A'*A)*(A'*Y);
%计算 1-AGO 的预测值
%x(k+1)=(b(1)-b3(2)/b3(1))exp(-b3(1)*k)+b3(2)/b3(1)
b4=zeros(1,n);%初始化容器
b4(1)=b(1);

```

```
for i=2:n
    b4(i)=(b(1)-b3(2)/b3(1))*exp(-b3(1)*(i-1))+b3(2)/b3(1);
end
%计算预测值
b5=zeros(1,n);
b5(1)=b4(1);
for i=2:n
    b5(i)=b4(i)-b4(i-1);
end
z=(a(i)-b5(i))/a(i);
if z<0.05
disp('相对残差的绝对值均<0.05，精确度高，可以进行预测')
    b6=zeros(1,n+5);%初始化容器
    b6(1)=b(1);
    for i=2:n+5
        b6(i)=(b(1)-b3(2)/b3(1))*exp(-b3(1)*(i-1))+b3(2)/b3(1);
    end
    %计算预测值
    b7=zeros(1,n+5);
    b7(1)=b4(1);
    for i=2:n+5
        b7(i)=b6(i)-b6(i-1);
    end
disp([b7]);
    scatter(k,a,'r');
    hold on
    scatter(h,b7,'b');
else
disp('存在相对残差的绝对值>0.05，精确度低，无法进行预测')
end
```