

Describe Quantum Mechanics in the Dual 4-Dimensional Complex Space-Time

Guoqiu Zhao

China Institute of Basic Science of Hubei, Wuhan
Email: zhao66@126.com

Received: Aug. 23rd, 2013; revised: Sep. 20th, 2013; accepted: Sep. 28th, 2013

Copyright © 2013 Guoqiu Zhao. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Abstract: Spin is the inherent attribute of the micro-object. Micro-object can be understood as a rotating matter ball which is limited in a certain spatial distribution that can not be appropriately abstracted as a particle in the micro-environment. The rotation frequency is defined by $\nu = E/h$, radius of curvature is defined by $R = \hbar/p$. Micro-object exists in the dual 4-dimensional complex space-time. The rotation and movement of the micro-object generate matter waves. Information of space structure and matter field density distribution of the micro-object can be propagated by matter waves. The establishment of complex space-time curvature coordinate is a geometric matter of micro-object itself (geometry of matter). Matter waves are real. Matter field density distribution and probability distribution of micro-object can be mutual mapped, micro-object can not be appropriately abstracted as a particle and its rotating and vibration are the physical source of micro-object probability event in quantum measurement.

Keywords: Micro-Object; Matter Ball; Matter Waves; Curvature; Probability; Indeed

双四维时空的量子力学描述(量子力学曲率诠释)

赵国求

湖北省华夏基础科学研究院, 武汉
Email: zhao66@126.com

收稿日期: 2013年8月23日; 修回日期: 2013年9月20日; 录用日期: 2013年9月28日

摘要: 自旋是微观客体的固有属性。微观客体是“限制在一定分布空间的转动场物质球”, 转动频率由 $\nu = E/h$ 定义, 曲率半径由 $R = \hbar/p$ 定义, 存在于双 4 维复数空间。微观客体的旋转与运动生成物质波。物质波传播微观客体空间结构及物质场密度分布的波动信息。复数时空曲率坐标的建立, 是微观客体自身物质的几何化。物质波是实在的, 物质场密度分布与概率分布可以相互映射, 微观客体的非点特性及其旋转振动是量子测量中微观客体概率事件的物理源头。

关键词: 微观客体; 物质球; 物质波; 曲率; 概率; 实在

1. 引言

任何客体都在时空中运动, 在实 4 维时空中我们采用质点模型, 描述质点的运动规律; 但任何客体都不是“点”, 微观客体也不例外。如何描述一个不是

点, 既是粒子又是波的微观客体的运动, 现有的理论困难表明, 单纯的实 4 维时空能力有限。而对量子现象的分析表明, 在微观环境下, 再用质点抽象不合适^[1,2]。我们把不是点的微观客体自身 4 维空间结构变

化的内在运动规律用复数时空的虚部来描述, 并与外部实 4 维时空组合起来, 共同描述不是点, 既是粒子又是波的微观客体的运动。具有上述给定物理意义的复数空间我们把它叫做双 4 维复数时空, 用双 4 维复数时空讨论量子力学问题, 称双 4 维时空的量子力学描述^[3]。

微观客体的表面曲率 k 具有空间结构意义, 微观客体自身的 4 维空间结构, 由双 4 维复数时空的映射空间——双 4 维复相空间的虚部曲率坐标 k_1, k_2, k_3, k_4 来描述, 微观客体在实时空中的位置, 由双 4 维复数时空的实部坐标 x_1, x_2, x_3, x_4 来描述, 其中虚部曲率坐标 k_2, k_3, k_4 分别与实部位置坐标 x_2, x_3, x_4 对应, 而 $k_1 = mc/\hbar$, 则与 $x_1 = ct$ 对应。

人类生活的世界本身就是复数。因此, 双 4 维复数时空的虚部具有时空意义是可以理解的, 它比把引力几何化变成时空曲率相比, 更加自然, 但意义不同, 不能混同。

2. 量子力学中微观客体波粒二象性物理模型历史简介

1923~1924 年间德布罗意类比光的波-粒二象性, 提出并论证实物粒子也有波动性假设, 不久就得到了实验证实。围绕如何理解微观客体的波-粒二象性, 薛定谔假设: 微观客体的运动, 象“限制在包壳中的弹性流体”的振动, 由弹性流体压力方程的解, 引出电子运动的波函数, 再代入“流体压力方程”, 得到薛定谔波动方程^[4-p8-9]。薛定谔认为波是基本的, 粒子由波构成。波函数的平方是电荷 e 的权值分配函数^[4-p12]。薛定谔假设因无法解决多维空间与波包扩散困难, 而被多数物理学家放弃。德布罗意假设: “粒子内部对应一个波(振动)”, 粒子的运动形成物质波, 粒子骑在波上, 波引导粒子而行^[5-p66]。德布罗意后来坚持“双重解理论”, 非线性解在中心, 构成粒子, 平面波解在外围, 导行粒子^[6]。德布罗意的粒子用的是点模型, 质点不会有“内部”, “质点内部有波”更不好理解。非线性解数学难度大, 发展缓慢。德布罗意假设没有得到主流物理学家的认可。哥本哈根学派则认为: 微观客体是“位置和动量均具有本质不确定性的点粒子, 并受测不准关系限制”^[7-p76-78]。单粒子具有波性, 物质波就是概率波, 波函数的平方是单位体积内点粒子的分布概率^[7-p51-54]。哥本哈根诠释尽管是量子力学

的主流学派, 但由此引来波函数本身有没有实在性的问题, 引来决定论与非决定论, 域性与非域性, 实在论与反实在论等争论^[7-p67-99], 直到现在也没有平息, 各种质疑声不绝于耳。玻姆的隐变量理论, 避开冯·诺意曼论证的制约, 只按经典哈密顿——雅可比理论的要求, 将薛定谔方程变形并赋义, 提出单粒子系统的量子力学因果解释。试图说明概率背后的决定论因素。玻姆认为, 在微观领域, 理论中的微观粒子应视为实实在在的连续运动着的粒子, 不仅受经典势 U 的作用, 还受到量子势 Q 的作用。量子势与薛定谔波函数 ψ 有关, 任何具体情形, 都由薛定谔方程的实际解确定^[7-p328]。量子势的存在是经典理论与量子理论之间差别的主要原由。尽管玻姆的隐变量理论得到了一些物理学家的赞许, 但哥本哈根概率诠释的统治地位, 并没有因为玻姆的挑战而动摇。

3. 双 4 维复数时空量子力学描述物理概念准备

本文我们用角标 0 表示与“静态”微观客体相关的物理量, 而用角标 1、2、3、4, 表示 4 维时空及与“动态”微观客体相关的物理量。

1) $p_0 = m_0c$ 称为“静态”微观客体的康普顿动量。 m_0 为静质量。象静能 $E_0 = m_0c^2$ 一样, p_0 是不可直接观察量, 是“自在实体^[註 1]”的属性。2) $p_1 = mc$ 称为“运动”微观客体的康普顿动量。 m 为动质量。3) $p = mv$ 为运动微观客体的相对论动量, p 是可观察量。 m 为动质量。4) $\lambda_0 = h/m_0c$ 为“静态”微观客体的康普顿波长, 亦是“自在实体”的属性。5) $\lambda_1 = h/mc$ 称为“运动”微观客体的康普顿波长。6) $\lambda = h/mv$ 为运动微观客体的德布罗意物质波波长。7) $R_0 = \hbar/m_0c$ 、 $K_0 = m_0c/\hbar$ 称为“自在实体”的曲率半径和曲率的“静态”呈现, 是不可直接观察量。常用来指称“静态”微观客体的特征长度和特征曲率。8) $R_1 = \hbar/mc$ 、 $k_1 = mc/\hbar$ 称为运动微观客体的曲率半径和曲率; R_1 也常称为“运动”微观客体的特征长度。9) $R = \hbar/mv$ 、 $k = mv/\hbar$ 称为动量 p 对应的曲率半径和曲率, 是量子力学主要研究对象。

4. 微观客体的几何描述

4.1. 微观客体——场物质球的建构

微观客体不是点, 是“限制在一定分布空间的转

动场物质球。在相应的微观环境中，也不适宜做质点抽象。^[1,2]

在微观世界，承载微观客体物质实在性的，是微观客体的曲率半径和曲率。若 m_0 为其静质量，“静态”微观客体曲率半径由

$$R_0 = \hbar/m_0c \quad (1)$$

建构。 R_0 呈现“静态”微观客体“内在”物质波场分布的广延性。而曲率 K_0 由

$$K_0 = 1/R_0 = m_0v/\hbar \quad (2)$$

定义。呈现“静态”微观客体“表面”的弯曲程度。

运动微观客体曲率半径 R_1 与曲率 k_1 分别定义为 $R_1 = \hbar/mc$ ， $k_1 = 1/R_1 = mc/\hbar$ ， m 为动质量。动质量可变，运动微观客体的曲率半径 R_1 与曲率 k_1 是可变的。

R_1 的取值范围： $0 < R_1 = \hbar/mc \leq R_0$ ；

物质波场在物质球内，球外是空的；

曲率 k_1 的取值范围： $K_0 \leq k_1 = mc/\hbar < \infty$ ；

物质波场映射到曲率球外，球内是空的^[3]。

微观客体的转动频率由 $\nu = E/h$ 定义，与量子力学及相对论的基本假设一致。

若 m 为物质场质量，微观客体场物质密度可定义为

$$\rho_m = m/V = \eta_k(k)$$

式中 $V = V(R)$, $R = R(k)$ ，物质场密度 $\eta_k(k)$ 是曲率 k 的函数。可以证明：场物质球减小， k 增大，物质场密度 η_k 升高；场物质球增大， k 减小，物质场密度 η_k 降低， η_k 与 k 正相关。

物质波场球内、球外可以相互映射，采用曲率半径 R 或者曲率 k 的运动与变化描述微观客体等价。物质球曲率半径 R (或者曲率 k) 的变化，必然带来微观客体物质球内物质场密度 $\eta_k(k)$ 分布的变化，这将为我们理解波函数的物质实在性提供了基础。

曲率 k 的引入是对波矢(波数)物理意义的拓展，是物质几何化的又一案例。也可称此为量子力学的另一种几何化方法。物质波场的运动状态与微观客体受到的相互作用相关。

4.2. 动量 p 、 p_1 、 P_0 ，曲率 k 、 k_1 、 K_0 的内在联系

若 m ， m_0 是微观客体的动、静质量，由相对

论能量关系式 $E^2 = (mv)^2 c^2 + m_0^2 c^4$ 可得 p_1 、 p 、 P_0 ， k_1 、 k 、 K_0 的矢量关系 $p_1 = p + p_0$ ， $k_1 = k + k_0$ ， k_1 、 $k_{(2,3,4)}$ 构成微观客体的 4 维曲率 $k(k_1, -k_2, -k_3, -k_4)$ ，其中 $k_1 = mc^2/c\hbar = mc/\hbar$ 。

K_0 不可直接观察，在本体世界； $k_{(2,3,4)}$ 有可观察现象对应，在现象世界。 k_1 是联系本体世界和现象世界的桥梁(类似光锥面)。

动量 p 是动量 p_1 在三维空间方向上的投影分量。 k_1 是用“动量” $p_1 = mc$ 建构的“场物质球 R_1 ”的曲率； $k_{(2,3,4)}$ 则是 k_1 三维空间方向上的投影分量，与 $p_{(2,3,4)}$ 对应。

微观客体的曲率半径和曲率抽象，类似于宏观客体质点抽象，象质点具有物质的实在性一样，曲率半径和曲率也具有物质的实在性。

4.3. 物质球存在的坐标复空间与曲率复空间

在宏观大尺度下去观察微观客体，微观客体被简化为质点。质点可与 4 维实空间的几何点对应，其位置有确定的几何坐标，不管它作轨道运动或概率运动，4 维实空间就可以完全描述。

在微观尺度下去观察微观客体，当微观客体所在的环境空间(如单缝、双缝等)与其自身的空间尺度(波长 $\lambda/2\pi$)差不多时，微观客体既是粒子又是波，不宜做质点抽象。质点模型不适用。我们必须用转动的场物质球模型，并描述在双 4 维复空间 $z_\mu = x_\mu + y_\mu$ 。

4.3.1. 坐标复空间

$$z = x + iy = re^{i\alpha} \quad (3)$$

$$r = r(x, y) \quad r = (x^2 + y^2)^{1/2}$$

描述球心在坐标原点的复空间球面坐标。

若上述复数的模 r 由微观客体曲率半径 R 定义，令 $r = R$ ，则上述复空间的球面坐标，描述一半径为 R 的场物质球球面坐标。

对于“静态”微观客体， $R = R_0 = \hbar/m_0c$ ， R_0 是一个与运动无关的不变量。若 R 为运动微观客体的曲率半径，曲率半径 R 会因运动速度的增大而变小，其变化范围为 $0 < R = \hbar/mc \leq R_0$ ，场物质球描述在坐标复空间。

复空间相位角 α 与其坐标 x, y 的关系：

$$\text{ctg}\alpha = (1/y) \cdot x \quad (3')$$

α 是 x, y 的函数 $\alpha = \alpha(x, y)$ 。但虚坐标 y 出现在相位函数的分母上, 若以 $(1/y) \cdot x$ 为物质波相位角, 正好保证微观客体运动时物质波相位角的无量纲特性。

4.3.2. 曲率复空间

引入曲率复空间:

$$w = 1/z^* = u + iv = (1/r)e^{i\alpha} = ke^{i\alpha} \quad (4)$$

W 是 z 的映射空间, 描述球心在坐标原点, 模为 $k = 1/r$ 的曲率球球面坐标。同样, 若 k 由微观客体场物质球的曲率 $k = 1/R$ 定义, 则曲率复空间 W , 描述一半径为 R 的场物质球的曲率球球面坐标。对于“静态”微观客体有 $k = K_0 = 1/R_0$, 运动微观客体的曲率 k 要增大, 且 $K_0 \leq k = mc/\hbar < \infty$ 。

对于 z 空间, 物质波场在球内, 球外是空的; 而对于映射空间 W , 物质波场通过曲率映射到球外, 球内是空的。相对于场物质球, z 空间与 W 空间相互映射, 描述同一物质波场。 R, k 的大小与变化直接反映场物质球几何结构变化, 也反映物质波场物质密度分布与变化。

象质点与实空间几何点对应一样, 在实空间, 用质点的运动描述物体的轨道运动或概率分布; 而在双 4 维复空间, 则用曲率半径 R 和曲率 k 在时空中的运动和变化描述物质波。而 R 和 k 在四个相互垂直的二维复平面上的投影分别为 $R(R_1, -R_2, -R_3, -R_4)$, $k(k_1, -k_2, -k_3, -k_4)$ 。

5. 物质波的生成及其相位与相应的复数时空

描述一个球状微观客体的运动, 除了阐明它的位置(球心或球面上点的位置)变化之外, 还得同时阐明运动中球体结构(表面弯曲)的变化。这样, 描述有球形结构的微观客体, 原来的 4 维实时空的几何性质不够用。引入双 4 维复时空 $Z_\mu = X_\mu + iY_\mu$ 可以解决上述困难。虚部 iY_μ 描述运动中微观客体球体结构的变化, 与 $z = x + iy = re^{i\alpha}$ 关联。球面结构(弯曲)由球面 A 点的曲率半径 R 和曲率 k 表征。双 4 维复时空的虚部 iY_μ 隐含有与微观客体结构 (R, k) 相关的物理意义。

量子力学双 4 维时空 = 外部 4 维实空间 + 微观客体 4 维结构空间 = 外部 4 维实空间 + 4 维量子伴

生空间, 即 $Z_\mu = X_\mu + iY_\mu$ 。微观客体 4 维结构空间在虚部。点粒子是 0 维的, 自身结构被忽略, $Y_\mu = 0$, 只有 4 维外部空间。

5.1. 物质波的生成及波函数的推导

自旋是微观客体的固有属性。自由微观客体内部物质场的旋转运动, 在自身坐标系用坐标复空间表示为 $z' = x' + iy' = re^{i\omega t'}$, ω 为微观客体内部物质场旋转的角频率。

设“静态”微观客体自身的坐标系为 $k'(x', t')$, “静态微观客体内部物质场的旋转运动”, 以自身坐标系的时间 t' 为自由变量的物质波运动方程是

$$\psi_0 = A_0 \exp(i\omega_0 t') \quad (5)$$

式中, $\omega_0 = m_0 c^2 / \hbar$, $A_0 = R_0 = \hbar / m_0 c$ 。 R_0, ω_0 与空间位置无关, 相位只与时间 t' 有关。

若微观客体 (K' 系) 以速度 v 相对坐标系 $K(x, t)$ (观测系) 沿 x 轴正方向匀速运动, 利用洛仑兹变换

$$t' = (t - vx/c^2) / (1 - v^2/c^2)^{1/2}$$

代入式(5)得

$$\begin{aligned} \psi &= A \exp\left\{i\omega_0 (t - vx/c^2) / (1 - v^2/c^2)^{1/2}\right\} \\ &= A \exp\left\{-i\omega (vx/c^2 - t)\right\} \\ &= A \exp\left\{-i(\omega vx/c^2 - \omega t)\right\} \\ &= A \exp\left\{-i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{x} - Et) / \hbar\right\} \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\omega = \omega_0 / (1 - v^2/c^2)^{1/2} = mc^2 / \hbar$, $E = mc^2$, $\omega t = Et / \hbar$, $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$, m 为动质量。

式(6)就是量子力学中自由粒子物质波平面波波函数。显然, 物质波是“旋转场物质”的波动运动! 物质波如何生成的问题得到了圆满解决, 相对论与量子力学在逻辑起点上一开始也得到了统一。这为消除相对论与量子力学理论内在矛盾打下了基础, 也为量子场论建立之初假设波函数 ψ 为连续物质场提供了依据。这是量子力学的一个重要进展。

但我们不应该就此满足, 对波函数相位的认识不能停留在能量、动量表达形式 $(\mathbf{p} \cdot \mathbf{x} - Et) / \hbar$ 上。我们必须追究与波函数(6)式对应的相空间新的物理意义, 寻找波函数振幅和相位与微观客体内在结构之间的

联系, 揭示相空间的物理本质, 否则量子力学点模型造成的困难将仍然难以解决。此外, 必须注意:

1) 波函数(6)式的物质性和实在性物理意义表明, 它不能再简单地认为是量子力学正统解释中的概率波, 尽管数学形式完全相同。

2) “点”是不可能转动概念的, “场物质球”转动模型必然有“点”模型不同的新东西, 辟如有曲率半径、曲率、自旋、物质球内物质场的密度分布等等概念的出现, 这对挖掘波函数(6)式相空间新的物理意义, 解决量子力学原有困难, 一定有重要作用。

3) 我们仍然必须考虑波函数(6)式与量子力学概率事件之间的内在联系, 寻求理论与实验现象之间合乎逻辑的说明。

5.2. 波函数相位的物理意义探讨

将波函数(6)作如下演绎, 波函数将呈现微观客体自身空结构的变化。

$$\begin{aligned} \psi &= A \exp\{-i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{x} - Et)/\hbar\} \\ &= A \exp\{-i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{x} - mc \cdot ct)/\hbar\} \\ &= A \exp\left\{-i\left[(1/R)^\mu x_\mu\right]\right\} \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $R_1 = \hbar/p_1$, $ct = x_1$, $R_{2,3,4} = \hbar/p_{2,3,4}$, $\mu = 1, 2, 3, 4$ 。 R_1 、 $R_{2,3,4}$ 刚好是 R 在四个相互垂直的二维复平面上的投影分量 $R(R_1, -R_2, -R_3, -R_4)$ 。物质波的相位角 α 已经是 x, R 的无量纲函数。而 $R = R(k)$ 表明 R 与场物质球的物质密度相关, 振幅 A 有明显的物理意义。因为 $\text{ctg} \alpha = x/iR = -i(x/R)$ 是物质波的无量纲相位角, 波函数(6)式已经在 $Z = X + iR$ 构成的复数物理时空中, 或者说物质波的背景空间是双 4 维复数物理时空 $Z_\mu = X_\mu + iR_\mu$ 。相对论时空中运动的那个“转动场物质球”, 通过其“半径 R ”, 将球面某点弯曲形态的变化, 自动显现在复数物理时空 $Z_\mu = X_\mu + iR_\mu$ 的虚部。双 4 维复空间 $Z_\mu = X_\mu + iY_\mu$ 隐含的物理意义得到了彰显。

由于 $k = 1/R$, 波函数(6)式还可进一步演绎成

$$\begin{aligned} \psi &= A \exp\{-i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{x} - p_1 \cdot x_1)/\hbar\} \\ &= A \exp\{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - k_1 \cdot x_1)\} \\ &= A \exp\{-i(k^\mu x_\mu)\} \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $k = 1/R = mv/\hbar$, $k_1 = mc/\hbar$, $ct = x_1$, $\mu = 1, 2, 3, 4$ 。

物质球与曲率球可相互映射, 式(8)是式(7)的映射波函数, 描述同一微观客体的物质波。而 k^μ 是矢量 k 在四个相互垂直的二维复平面上的投影分量 $k(k_1, -k_2, -k_3, -k_4)$, 并构成 4 维曲率坐标, 描述微观客体自身的结构。式(8)与双 4 维复相空间 $k^\mu x_\mu$ 中的波函数形式相同, 因而又自动引出双 4 维复相空间 $k^\mu x_\mu$ 。双 4 维复相空间 $k^\mu x_\mu$ 与复数物理时空 $Z_\mu = X_\mu + iR_\mu$ 描述物质波等价。相空间 $k^\mu x_\mu$ 有了新的物理意义。

可见, 微观客体运动, 物质波显现的同时, 复数数学空间演绎生成了复数物理时空。复数物理时空的虚部描述的是场物质球的几何结构(或物质场的密度分布), 并自动映射出双 4 维复相空间 $k^\mu x_\mu$ 。波函数的推导中完全展示了物质波的物理来源和所在的物理时空。场物质球物理模型让量子力学内在逻辑首尾完全自恰。

5.3. 波函数的物理意义分析

1) 可以肯定, 双 4 维复数时空中的物质波本质上不是“概率波”, 当然更不是“动量波”、“能量波”。波函数中的“动量”、“能量”必须转化为与微观客体自身物质占有空间相关的物理量。目前除了曲率表达的空间结构波(亦或场物质的密度分布波)外, 尚看不出更合适的物理概念概括。这就是我们力举为微观客体建构曲率半径和曲率概念的理由。曲率半径 R 作为定义直接给出(类似波长和动量、频率和能量相互定义), 动量 p 和曲率 k 表面上看只是相差一个常数项 \hbar , 但概念上却发生了本质变化, 绝非只是形式上换个说法而已。 R 与转动频率 $\nu = E/h$, 刚好构造了完整的“转动场物质球”假设, 体现在波函数的相位中, 理论首尾一致。这不是偶然的巧合, 而是内在规律的必然。“概率波”只能是曲率表达的空间结构波的宏观转化形式, 在现象观察世界。物质波波函数 $\psi(x, k)$ 与微观客体概率分布函数 $\psi(x)$ 的映射关系及其物理机制, 我们将在下文讨论。

2) 曲率的大小既反映微观客体表面的弯曲程度, 同时也体现微观客体的大小及其内物质波场的密度分布。曲率无穷大是点粒子, 物质波场密度无穷大, 粒子性最强; 曲率为 0 ($p = 0$), 是平面, 粒子性消失, 体积无穷大, 物质波场密度为零。这是两种极限状态,

自然界中并不存在，只能是理论抽象，真实的微观客体则存在于两者之间。曲率的大小是微观客体粒子性和物质波场密度的量度，曲率和物质波场密度的变化产生物质波。式(8)正是描述微观客体在时空中自身空间结构形态变化的波函数，当然，也是物质波场密度变化的波函数。

对于微观客体物质球而言，其表面的弯曲程度与其内在物质密度分布及相互作用分布应是相辅相成的，因此曲率 k 的大小应是此场物质密度分布及相互作用分布的直接表达。曲率场 k 不是电磁场，也不是引力场，更不是强作用场、弱作用场，它代表一个新的波物质场类别。曲率波应是物质场(由曲率场 k 表征)的波动物理实现，可以在时空中传播。

对自由微观客体 A 是常数(归一化因子)；自旋不为 0，振幅 A 应是一个矩阵，自旋为 0 的微观客体，可看作各自旋的叠加，和为 0；在势场中， $A = A(x, k)$ [亦或 $A = A(x, R)$]，即 A 是 x 和 k (或 R) 的函数，满足归一化条件。这些我们将在下文讨论。

3) 微观客体运动，物质波生成的同时，双 4 维复相空间 $x_\mu = (x_1, -x_2, -x_3, -x_4)$ ， $k_\mu = (k_1, -k_2, -k_3, -k_4)$ 也自动映射生成。双 4 维复相空间中， x 表示了实 4 维时空，而 k 表达了微观客体自身的时空结构，即，矢量 (x, k) 整体构造了一个具有物理意义的量子力学新复相空间，将微观客体自身的空间结构与外在的 4 维时空统一起来，描述微观客体的波动运动。双 4 维复相空间描述的微观客体的波动运动是真实的物质波而不是概率波。

4) 从复数空间到双 4 维复数时空，再到双 4 维复相空间，这里我们利用了 z 平面到 W 平面映射的物理意义，借助了微观客体的运动及能量、频率关系的假设和相对论时间坐标的变换。坐标复空间是物质球所在空间；曲率复空间是曲率球所在空间；而双 4 维复数时空和双 4 维复相空间，则是物质波所在空间。物质球与曲率球相互映射，转动的场物质球及其运动是物质波的生成源。

5) 必须指出，在复数时空中，微观客体的运动并不会使圆变扁。因为实时空运动方向上的长度收缩变成了复时空中圆半径的全空间统一收缩。微观客体因运动而使其分布半径减小，已为实验证实，而且理论计算与实验符合得相当好^[8-p434]。

当 $m = m_0$ ， $E = m_0 v^2/2$ 时，式(6)是“非相对论性物质波波函数”，符合薛定谔方程。

将狄拉克算符作用于相对论波函数式(6)就得到狄拉克方程，如不考虑本体论基础，波矢 k 空间与曲率 k 空间数学应用形式上等价；而将薛定谔算符作用于式(6)的经典极限形式——“非相对论性物质波波函数”，就得到薛定谔方程。

5.4. 复、实两个空间频率与能量，波长、曲率半径、曲率与动量可相互定义

物质波是微观客体在复数时空中的基本存在形态，而在实空间的基本存在形态是点粒子，二者是可以相互映射的。物质波波频与能量，由 $\nu = E/h$ 相互定义；物质波波长与动量，由 $\lambda = h/p$ 相互定义；微观客体的曲率与动量，可由 $k = p/\hbar$ 相互定义。动量与动量算符(对空间微分——体现空间结构的变化)的等价性启示人们，动量与空间结构应该有某种内在联系。物理系统总体波函数波长可以通过广义的德布罗意关系式来定义^[9]。

曲率 K_0 是微观客体固有的不变量，与其运动状态无关，我们称其为固有量子曲率，代表“自在实体”的本质不变性。微观客体有最大的固有曲率半径 $R_0 = \hbar/p_0$ 和最小的固有量子曲率 $K_0 = p_0/\hbar$ 。而 $k_{(2,3,4)}$ 只是微观客体运动中动量 p (运动增量)产生的曲率。它是量子力学的主要研究对象。

作为“自在实体”，任何单个稳定微观客体都是一倍波长 λ_0 的康普顿物质波驻波。匀速运动微观客体是一倍波长 λ_1 的康普顿物质波驻波。非匀速运动微观客体，波长变化，打破了原驻波条件，不稳定中就会有吸收与辐射产生，直到新的驻波条件出现。原子中的定态驻波是电子能级运动中动量 p (运动增量)的对应物，与势函数 U 的分布和德布罗意物质波波长 λ 稳定不变相关；它的运动与变化，有宏观可观察现象对应，描述在现象世界，是量子力学氢原子主要研究对象。

在与微观客体物质波波长相当的空间中，其广延性内在运动得到观察，复数时空物质波场的变化及运动得以呈现；在广域实时空中，其内部运动可以忽略，微观客体表现为内部运动不变的粒子运动形态，并可抽象成质点；微观客体既是粒子也是波，波、粒同时

存在, 看在什么环境下观察(测)到它。因此, 微观客体的运动, 既可简化成实时空空间点粒子的运动, 也可还原成复数时空空间物质波的运动。

可见, 自然界任何客体都存在、运动于双 4 维复数时空中, 既有实数部分, 又有虚数部分。在宏观或经典环境下, 物体只显现出经典物理性质, 复数时空虚部无法得到显示, 物体的运动表现为实 4 维空间质点的运动。而在微观环境下, 双 4 维复数时空的虚部本质得以显现, 物质波的存在形态得到展示。双 4 维复数时空(双 4 维复相空间)将 4 维实时空与 4 维虚时空统一起来了。这就是微观客体运动的整体性。

6. 双 4 维复空间(双 4 维复相空间)的数学准备

6.1. 双 4 元数复空间, 可定义如下

$$z_\mu = x_\mu + iy_\mu \quad z_\mu^* = x_\mu - iy_\mu$$

这里 x_μ 可以看成双 4 元数复空间实 4 维时空坐标矢量, 即 $x_\mu = (x_1, -x_2, -x_3, -x_4)$, y_μ 可以看成双 4 元数复空间与微观客体的曲率 K 相关的洛伦兹矢量, 即

$$y_\mu = k_\mu = (k_1, -k_2, -k_3, -k_4),$$

由是生成了双 4 维复相空间

$$x(x_1, -x_2, -x_3, -x_4), k(k_1, -k_2, -k_3, -k_4)$$

复相空间 $W'(x, k)$ 是物质波所在空间(双 4 维复数时空 $Z = X + iR$ 的映射空间), 双 4 维复相空间 $W'(x, k)$ 具有了实在论物理意义。

其度规张量 $g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$, 所以

$$x^2 = x_\mu g^{\mu\nu} x_\nu = x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 - x_4^2,$$

$$y^2 = y_\mu g^{\mu\nu} y_\nu = k_1^2 - k_2^2 - k_3^2 - k_4^2,$$

以及 $|z|^2 = zz^* = x^2 + y^2$, $|z'|^2 = zz^* = x^2 + k^2$ 都是 Lorentz 不变量。

作矢量 X 与矢量 K 的点乘积

$$k \cdot x = k_1 \cdot x_1 + k_2 \cdot x_2 + k_3 \cdot x_3 + k_4 \cdot x_4$$

由位置矢量 X 与曲率矢量 K 的分量构成的双 4 维复相空间, 其点乘积构成的相位角 $(k^\mu \cdot x_\mu)$, 正好也满足无量纲洛伦兹标量的要求。物质波 ψ 由双 4 维复相空间 $W' = x + ik$ 来描述, $W' = x + ik$ 与 $Z = X + iR$ 对物质波 ψ 的描述等价。

相位角 $k^\mu \cdot x_\mu$ 中, $k_{(2,3,4)} \cdot x_{(2,3,4)}$ 展示微观客体三维径向运动方向曲率 k 及位置 x 的变化对相位角的影响; 而 $Et/\hbar = mc \cdot ct/\hbar = k_1 \cdot x_1$ 展示微观客体自转运动状态对相位角的影响。微观客体径向运动和自转运动在物质波的相位中都有确实反映。物质波 ψ 则是径向运动描述与转动描述的合成。可以证明, 后者就是加载在自由运动之上产生随机运动的那个“高频无规则颤动”^[10]。如果微观客体运动状态与时间无关, 将形成波函数的定态。

6.2. 复数球

量子力学波函数 ψ , 由曲率球的旋转与运动形成, 是双 4 元数复空间实坐标与复坐标的函数。复数可以在复数球上定义。以二维复平面为例, 见图 1。

图(1)中复平面

$$W = 1/z^* = Ae^{i\theta} = u + iv \quad (9)$$

$$W^* = 1/z = Ae^{-i\theta} = u - iv \quad (10)$$

$$|A|^2 = u^2 + v^2 \quad (11)$$

若复数 $z = x + iy = re^{i\theta}$, 因 $r = R$, 则 $A = 1/r = 1/R = k$, R 是微观客体的曲率半径, $k = 1/R$ 是微观客体的曲率。

复数 $W = 1/z^* = Ae^{i\theta}$ 中, 当 $r \rightarrow 0$, $|z^*| \rightarrow 0$, $W \rightarrow \infty$, 是北极奇点; $r = 0$, $|z^*| = 0$, W 无定义。可以认为此时映射到复球外, 成为实空间中的几何点。

而对应于微观客体, 曲率半径(曲率)的演变是: $R \rightarrow 0$, $k \rightarrow \infty$; $R = 0$, $k = \infty$, 是质点, 正好与实

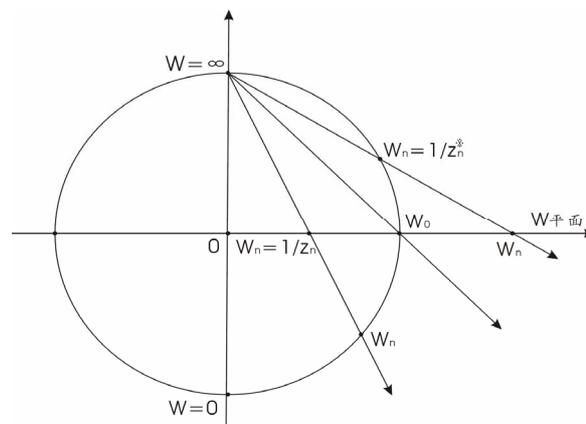


Figure 1. Plural ball—the Riemann ball
图 1. 复数球——黎曼球

空间的几何点对应。复空间的曲率模型演变成了实空间的质点模型^[12-1]。

在复空间,当 $0 < r \leq r_0$, $k_0 \leq k < \infty$ 时,对应微观客体 $0 < R \leq R_0$, $K_0 \leq k < \infty$, 微观客体呈现为物质波;而物质波映射到实空间将呈现点粒子的概率分布。具体数学分析将在第 7 节、第 8 节讨论。

复数球内外映射的物理机制与意义还可理解为:从 4 维复时空非点模型映射到 4 维实时空,微观客体自身的 4 维 K 空间,通过曲率 $K \rightarrow \infty$, 紧致化为零维,成为 4 维实时空中的点粒子。微观客体自身的波动运动,也变成了微观客体的点粒子运动。

7. 双 4 维复时空的物质波

双 4 维复空间,复数波函数

$$\psi(x, y) = u(x, y) + iv(x, y) = A(x, y) \exp(-iy^\mu x_\mu) \quad (12)$$

波函数必须是解析函数,所以它的实部和虚部应满足 Cauchy-Riemann 条件:

$$\nabla_x u(x, y) = \nabla_y v(x, y)$$

$$\nabla_y u(x, y) = -\nabla_x v(x, y)$$

复数波函数振幅

$$A(x, y) = [u(x, y)^2 + v(x, y)^2]^{1/2}$$

将式(12)中用 $y = k$ 代换,得双 4 维复相空间坐标 (x, k) 描述的物质波波函数^[11]

$$\begin{aligned} \psi(x, k) &= A(x, k) \exp\{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - Et/\hbar)\} \\ &= A(x, k) \exp(-ik^\mu x_\mu) \end{aligned} \quad (13)$$

在定态情况下, $A(x, k)$ 仅与三维空间坐标和三维曲率坐标有关,即

$$A(x, k) = A(\mathbf{x}, \mathbf{k})$$

\mathbf{k} 与势函数 $U(x)$ 相关,微观客体的内在运动状态与微观客体受到的相互作用相关;物质波的振幅,是空间坐标与微观客体自身空间结构信息变化的函数。它满足如下微分方程

$$\begin{aligned} H(\mathbf{x}, \mathbf{k}) \exp\left[i/2(\bar{\partial}_x \bar{\partial}_k - \bar{\partial}_k \bar{\partial}_x)\right] A(\mathbf{x}, \mathbf{k}) \\ = H(\mathbf{x}, \mathbf{k}) * A(\mathbf{x}, \mathbf{k}) = EA(\mathbf{x}, \mathbf{k}) \end{aligned} \quad (14)$$

$H(\mathbf{x}, \mathbf{k})$ 为体系的经典哈密顿函数。这里*运算就是

Moyal 乘积,定义如下:

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}, \mathbf{k}) * g(\mathbf{x}, \mathbf{k}) \\ = f(\mathbf{x}, \mathbf{k}) \exp\left[i/2(\bar{\partial}_x \bar{\partial}_k - \bar{\partial}_k \bar{\partial}_x)\right] g(\mathbf{x}, \mathbf{k}) \end{aligned}$$

任何物理量 $F(\mathbf{x}, \mathbf{k})$ 在这个定态下的平均值可以写成

$$\bar{F} = \langle F \rangle = \hbar \int_{-\infty}^{\infty} F(\mathbf{x}, \mathbf{k}) A(\mathbf{x}, \mathbf{k}) dx dk \quad (15)$$

物理系统总体波函数波长可以通过广义的德布罗意关系式来定义。如何理解通过 Dirac 变换理论得到的其他表象中的波函数的物质性质,非定态方程的建立以及电子作为真正的物质波如何进入氢原子体系^[12-2], 将是我们下一步的工作。

8. 物质波波函数 $\psi(x, k)$ 与概率分布函数 $\psi(x)$ 的映射关系

双 4 维复相空间中点 (x, k) 表示: k 描述 4 维复空间微观客体自身的空间结构, x 是此微观客体在 4 维实时空的位置。矢量 $k(k_1, k_2, k_3, k_4)$ 表示微观客体在 k 空间某一具体存在形态,矢量 $x(x_1, x_2, x_3, x_4)$ 则是同一具体存在形态在 4 维实时空的一个具体位置。微观客体在双 4 维复相空间 (x, k) 展示曲率(亦或物质场密度)变化的波动——物质波。

8.1. 物质波波函数 $\psi(x, k)$ 与概率分布函数 $\psi(x)$ 的映射关系

双 4 维复时空中的微观客体,在 k 空间展示的是空间广延性,在 x 空间则表现为点粒子出现的概率。波动性与粒子性的关系,由双 4 维复时空中的波函数和实 4 维时空中粒子的概率事件间的映射来确定。

我们已经证明,波函数

$$\begin{aligned} \psi(x, k) &= A(x, k) \exp\{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - Et/\hbar)\} \\ &= A(x, k) \exp(-ik^\mu x_\mu) \end{aligned}$$

描述双 4 维复时空中的物质波。振幅 $A(x, k)$ 是位置 x 和曲率 k 的函数,而 k 与微观客体物质球内物质场的密度分布相关。因此,振幅 $A(x, k)$ 也是微观客体物质球内物质场密度的分布函数。

定态波函数有: $A(x, k) = A(\mathbf{x}, \mathbf{k})$

微观客体在 4 维实时空的波函数 $\psi(x)$ 满足薛定谔方程或者 Dirac 方程,它与双 4 维复时空物质波波

函数的模 $A(\mathbf{x}, \mathbf{k})$ 有如下的映射关系^[11]:

$$A(\mathbf{x}, \mathbf{k}) = 1/(2\pi)^3 \int_{-\infty}^{\infty} d\xi e^{-i\xi\mathbf{k}} \psi^*[\mathbf{x} - (1/2)\xi] \psi[\mathbf{x} + (1/2)\xi]$$

4 维实时空概率密度、4 维复空间物质场密度, 均与双 4 维复相空间中物质波场的密度分布相关联。对振幅 $A(\mathbf{x}, \mathbf{k})$ 的积分运算中:

消去变量 k , 振幅 $A(\mathbf{x}, \mathbf{k})$ 映射到 4 维实时空, 得到 4 维实空间概率密度 ρ_x

$$\int_{-\infty}^{\infty} A(\mathbf{x}, \mathbf{k}) d\mathbf{k} = \psi(\mathbf{x})^* \psi(\mathbf{x}) = |\psi(\mathbf{x})|^2 = \rho_x(\mathbf{x}) \quad (16)$$

$\rho_x(\mathbf{x})$ 是微观客体在实时空的概率密度分布函数。

消去变量 x , 振幅 $A(\mathbf{x}, \mathbf{k})$ 映射到 4 维复空间, 得到 4 维复空间物质场密度 η_k

$$\int_{-\infty}^{\infty} A(\mathbf{x}, \mathbf{k}) d\mathbf{x} = \phi(\mathbf{k})^* \phi(\mathbf{k}) = |\phi(\mathbf{k})|^2 = \eta_k(\mathbf{k}) \quad (17)$$

$\eta_k(\mathbf{k})$ 是微观客体在复空间的物质场密度分布函数。

讨论: 双 4 维复时空将量子“测量”(观察)包含其中。不计虚部, 消去 k 变量, 即忽略微观客体自身的结构, 视微观客体为点粒子, 式

$$\int_{-\infty}^{\infty} A(\mathbf{x}, \mathbf{k}) d\mathbf{k} = \psi(\mathbf{x})^* \psi(\mathbf{x}) = |\psi(\mathbf{x})|^2 = \rho_x(\mathbf{x})$$

表达了从双 4 维复时空物质波场到 4 维实时空点粒子概率密度分布量子力学的转换机制。这里不需要量子塌缩, 需要的是认知环境的转换。在实时空, 归一化采用:

$$\int_{\tau} c\rho(x) d\tau = \int_{\tau} c|\psi|^2 d\tau = 1$$

而不计实部, 消去 x 变量, 即只计及微观客体自身的结构, 进入微观客体内部结构空间, 式

$$\int_{-\infty}^{\infty} A(\mathbf{x}, \mathbf{k}) d\mathbf{x} = \phi(\mathbf{k})^* \phi(\mathbf{k}) = |\phi(\mathbf{k})|^2 = \eta_k(\mathbf{k})$$

表达了从双 4 维复时空物质波场到 4 维复空间微观客体自身某一结构状态下物质场密度分布量子力学的转换机制。这里同样不需要量子塌缩, 需要的也只是认知环境的转换。在复空间, 归一化采用:

$$\int_V c\eta(k) dV = \int_V dV/V = 1$$

式(16)、(17)表明, 振幅 $A(\mathbf{x}, \mathbf{k})$ 隐含, 在双 4 维复相空间 (x, k) 点: 消去变量 k , 忽略微观客体自身的结构, 微观客体就以点粒子的概率事件在 4 维实时空中出

现; 而消去变量 x , 微观客体就是一个与空间位置无关, 有一定空间结构的客观存在, 表现为在 4 维复空间中自身空间结构对应的物质场密度分布; 物质场密度分布大的地方, 微观客体在那里出现的概率也高; 当 $k_{2,3,4} = 0$ 时, $k_1 = k_0 = m_0c/\hbar = \text{恒量}$, 这就是我们所说的“自在实体”的“静态”呈现。“自在实体”是与空间位置无关的、高频转动的永恒客观存在。微观客体在复空间具有的空间结构 (k_1, k_0) 及其物质场密度分布, 就是微观客体实时空出现概率事件的物理源头。微观客体自身空间结构的波动(高频“颤动”)才是传统解释“量子涨落引起概率事件”的根本原因^[12]。

其实, 就测量操作层面看, 式(17)中, 我们定义场物质密度 η 时, k 的邻域取半径为 R 的场物质球, 则式(16)中, 同一微观客体点模型在实空间 x 点的邻域, 定义微观客体——“质点”出现的概率密度也应用半径为 R 的球体。因为同一微观客体, 抽象成“质点”时, 其坐标的不确定性, 必须分布在微观客体自身之内(微观客体自身的大小导致位置测量时的不确定性——即康普顿波长 $\lambda_0/2\pi$ 的范围内)。物质均匀分布的自由微观客体——其内“质点”坐标的分布概率当是均匀的。而且, 物质球的体积 V (或 τ) 越小, 概率(物质)密度就越大; 物质球的体积 V (或 τ) 越大, 概率(物质)密度就越小。概率事件的出现与物质场密度(或曲率)分布正相关。

自然界是复数的。双 4 维复时空的存在, 是思考一切量子现象的逻辑起点, 该空间的物质性, 表明结构是实在的。复数本质地进入了量子力学。

8.2. 波函数、本征态、本征值

波函数

$$\begin{aligned} \psi(x, k) &= A(x, k) \exp\{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - Et/\hbar)\} \\ &= A(x, k) \exp(-ik^\mu x_\mu) \end{aligned}$$

在特定的测量条件下, 可做广义傅里叶分解, 对于定态波函数

$$H(\mathbf{x}, \mathbf{k}) * \psi_n(\mathbf{x}, \mathbf{k}) = E_n \psi_n(\mathbf{x}, \mathbf{k})$$

$$A(\mathbf{x}, \mathbf{k}) = \sum_0^{\infty} c_n \psi_n(\mathbf{x}, \mathbf{k})$$

$$\iint \psi_n(\mathbf{x}, \mathbf{k})^* \psi_m(\mathbf{x}, \mathbf{k}) d\mathbf{x} d\mathbf{k} = \delta_{nm} \quad (18)$$

分解系数的模平方就是实数空间测到质点在该本征态的概率。在原子内部由于本征态之间的非连续性特征, k 空间将具有对应能级的层级结构特性, 并且随着能级间距的缩小, 空间层级也将从不连续过渡到连续。这里希尔伯特空间功能将派上用场。

讨论:

1) $k_1 = mc/\hbar = \text{恒量}$, 即有 $m = \text{恒量}(v = \text{恒量})$,
 $\omega = mc^2/\hbar = \text{恒量}$

微观客体作匀速运动, 且自旋频率 ω (能量) 不随时间变化, $k = mv/\hbar$ (动量 p) 也不随时间变化。 k 与 k_1 均与时间 ($x_1 = ct$) 变化无关, 波函数的振幅有 $A(x, k) = A(\mathbf{x}, \mathbf{k})$ 。这就是所谓波函数的定态, 而且每一个具体的不变速度 v , 将对应一个本征态, 本征值。

2) $k_1 = mc/\hbar = \text{变量}$, 即有 $m = \text{变量}(v = \text{变量})$,
 $\omega = mc^2/\hbar = \text{变量}$

微观客体运动状态发生变化, 自旋频率(能量)发生变化。

① $k_1 \uparrow$, $k_1 = mc/\hbar$, 则 $m \uparrow$, $\omega = mc^2/\hbar \uparrow$, \rightarrow 微观客体转动频率加快, 由低频变到高频, ω (能量) 随时间变化。而 $k_1 \uparrow$, $m \uparrow$, 则 $v \uparrow$, $k = mv/\hbar$ (动量 p) \uparrow , $k = mv/\hbar$ (动量 p) 也随时间变化, 由低速变到高速。体现为微观客体吸收能量, 由低能级跃迁到高能级。

② $k_1 \downarrow$, $k_1 = mc/\hbar$, 则 $m \downarrow$, $\omega = mc^2/\hbar \downarrow$, \rightarrow 微观客体转动频率减慢, 由高频变到低频, ω (能量) 随时间变化。而 $k_1 \downarrow$, $m \downarrow$, 则 $v \downarrow$, $k = mv/\hbar$ (动量 p) \downarrow , $k = mv/\hbar$ (动量 p) 也随时间变化, 由高速变到低速。体现为微观客体释放能量, 由高能级跃迁到低能级。

①与②都是对波函数定态的破坏。这就是原子的受激与退激。波函数 Ψ 变得与时间分量有关, 运动状态发生变化的微观客体将伴随有能量的吸收或发射发生。它迫使电子从一个能级跃迁到另一个能级。量子场论中粒子的产生与湮灭, 其实就是粒子状态的跃迁^[12]。

③由于电子在能级跃迁时能量吸收和发射是一份一份(一个光子一个光)的, 因此, 电子的能级运动是突变的, 突变不需要时间, 这将造成本征态之间的运动状态不连续。也为算符作用到波函数定态上, 出现对应本征态、本征值的不连续(或连续)提供数学方法上的物理基础。微观客体以不同的概率在不同本征态中同时并存的奇怪性质, 也就深藏于波函数的数学特质之中。因此, “同时并存”不是真实物理过程,

而是“突变”引出的从物理到数学的衍生特性。

原子中由于能量、动量的非连续性, 复空间 k 也有自己的全新拓扑结构。

当把原子中电子的运动看作连续行为时, 量子力学将回到经典力学。量子场论的数学方法也就回到经典场论的数学方法。

9. 电子非点模型应用案例

9.1. 电子的非点模型及其自旋频率

自旋是微观客体的固有属性。微观客体是“限制在一定分布空间的转动场物质球, 且在相应的微观环境中, 不宜做质点抽象”。“静态”微观客体, 其分布半径 R_0 由康普顿波长 λ_0 建构。“静态”电子曲率半径由

$$R_0 = \lambda_0/2\pi = \hbar/m_0c \quad (19)$$

建构。 m_0 为静电子质量。 R_0 呈现“静态”电子“内在”物质波场分布的广延性。

运动微观客体的分布半径 R_1 会因运动速度的增大而减小。运动电子曲率半径 R_1 建构为

$$R_1 = \lambda_1/2\pi = \hbar/mc$$

m 为运动电子质量。这里 R_1 的取值范围如下:

$$0 < R_1 = \hbar/mc \leq R_0$$

在物质波波函数的推导中^[3], 我们已经清楚地看到, “静态”电子与运动电子的转动(自旋)角频率 ν 为

$$\nu_0 = m_0c^2/h, \nu = mc^2/h \quad (20)$$

电子是一个带电的转动场物质球。

9.2. 电子自旋磁矩的计算

9.2.1. “静态”电子自旋磁矩的计算

人们常以“静态”电子的康普顿波长 $\lambda_0/2\pi = R_0$, 作为静态电子的估计线度^[13]。利用康普顿波长与电子线度的这一关系及自旋角频率 ν , 可以证明电子的自旋磁矩为一个玻尔磁子, 而运动电子的自旋磁矩则随运动速度的增加而减小。

设电子自旋中电荷 e 形成任意方向上的旋转电流, 电子象一个环形电流旋涡。环形电流的半径, 可用“静态”康普顿波长 $\lambda_0/2\pi = R_0$ 定义。即

$$R_0 = \hbar/m_0c \quad (21)$$

环形电流的转动频率，即为电子的自旋频率

$$\nu_0 = m_0 c^2 / h$$

环形电流流动一圈的周期

$$T_0 = 1/\nu_0 = h/m_0 c^2$$

电流强度:

$$I = e/T_0 = em_0 c^2 / h$$

按照磁矩的定义，电子的自旋磁矩

$$p_{0m} = IS = I\pi R_0^2 = em_0 c^2 h^2 / 4\pi h m_0^2 c^2 = e\hbar/2m_0 \quad (22)$$

电子的自旋磁矩等于 1 个玻尔磁子 $e\hbar/2m_0$ ，而且是任意方向上的，因为计算中没有规定电流的绕向。在原子世界电子不应看作质点，它是具有一定分布空间的旋转场矢量。

传统理论中电子作为质点，自旋、自旋磁矩均不好理解。这里电子不是质点，也不是坚硬小球，而是分布半径为 R_0 的环形电流旋涡。在分布半径 R_0 内，电子是物质场的波。自旋的物理意义较好理解。

9.2.2. 运动电子自旋磁矩的计算

根据狭义相对论， $m = m_0 / (1 - v^2/c^2)^{1/2}$

运动粒子康普顿波长： $\lambda_1 = h/mc$

由运动粒子康普顿波长 λ_1 决定的粒子的电流环流半径

$$R_1 = \lambda_1 / 2\pi = h/2\pi mc \\ = (h/2\pi m_0 c) (1 - v^2/c^2)^{1/2} = R_0 (1 - v^2/c^2)^{1/2} \quad (23)$$

随运动速度的增加而减小，但自旋频率 $\nu = mc^2/h$ 随运动速度的增加而增加。这就保证了带电物质球的边界速度不超过光速，确保了量子力学与相对论的相容性^[8]。

如果用运动电子的环流半径 R_1 去计算运动电子的自旋磁矩，则有

$$p_m = Ids = I\pi R_1^2 \\ = eh/4\pi m = (eh/4\pi m_0) (1 - v^2/c^2)^{1/2} \quad (24) \\ = p_{0m} (1 - v^2/c^2)^{1/2}$$

运动电子的自旋磁矩随电子运动速度的增加而减小。这与狄拉克的结论完全相同。当 $v = c$ 时 $p_m = 0$ ，自旋磁矩等于零； $v = c$ ， $R = 0$ ，电子变成了“点”，

回到实四维时空质点描述。质点无所谓转动，当然无所谓自旋，也无所谓自旋磁矩。可见，自旋、自旋磁矩是非点粒子旋转场效应。这是对点模型的修改。相对论量子力学中的电子本质上不应是质点，它是自旋是一种相对论效应的实质，也是双 4 维时空量子力学描述的基本实验依据。

9.3. 核磁子 $p_{核磁子}$ 及质子磁矩 p_p 的计算

若 m_p 为质子的质量，且不计质子的内部结构，核磁子 $p_{核磁子}$ 也可以用同样的方法做出精确计算。

质子的分布半径 R_p 由质子的康普顿波长 $\lambda_p/2\pi$ 建构

$$R_p = \lambda_p / 2\pi = h/2\pi m_p c$$

质子环形电流的转动频率，即为质子的自旋频率

$$\nu_p = m_p c^2 / h$$

环形电流流动一圈的周期

$$T_p = 1/\nu_p = h/m_p c^2$$

电流强度： $I = e/T_p = em_p c^2 / h$

按核磁子 $p_{核磁子}$ 的定义

$$p_{核磁子} = IS = I\pi R_p^2 \\ = em_p c^2 h^2 / 4\pi h m_p^2 c^2 = e\hbar/2m_p \quad (25)$$

核磁子 $p_{核磁子}$ 可以精确计算。

质子磁矩的计算需要考虑质子内部结构及夸克在质子中的分布特征^[14]。质子由两个上夸克和一个下夸克组成，一般考虑质量 $m_u = m_d = (1/3)m_p$ 。 m_u, m_d 是上、下夸克的质量。

最简单的情形是两个上夸克的自旋磁矩同向且平行，而下夸克的自旋磁矩与上夸克的自旋磁矩平行反向。

$$R_u = \lambda_u / 2\pi = h/2\pi m_u c, \quad R_d = \lambda_d / 2\pi = h/2\pi m_d c$$

$$\nu_u = m_u c^2 / h, \quad \nu_d = m_d c^2 / h$$

$$I_u = (2/3)e/T_u = (2/3)em_u c^2 / h,$$

$$I_d = -(1/3)e/T_d = -(1/3)em_d c^2 / h$$

上夸克的自旋磁矩

$$p_u = I_u S_u = I_u \pi R_u^2 = (2/3)em_u c^2 h^2 / 4\pi h m_u^2 c^2 \\ = (2/3)e\hbar/2m_u = 2e\hbar/2m_p \quad (26)$$

下夸克的自旋磁矩

$$p_d = I_d S_d = I_d \pi R_d^2 = -(1/3)em_d c^2 h^2 / 4\pi h m_d^2 c^2 = -(1/3)e\hbar/2m_d = -e\hbar/2m_p \quad (27)$$

质子磁矩

$$p_p = 2p_u + p_d = 2(2/3)e\hbar/2m_u - (1/3)e\hbar/2m_d = (4/3)e\hbar/2m_u - (1/3)e\hbar/2m_d = (3/3)e\hbar/(1/3)2m_p = 3e\hbar/2m_p = 3p_{核磁子} \quad (28)$$

上述计算结果与实验相差较大。说明假设“两个上夸克的自旋磁矩同向且平行，而下夸克的自旋磁矩与上夸克的自旋磁矩平行反向”是不符合实际的。

如果考虑夸克在质子中的分布特征，假定两个上夸克有一定的磁倾角 α ，而下夸克与上夸克其中之一平行反向，则对质子的磁矩就可以做出精确计算。

$$p_p = p_u + p_u + p_d$$

$$p_p = [(2p_{核磁子} - p_{核磁子}) \cos \alpha] + 2p_{核磁子} = p_{核磁子} \cos \alpha + 2p_{核磁子} \quad (29)$$

当两个上夸克磁倾角 $\alpha = 37.7^\circ$ 时，

$$p_p = 2.793p_{核磁子} \quad (30)$$

上述结果与实验符合得很好。

夸克是不可直接观察的，磁倾角假设与实际不会有矛盾，计算结果与实验的精确符合，只是说明我们的假设是正确的。它是综合考虑微观领域所有相互作用的结果。即使考虑上夸克与下夸克的质量不相等，我们也可以通过调整磁倾角假设来达到与实验的一致。磁倾角假设是普遍适用的。

9.4. 中子磁矩 p_n 的计算

中子磁矩 p_n 的计算方法与质子磁矩的计算方法类似，只是中子由一个上夸克与两个下夸克组成，矢量计算具体方法有区别。

一个上夸克的自旋磁矩

$$p_u = I_u S_u = I_u \pi R_u^2 = (2/3)em_u c^2 h^2 / 4\pi h m_u^2 c^2 = (2/3)e\hbar/2m_u = 2e\hbar/2m_p$$

两个平行同向下夸克的自旋磁矩

$$2p_d = 2I_d S_d = 2I_d \pi R_d^2 = -(2/3)em_d c^2 h^2 / 4\pi h m_d^2 c^2 = -(2/3)e\hbar/2m_d = -2e\hbar/2m_p$$

若一个上夸克的自旋磁矩与两个平行同向下夸克的自旋磁矩平行反向，则中子的磁矩

$$p_n = p_u + 2p_d = 0$$

但实验表明中子的磁矩不等于 0，它表明上述假设不正确，磁倾角不是 180° 。但我们可以通过调整磁倾角假设来达到与实验的一致。

$$p_n = p_u + p_d + p_d, \quad p_n = 2p_{核磁子} \cos \alpha - 2p_{核磁子}$$

中子的磁矩应该是个负值。上夸克与下夸克的质量不相等，调整磁倾角 α ，理论与实验值也完全可达到精确符合。

9.5. 霍夫斯塔特粒子半径实验与康普顿波长 $\lambda/2\pi = R$ 理论值比较

把康普顿波长 $\lambda/2\pi = R$ 作为粒子分布“半径”的理论值，理论值与实验值比较见表 1。

由上表可见，理论值与实验值数量级符合得很好或比较好。微观粒子不是质点，有一定的“空间分布”，分布半径 R 随粒子运动速度的增加而减小。实验与理论值的比较表明：用康普顿物质波波波长 λ_0 (λ_1) 建构微观客体的广延分布是合理的。

1930 年，朗道(Landau)等人对 m_0c 有一种解释^[15]，他认为考虑到相对论效应，即使测量一个单一的力学量，其精度在原则上也受到限制。在相对电子静止的参考系中，位置测量的不确定量为：

$$\Delta x_0 = \hbar/m_0c$$

Table 1. Radius of electrons, protons and neutrons experimental value compared with the theoretical value (Compton wavelengths) (static— R_0 , move— R_1) [8]

表 1. 电子、质子、中子半径实验值与康普顿波长理论值比较(静—— R_0 ，动—— R_1)^[8]

粒子 (R_0, R_1)	质子(静) ($\lambda_0/2\pi$)	中(静) ($\lambda_0/2\pi$)	静电子 ($\lambda_0/2\pi$)	动电子(20 GeV) ($\lambda_1/2\pi$)	动电子(60 GeV) ($\lambda_1/2\pi$)
理论值 R_0, R_1	$0.21 \times 10^{-15} \text{ m}$	$0.21 \times 10^{-15} \text{ m}$	$3.86 \times 10^{-11} \text{ m}$	$0.965 \times 10^{-15} \text{ m}$	$3.2 \times 10^{-16} \text{ m}$
实验值 R_0, R_1	$1.1 \times 10^{-15} \text{ m}$	$1.1 \times 10^{-15} \text{ m}$	估计线度同上	$<10^{-15} \text{ m}$	$<10^{-16} \text{ m}$

动量的不确定量为: $\Delta p_0 = m_0 c$

现在知道,朗道静电子位置不确定量,正是假想中静电子环形电流分布“半径” $R_0(\Delta x_0)$ 的理论值,并由反映电子本体论特征的不变量 $m_0 c$ 决定

$$R_0 = \hbar/m_0 c$$

其实,朗道对 Δx_0 所作的解释,只能来源于电子的点粒子假设,而量子力学中电子刚好是质点。电子本来不是质点,在复数时空中具有真实的分布半径 R_0 ,如果把电子当成“点”,那么,这个“点”必须弥散在 R_0 的范围之内。电子的大小 R_0 成了点电子可能存在的范围。我们不能把电子定位得比 R_0 (康普顿波长 $\lambda_0/2\pi(\lambda_1/2\pi)$)更准,电子有了位置的不确定性。显然,电子位置的不确定性,是微观客体的“广延”不可忽略,并对微观客体作“点”抽象时赋予电子的外在性质。量子力学中测不准关系赋予电子的不确定性,来源于电子的非点特征,不能看作电子自身具有的“天生”属性。

10. 结果和讨论

1) 物质波波函数的推导,直接演绎物质波及双4维复数时空、双4维复相空间的生成过程与生成原理。 x 表示实4维时空, k 表达微观客体自身的四维时空结构。双4维复相空间 $x_\mu = (x_1, -x_2, -x_3, -x_4)$, $k_\mu = (k_1, -k_2, -k_3, -k_4)$ 将微观客体自身的4维空间与外在的4维时空统一起来,矢量 (\mathbf{x}, \mathbf{k}) 整体构造了一个量子力学特有空间,描述微观客体的波动运动。微观客体存在于双4维复数时空中。

2) 物质波是实在的,在双4维复时空中传播。波函数映射到实4维时空,就给出了传统量子力学中的粒子性概率描述。微观客体既是粒子也是波,波、粒同时存在,看你在什么环境、什么条件下观察(测)到它。微观客体的波动性与环境不可分离。利用微观客体的非点模型,可以对玻尔磁子、电子的自旋磁矩、核磁子、质子、中子的磁矩等做出精确计算;微观客体的非点模型,有望成为量子力学三种 formulations (薛定谔的算符描述,费曼的路径积分描述以及相空间威格纳函数描述)数学方法的物理源头。本文讨论的是单微观客体系统,对多微观客体物理系统总体波函数

波长可以通过广义的德布罗意关系式来定义。波函数的实在性,将为量子通讯奠定实在论物质基础,我们将另文讨论相关问题。

双4维复数时空量子力学描述,从物理源头到波函数的产生,再到微观客体相关物理量的精确计算,都做到了理论和逻辑的首尾一致。这是量子力学其它诠释所不能企及的。

致谢

美国波士顿大学哲学系终身教授,物理哲学家曹天予对课题及本文的写作给予了长期关注与指导,多次请教李元杰教授,李康、吴国林、谢柏松、张涛等教授参与了多次讨论,并有合作论文发表,在此一并表示衷心感谢。

参考文献 (References)

- [1] 坂田昌一 (2001) 安度,译. 坂田昌一科学哲学论文集. 知识出版社,上海,140.
- [2] 雷内·托姆 (1989) 周仲良,译. 突变论:思想和应用. 上海译文出版社,上海,215-280.
- [3] 赵国求,李康,吴国林 (2013) 量子力学曲率诠释论纲. *武汉理工大学学报*, **1**, 60-67.
- [4] 薛定谔,著 (2007) 范岱年,胡新和,译. 薛定谔讲演录. 北京大学出版社,北京,8,9,12.
- [5] 瑞德尼克, B.N., 著 (1979) 黄宏荃,彭灏,译. 量子力学史话. 科学出版社,北京,66.
- [6] 沈惠川 (1992) 德布罗意的非线性波动力学. *自然杂志*, **8**, 620-626.
- [7] 雅默, M. (1989) 秦克诚,译. 量子力学的哲学. 商务印书馆,北京,52-55,67-99,328.
- [8] 赵国求 (2008) 从相互作用实在到量子力学曲率解释. 武汉出版社,武汉,37-40,337,433.
- [9] 曹天予 (2012) 国际量子力学基础热点研究与曲率解释专题讨论会报告. 武汉,2012.
- [10] Bjorken, A.D., et al. (1984) 相对论量子力学. 科学出版社,北京.
- [11] Li, K., Wang, J.H., Dulat, S. and Ma, K. (2010) Wigner functions for Klein-Gordon oscillators in non-commutative space. *International Journal of Theoretical Physics*, **49**, 134-143.
- [12] 张永德 (2012) 量子菜根谭. 清华大学出版社,北京,51-62,137.
- [13] 韦斯科夫, V.F., 著 (1979) 杨福家等,译. 二十世纪物理学. 科学出版社,北京,72-96.
- [14] Cao, T.Y. (2010) From current algebra to quantum chromodynamics: A case for structural realism. Cambridge University Press, Cambridge, 202-241.
- [15] 张镇九 (1997) 相对论物理学. 华中师范大学出版社,武汉,109.

附注 1: 自在实体、现象实体、现象的定义

自在实体: 未经观察的自然客体。**现象实体:** 是“自在实体”通过观测信号作用, 由人的感官或感官的延伸, 感觉并与大脑神经系统综合作用引起的系统的、稳定的、深刻反映事物本质的理性认知物。**现象:** 指“自在实体”作用于人的感官所引起的感觉表象, 是事物外在的、零散的、易变的、非本质方面的感觉表象。

附注 2

(2-1): 2011.广州会议报告论文集“波函数物理意义新解及曲率波波动方程”(赵国求、谢柏松); **(2-2):** 待做量子力学氢原子理论: 点电子变成了真正的物质波进入氢原子体系。