

Remote Preparation of Two Qubit State in Noisy Environments*

Yanliang Zhang, Guodong Kang, Xiaobo Wang, Qingping Zhou[#]

School of Software and Service Outsourcing, Jishou University, Zhangjiajie
Email: [#]qingpingzhou2009@163.com

Received: Mar. 11th, 2012; revised: Jul. 3rd, 2012; accepted: Jul. 17th, 2012

Abstract: A scheme is proposed for the remote preparation of a two qubit quantum state by using two nonmaximally entangled states as the quantum channel. The effects of the environment noise on the quantum channels are considered, in which the time-evolution is ruled by the master equations of the density matrices in the Lindblad form. We investigated the influence of environment noise on the fidelity of the remote state preparation based on three types of quantum channels. It is found that the output state of remote state preparation, as time goes on, has a higher fidelity in the case of the quantum channel consists of $|01\rangle$ and $|10\rangle$ basis than that of $|00\rangle$ and $|11\rangle$ basis. Furthermore, the results also demonstrate that the fidelity is proportional to the product of both situations above when the channel consists of the mixture basis, and its value is between of them.

Keywords: Quantum Noise; Lindblad Master Equation; Remote State Preparation; Fidelity

噪声环境下二比特量子态远程制备*

张延亮, 康国栋, 王晓波, 周清平[#]

吉首大学软件与服务外包学院, 张家界
Email: [#]qingpingzhou2009@163.com

收稿日期: 2012年3月11日; 修回日期: 2012年7月3日; 录用日期: 2012年7月17日

摘要: 提出利用两对非最大纠缠态作为量子通信通道实现二比特量子态的远程态制备方案, 并使用量子纠缠态密度矩阵的 Lindblad 主方程推导了量子纠缠态的时间演化, 研究了噪声条件下三种量子纠缠通道对二比特量子态远程制备保真度的影响。结果表明, 噪声条件下由 $|01\rangle$ 与 $|10\rangle$ 基构成的量子通道比由 $|00\rangle$ 与 $|11\rangle$ 基构成的量子通道更具有保护远程制备量子态保真度的能力, 由这两组基构成的混合量子通道得到的保真度正比于上述两种情况保真度之积, 其保真度的值介于两者之间。

关键词: 量子噪声; Lindblad 主方程; 量子态远程制备; 保真度

1. 引言

量子纠缠现象是量子力学中最为奇妙的特征之一, 量子纠缠态被认为是实现量子信息处理的一种重要的物理资源, 已经广泛应用于量子隐形传态、量子

密集编码、量子密码通信以及量子计算等量子信息任务。量子远程态制备(Remote State Preparation, RSP)是量子信息传送重要方式之一, 相比量子隐形传态(Quantum Teleportation), 量子远程态制备是对已知量子态的远程传送, 其方案比量子隐形传态所需的经典资源与量子资源相对较少^[1,2]。近几年, 人们对量子态远程制备投入了广泛关注, 包括多体远程态制备、连

*基金项目: 湖南省教育厅科学研究重点资助项目(No. 11A096); 中国科学院波谱原子分子重点实验室基金(No. T152908); 吉首大学校级科研项目(No. 11JD050)。

[#]通讯作者。

续变量远程态制备、联合远程态制备等^[3-7]。

然而，在实际的物理环境中，量子系统不可避免受到外界环境的影响，量子通道与环境发生相互作用导致量子纠缠退化与耗散，甚至退相干，使得远程制备量子与初始量子态存在一定偏差。因此，环境耗散成为实现量子信息传输的主要障碍，讨论噪声环境下量子远程态制备的保真度与成功概率是研究量子通信一项重要任务。最近梁华秋等人研究了量子噪声对单比特态远程制备^[6]，指出在 x, y, z 方向的噪声对保真度的影响各不相同。陈爱喜等人研究了噪声条件下利用 W 态作为量子通道的单比特远程态制备^[8]，指出量子远程态制备迹距离不仅与初始待传量子态有密切关系，而且受通道系统幅值阻尼和相位阻尼影响，出现量子信息失真。然而，他们的研究仅针对单比特量子态的远程制备。在量子信息传输协议中，借助 N 对纠缠态作为量子通信通道是远程传送 N 比特量子态重要方式之一，本文提出利用两对非最大纠缠态作为量子通信通道实现任意二比特量子态的远程制备方案，根据纠缠态基矢特征的构建了三种不同量子通道，并从量子纠缠态密度矩阵的 Lindblad 主方程出发推导了在噪声条件下量子纠缠通道的时间演化，讨论了三种量子纠缠通道对任意二比特量子态远程制备保真度的影响。

2. 理论模型与方程

假设发送者 Alice 要将如下二比特量子态发送给远方的接收者 Bob

$$|T\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|01\rangle + \gamma|10\rangle + \delta|11\rangle \quad (1)$$

式中 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 均为实数且满足归一化条件 $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 = 1$ 。Alice 和 Bob 共享两对纠缠态作为量子通信通道，根据纠缠态基矢构成，其量子通道有以下三中情况：

$$\begin{aligned} \text{I:} & \begin{cases} |\Psi_1\rangle_{12} = (u|01\rangle - v|10\rangle)_{12} \\ |\Psi_2\rangle_{34} = (w|01\rangle - z|10\rangle)_{34} \end{cases} \\ \text{II:} & \begin{cases} |\Phi_1\rangle_{12} = (u|00\rangle - v|11\rangle)_{12} \\ |\Phi_2\rangle_{34} = (w|00\rangle - z|11\rangle)_{34} \end{cases} \\ \text{III:} & \begin{cases} |\Psi\rangle_{12} = (u|01\rangle - v|10\rangle)_{12} \\ |\Phi\rangle_{34} = (w|00\rangle - z|11\rangle)_{34} \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

式中 $u(w) = \cos\theta_{1(2)}$, $v(z) = e^{i\phi_{(2)}} \sin\theta_{1(2)}$ ，其中粒子 1 和 3 属于 Alice，粒子 2 和 4 属于 Bob，由于 Alice 对二比特量子态(1)是完全了解的，因此，Alice 可以引入正交基 $\{|M_i\rangle_{13}\}$ ($i=1,2,3,4$) 对量子通道进行局域操作。具体表达式如下：

$$\begin{pmatrix} |M_1\rangle_{13} \\ |M_2\rangle_{13} \\ |M_3\rangle_{13} \\ |M_4\rangle_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \gamma & \delta \\ -\delta & \gamma & -\beta & \alpha \\ \gamma & \delta & -\alpha & -\beta \\ \beta & -\alpha & -\delta & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |00\rangle_{13} \\ |01\rangle_{13} \\ |10\rangle_{13} \\ |11\rangle_{13} \end{pmatrix} \quad (3)$$

经过 Alice 用正交基 $\{|M_i\rangle_{13}\}$ ($i=1,2,3,4$) 对她拥有的粒子 1 和 3 作投影测量，此刻，原来粒子 1 和 2, 3 和 4 之间的纠缠消失，新的纠缠通过纠缠交换的方式在粒子 2 和 4 之间建立。Alice 利用经典通信方式告诉她的测量结果，Bob 根据得知消息对他拥有的粒子 2 和 4 作相应的幺正变换(对应变换见表 1)，分别得到粒子状态为：根据(2)、(3)、(4)和(5)式，Alice 和 Bob 共享的三种不同的量子通道可写为

$$\begin{aligned} |M_1\rangle_{13} & \rightarrow (uw\alpha|00\rangle + uz\beta|01\rangle + vw\gamma|10\rangle + vz\delta|11\rangle)_{24} \\ |M_2\rangle_{13} & \rightarrow (vz\alpha|00\rangle + vw\beta|01\rangle + uz\gamma|10\rangle + uw\delta|11\rangle)_{24} \\ |M_3\rangle_{13} & \rightarrow (vw\alpha|00\rangle + vz\beta|01\rangle + uw\gamma|10\rangle + uz\delta|11\rangle)_{24} \\ |M_4\rangle_{13} & \rightarrow (uz\alpha|00\rangle + uw\beta|01\rangle + vz\gamma|10\rangle + vw\delta|11\rangle)_{24} \end{aligned} \quad (4)$$

由于量子通道的两对纠缠态并非最大纠缠，为了构建初始待传量子态(1)，Bob 引入一个处于基态 $|0\rangle_a$ 的辅助量子位，然后对粒子 2、4 和辅助粒子作三比特的联合幺正操作 U_i (见表 1)。表中 σ^k ($k=x,y,z$) 为泡利矩阵， \mathbf{I} 为单位矩阵，且

Table 1. The corresponding operations in RSP
表 1. 远程态制备过程相应的变换操作

Result	Case I	Case II	Case III	Aqubit	U_i
$ M_1\rangle_{13}$	$(i\sigma^x)_2(\sigma^y)_4$	$(\sigma^z)_2(i\sigma^z)_4$	$(i\sigma^y)_2(\sigma^x)_4$	$ 0\rangle_a$	U_1
$ M_2\rangle_{13}$	$(\sigma^x)_2(\mathbf{I})_4$	$(\sigma^x\sigma^z)_2(\sigma^x)_4$	$(\sigma^z)_2(\sigma^x)_4$	$ 0\rangle_a$	U_1
$ M_3\rangle_{13}$	$-(\mathbf{I})_2(i\sigma^z)_4$	$(\sigma^x)_2(\sigma^z)_4$	$(\mathbf{I})_2(\sigma^z)_4$	$ 0\rangle_a$	U_3
$ M_4\rangle_{13}$	$(\sigma^z)_2(\mathbf{I})_4$	$(\mathbf{I})_2(\sigma^z)_4$	$(\sigma^x)_2(\sigma^x)_4$	$ 0\rangle_a$	U_4

$$\begin{aligned} U_1 &= I \oplus C \oplus B \oplus A, U_2 = A \oplus B \oplus C \oplus I, \\ U_3 &= B \oplus A \oplus I \oplus C, U_4 = C \oplus I \oplus A \oplus B. \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} uw/vz & \sqrt{1-(uw/vz)^2} \\ \sqrt{1-(uw/vz)^2} & -uw/vz \end{pmatrix} \\ B &= \begin{pmatrix} u/v & \sqrt{1-(u/v)^2} \\ \sqrt{1-(u/v)^2} & -u/v \end{pmatrix} \\ C &= \begin{pmatrix} w/z & \sqrt{1-(w/z)^2} \\ \sqrt{1-(w/z)^2} & -w/z \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

最后, Bob 对辅助量子位进行后选择测量, 当测量结果为 $|0\rangle_a$ 时, 远程态制备失败; 当测量结果为 $|1\rangle_a$ 时, 远程态制备成功, 即在接收处完全得到目标量子态 (1), 其保真度为 1, 并且从(4)式可以看出三种量子通道对任意二粒子纠缠态远程制备是等价的, 即, 在量子通道为纯态情况下, 通过一定的么正变换粒子 2 和 4 状态具有相同的结果。

然而, 量子通道的建立或者纠缠传输过程中纯态量子体系将不可避免地与环境发生相互作用, 从而引发量子退相干。对于开放量子系统, 其动力学性质通常用系统随时间演化的主方程描述, 在旋波近似条件下, 系统的 Hamilton 量可表示为^[9]

$$\begin{aligned} H &= H_p + H_e + H_{pe} \\ &= \sum_{i=1,2} \omega_i \sigma_i^x b_{kl} + \sum_{kl} \omega_{kl} b_{kl}^+ + \sum_{i=1,2} \sum_{kl} (g_{il}^* \sigma_i^+ b_{kl} + h.c.) \end{aligned} \quad (7)$$

相互作用绘景中, 粒子和环境总的密度算符 $\varpi(t)$ 满足运动方程 $\partial \varpi(t) / \partial t = -i [H_{pe}^I(t), \varpi(t)]$, 其中

$$H_{pe}^I(t) = \exp[i(H_p + H_e)t] H_{pe} \exp[-i(H_p + H_e)t].$$

在对环境自由度求部分迹后, 粒子约化密度矩阵的动力学过程表示为 Lindblad 形式主方程:

$$\partial \rho(t) / \partial t = \sum_{i=1,2} \gamma_i (2\sigma_i^- \rho \sigma_i^+ - \sigma_i^+ \sigma_i^- \rho - \rho \sigma_i^+ \sigma_i^-) \quad (8)$$

γ_i 为纠缠粒子的衰变因子。对于纠缠态 $|\Psi\rangle$, 量子通道的初始条件为(2: I)式, 从(8)式求得系统随时间的演化用密度矩阵的形式分别表示为:

$$\begin{aligned} \rho_{11}^{R_1} &= (M + N^3 |v|^2)^2 / 4N^2 |v|^4 \\ \rho_{21}^{R_1} &= \rho_{31}^{R_1} = \rho_{12}^{R_1} = \rho_{22}^{R_1} = \rho_{13}^{R_1} = \rho_{33}^{R_1} = N(M + N^3 |v|^2) / (4N^2 |v|^2) \\ \rho_{41}^{R_1} &= \rho_{32}^{R_1} = \rho_{42}^{R_1} = \rho_{23}^{R_1} = \rho_{43}^{R_1} = \rho_{41}^{R_1} = \rho_{42}^{R_1} = \rho_{43}^{R_1} = \rho_{44}^{R_1} = N^4 / 4 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\xi_1(t) = \begin{pmatrix} M/N & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N^2 |u|^2 & -N^2 uv^* & 0 \\ 0 & -N^2 vu^* & N^2 |v|^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

$\xi_2(t)$ 的表达式为(9)式中 u 换成 w , v 换成 z , 同理, 对于纠缠态 $|\Phi\rangle$, 量子通道初始条件为(2: II)式, 从(8)式求得系统随时间的演化算符用密度矩阵的形式表示为:

$$\xi_1(t) = \begin{pmatrix} |u|^2 + \frac{M^2}{N^2} |v|^2 & 0 & 0 & N^2 uv^* \\ 0 & MN |v|^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & MN |v|^2 & 0 \\ N^2 vu^* & 0 & 0 & N^4 |v|^2 \end{pmatrix} \quad (10)$$

$\xi_2(t)$ 的表达式为(10)式中 u 换成 w , v 换成 z 。式中 $M = 2N^2 \sinh(\Gamma t/t)$, $N = \exp(\Gamma t/2)$ 。我们假设两对纠缠态之间不发生相互作用, 则远程态制备的量子通道仍为两纠缠态的密度算符直积。根据上述远程制备任意二粒子量子态的过程, 其接收端粒子 2 和 4 的量子态表示为:

$$E_{24} = \frac{O \{ \text{Tr}_{13} [R \xi_1(t) \otimes \xi_2(t) R^+] \} O^+}{\text{Tr}_{24} [O \{ \text{Tr}_{13} [R \rho_1(t) \otimes \rho_2(t) R^+] \} O^+]} \quad (11)$$

Tr 表示求部分迹运算, 引入辅助量子位以及对其三量子比特的么正操纵表示为:

$$D_{24a} = U (E_{24} \otimes |0\rangle_a \langle 0|) U^+ \quad (12)$$

对辅助量子位的后选择测量, 放弃测量结果为 $|1\rangle_a$ 时的量子态, 保留测量结果为 $|0\rangle_a$ 时, 2 和 4 粒子的远程态制备的输出态密度算符为 $\rho^R(t)$ 。

3. 远程态制备保真度讨论

不失为一般, 我们讨论当 Alice 测量结果为 $|M_2\rangle_{13}$ 时的情况, 三种量子通道量子噪声对远程态制备的保真度的影响。在这种情况下, 三种量子通道得到的输出态密度算符分布为 $\rho^{R_1}(t)$ 、 $\rho^{R_m}(t)$ 、 $\rho^{R_m}(t)$, 其密度矩阵元分别为:

$$\begin{aligned}
 \rho_{11}^{R_{II}} &= N^2 (M + N^3)^2 / 4 \\
 \rho_{22}^{R_{II}} &= \rho_{22}^{R_{II}} = (M + N^3) (N^2 |u|^2 + M^2 |v|^2 + M^3 |v|^2) / 4N^2 |v|^2 \\
 \rho_{44}^{R_{II}} &= (N^2 |u|^2 + M^2 |v|^2 + M^3 |v|^2) / 4N^2 |v|^4 \\
 \rho_{12}^{R_{II}} &= \rho_{21}^{R_{II}} = \rho_{31}^{R_{II}} = \rho_{13}^{R_{II}} = N^3 (M + N^3) / 4 \\
 \rho_{42}^{R_{II}} &= \rho_{24}^{R_{II}} = \rho_{43}^{R_{II}} = \rho_{34}^{R_{II}} = (N^2 |u|^2 + M^2 |v|^2 + M^3 |v|^2) / 4|v|^2 \\
 \rho_{41}^{R_{II}} &= \rho_{44}^{R_{II}} = \rho_{32}^{R_{II}} = \rho_{23}^{R_{II}} = N^4 / 4
 \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
 \rho_{11}^{R_{III}} &= (M + N^3) (M + N^3 |v|^2) / 4|v|^2 \\
 \rho_{12}^{R_{III}} &= \rho_{21}^{R_{III}} = N (M + N^3 |v|^2) / 4|v|^2 \\
 \rho_{13}^{R_{III}} &= \rho_{31}^{R_{III}} = \rho_{33}^{R_{III}} = N^3 (M + N^3) / 4 \\
 \rho_{22}^{R_{III}} &= (M + N^3 |v|^2) (N^2 |u|^2 + M^2 |v|^2 + MN^3 |v|^2) / 4N^3 |v|^2 \\
 \rho_{24}^{R_{III}} &= \rho_{42}^{R_{III}} = \rho_{44}^{R_{III}} = (N^2 |u|^2 + M^2 |v|^2 + MN^3 |v|^2) / 4 \\
 \rho_{23}^{R_{III}} &= \rho_{32}^{R_{III}} = \rho_{43}^{R_{III}} = \rho_{34}^{R_{III}} = \rho_{11}^{R_{III}} = \rho_{41}^{R_{III}} = N^4 / 4
 \end{aligned} \tag{15}$$

虽然选用正交测量基(3)对量子通道的联合测量出现四种测量结果,但前面讨论的结果已经表明,在量子纠缠通道为纠缠纯态时,经过相应的么正变换后,得到相同的输出,因此在有损耗量子通道条件下,选择任一测量结果都反应出非理想量子通道对量子通信保真度的影响。

为了描述量子信息在传输过程中初、终两态的偏差程度,人们引入了量子保真度^[10]的概念,其定义式为:

$$F = |\langle T | \rho | T \rangle|^2 \tag{16}$$

式中 ρ 表示最终输出量子态, F 的取值在 0~1 之间, $F = 0$ 时信息完全失真,此时初始态与输出态完全相同。由(13)~(15)式,可得到三种量子通道的远程制备二体纠缠态的保真度。为讨论量子通道的噪声对远程态制备保真度的影响,这里,为了讨论的方便,我们假定初始待传量子纠缠态(1)中 $\alpha = \beta = \gamma = \delta = 1/2$,在三种量子通道情况下,计算其保真度分别为:

$$F_I = \frac{1}{4} \frac{(M + 4N^3 |u|^2)^2}{(M + 2N^3 |v|^2)^2} \tag{17}$$

$$F_{II} = \frac{1}{4} \frac{(N^2 + MN^3 + 2N^4 + N^6) |u|^2 + (M + MN^3) |v|^2}{(N^2 + MN^3 + N^6) |u|^2 + (M + MN^3) |v|^2} \tag{18}$$

$$F_{III} = 4F_I F_{II} \tag{19}$$

在上述条件下,我们用三维图像表示了远程态制备保真度与初始量子纠缠通道参数和时间参数之间的关系。

通过数值计算,分别得到保真度随 θ 和 Γt 的变换情况。从图 1、图 2、图 3 可以看出当 Γt 时,量子保真度均为 1,说明初始时刻或者量子信道纠缠特性

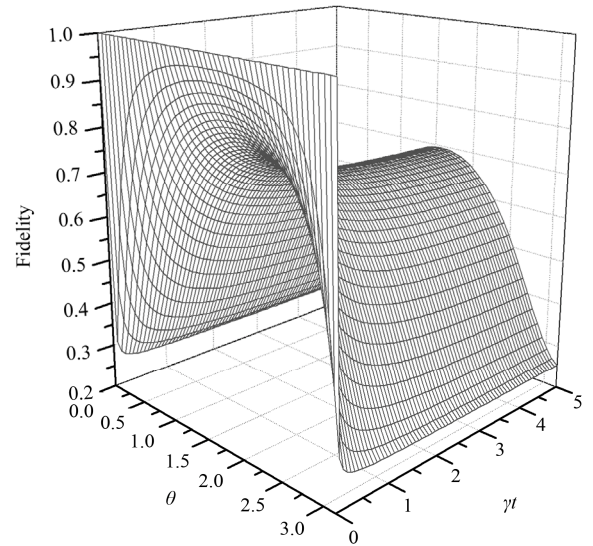


Figure 1. The relation of fidelity F_I against θ and γt when $\theta_1 = \theta_2 = \theta$

图 1. $\theta_1 = \theta_2 = \theta$, 保真度 F_I 与 θ 和 γt 的关系

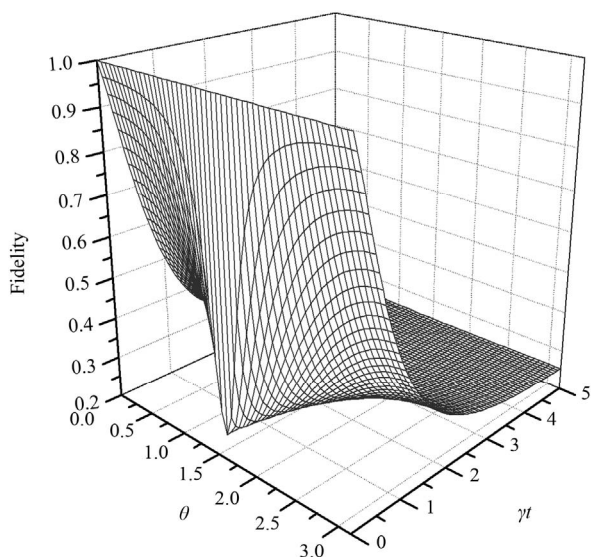


Figure 2. The relation of fidelity F_{II} against θ and γt when $\theta_1 = \theta_2 = \theta$

图 2. $\theta_1 = \theta_2 = \theta$, 保真度 F_{II} 与 θ 和 γt 的关系

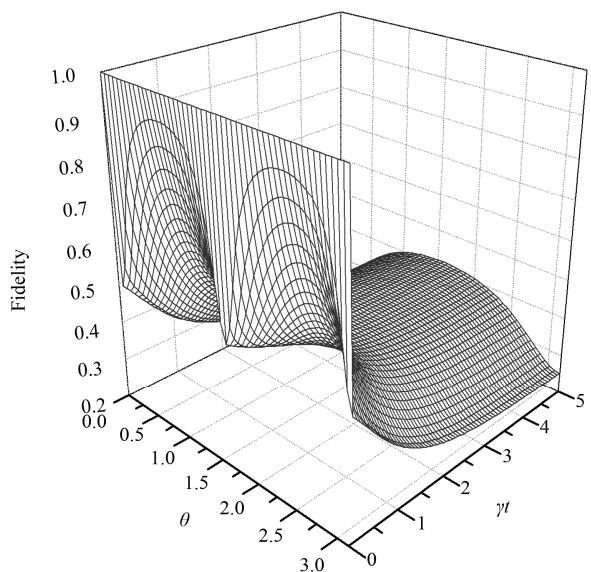


Figure 3. The relation of fidelity F_{III} against θ and γt when $\theta_1 = \theta_2 = \theta$

图 3. $\theta_1 = \theta_2 = \theta$, 保真度 F_{III} 与 θ 和 γt 的关系。

没有退化时，远程态制备量子纠缠态信息无损传输。噪声条件下，保真度的值随时间的推移逐渐而衰减，并且 $|01\rangle$ 与 $|10\rangle$ 基构成的量子通道与 $|00\rangle$ 与 $|11\rangle$ 基构成的量子通道制备得到目标态的保真度出现差别，尤其是构成量子通道的量纠缠态为最大纠缠时(即 $\theta = \pi/2$ 时)，远程态制备保真度的鲁棒性(robust)差异

最为明显。(19)式表明由这两组基构成的混合量子通道得到的保真度则正比于上述两种情况保真度之积，其保真度随时间的变化趋势及与初始通道状态的关系也介于第 I 种和第 II 种通道情形之间。而当 $\Gamma t \rightarrow \infty$ 时，在远程制备任意二体纠缠态过程中，第 I 种信道普遍地比第 II 种信道的信息传输保真度高，第 III 种信道的传输效果则介于第 I 种信道与第 II 种信道之间。此外，比较图 1 与图 2，在远程制备任意二体纠缠态时，当量子信道为最大纠缠时，第 I 种信道明显比第 II 种信道的传输效果好，远程态制备保真度随时间的衰减缓慢，最终趋于较高的稳定值，产生这种结果的主要原因是这两种纠缠态在量子噪声条件下的退相干性质有明显的差别^[9-11]。

4. 结论

基于两对非最大纠缠态作为量子通信通道，我们提出了远程制备任意二比特量子态的可行方案，并根据纠缠态的基矢特征，将量子通道分为三种情况，通过相应的局域操作有效地实现了任意二比特量子的态远程制备，且其保真度均为 1。此外，在噪声环境下，利用 Lindblad 主方程方法推导了非最大纠缠通道随时间的演化特征，研究了开放系统中三种量子纠缠通道对任意二比特量子态远程制备保真度的影响。由于量子噪声引发纠缠退化，导致组成量子通道的纠缠态由纯态演化成混合态，而且三种量子通道对远程态制备的保真度影响差别较大，从数值计算的结果来看，由 $|01\rangle$ 与 $|10\rangle$ 基纠缠态构成的量子通道保护远程态制备保真度能力较强，由 $|00\rangle$ 与 $|11\rangle$ 基纠缠态构成的量子通道抵御噪声干扰的能力较弱，而由这两组基构成的混合量子通道得到的保真度则正比于上述两种情况保真度之积，其信息保真度介于这两种情况之间。相比以往有关噪声环境下量子态的传输协议性能的讨论，仅关注了不同噪声(幅值阻尼、位相阻尼、退极化等)对同一单量子通道的影响，从而分析单比特量子态传输的保真度^[6-8]。本文考虑了在相同噪声条件下，不同纠缠态基矢构成的双量子通道对任意二比特量子态远程制备量子保真度的影响，这一研究结论将在量子信息处理的物理实现研究中，对多比特量子态传输及远程制备所需量子通信通道的构建提供重要的理论依据。

参考文献 (References)

- [1] A. K. Pati. Minimum classical bit for remote preparation and measurement of a qubit. *Physical Review A*, 2000, 63(1): Article ID: 014302.
- [2] H. K. Lo. Classical-communication cost in distributed quantum-information processing: A generalization of quantum-communication complexity. *Physical Review A*, 2000, 62(1): Article ID: 012313.
- [3] H. Y. Dai, M. Zhang and L. M. Kuang. Classical communication cost and remote preparation of multi-qubit with three-party. *Communication in Theoretical Physics*, 2008, 50(1): 73-79.
- [4] Z. Kurucz, P. Adam, Z. Kis, et al. Continuous variable remote state preparation. *Physical Review A*, 2005, 72(5): Article ID: 052315.
- [5] B. A. Nguyen, J. Kim. Joint remote state preparation. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2008, 41(9): Article ID: 095501.
- [6] 梁华秋, 刘金明. 噪声环境下基于两体纠缠态的远程态制备[J]. *物理学报*, 2009, 58(6): 3692-3698.
- [7] Y. Xia, J. Song and H. S. Son. Multiparty remote state preparation. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2007, 40(19): 3719-3726.
- [8] A. X. Chen, J. H. Li and L. X. Jin. Trace distance of remote state preparation through noisy channels. *Communications in Theoretical Physics*, 2007, 43(4): 631-636.
- [9] J. Liu, S. H. Xiang, H. Q. Cui, et al. Entanglement dynamics of two qubits coupled to a noise environment. *Communications in Theoretical Physics*, 2009, 51(4): 637-640.
- [10] M. A. Nielsen, I. L. Chuang. *Quantum computation and quantum information*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- [11] 施锦, 詹佑邦. 三维两粒子赤道纠缠态的概率远程制备[J]. *量子电子学报*, 2008, 3: 307-311.