

The Derivation of Einstein Photon

Yongyi Huang

MOE Key Laboratory for Nonequilibrium Synthesis and Modulation of Condensed Matter, Department of Optic Information Science and Technology, Xi'an Jiaotong University, Xi'an

Email: yhuang@mail.xjtu.edu.cn

Received: Aug. 13th, 2014; revised: Aug. 21st, 2014; accepted: Aug. 27th, 2014

Copyright © 2014 by author and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

Abstract

Following Einstein's ideas, we interpret Einstein's original paper about photon. Two important conditions in scientific research are pointed out: non-logic thinking and persisting in correct opinions.

Keywords

Photon, Non-Logic Thinking, Self-Confidence in Scientific Research

爱因斯坦光量子的导出

黄永义

西安交通大学, 非平衡物质结构与量子调控教育部重点实验室, 光信息科学与技术系, 西安

Email: yhuang@mail.xjtu.edu.cn

收稿日期: 2014年8月13日; 修回日期: 2014年8月21日; 录用日期: 2014年8月27日

摘要

跟随爱因斯坦的思路, 解读了爱因斯坦光子概念的原著文章。揭示了爱因斯坦科学研究成功的两个重要要素, 非逻辑思维和坚持自己正确的主张。

关键词

光量子, 非逻辑思维, 科研自信

1. 引言

爱因斯坦(A. Einstein)在 1905 年《关于光的产生和转化的一个启发性观点》文章中提出的光量子是近代物理发展中一个十分重要的概念[1], 借用光量子的概念爱因斯坦轻而易举的解释了当时难以理解的光致发光的斯托克斯(G. Stokes)定律, 光电效应实验定律[2]和紫外光使气体电离的实验定律[3]。光量子概念也启发了德布罗意(de Broglie)提出微观粒子具有波动性的想法[4], 更进一步薛定谔(E. Schrodinger)在德布罗意物质波的基础上创立了量子力学的第二种形式, 波动力学[5]-[8]。

多数教师在原子物理或近代物理中讲授光量子概念, 往往一笔带过, 即 1905 年爱因斯坦提出了光子理论, 把一束单色光视为一束具有一定能量的光子流, 并且给出光量子的两个主要关系式, $E = h\nu$ 和 $p = h/\lambda$ 。毋庸多说, 同学们定是一头雾水, 绝顶聪明的爱因斯坦是如何导出他的光子呢? 如果仅限讲述原子物理或近代物理的光量子知识, 上述的讲述并没有什么不妥, 如果想搞清楚爱因斯坦的最初的想法, 读懂他的原文是必然的做法。然而尽管爱因斯坦的原著文章美得令人心醉, 但也十分的晦涩难懂, 而且思维的跳跃性极强。本文的第 2 部分就是跟随爱因斯坦的原著思路, 深入浅出地为读者解读爱因斯坦如何导出他的光量子的概念。从爱因斯坦光子概念的成功, 我们也能体会到做出原始性创新成果的一个基本的思维方式, 即非逻辑思维和逻辑思维的有机结合; 当然爱因斯坦之所以成就巨大, 除了有先进的思维方式以外, 还有一个可贵的品质, 那就是相信自己的直觉和推理过程, 坚持自己的正确主张, 这些是本文第 3 部分的内容。本文的第 4 部分给出了简短的小结。

2. 光量子的导出

经典麦克斯韦(J. Maxwell)电磁理论表明对一切电磁现象, 当然也包括光, 应当把能量看作是连续的空间函数, 例如一个点源发射出来的光束的能量在一个不断增大的体积中连续的分布。用连续空间函数计算的光的波动理论在描述纯粹光学现象时十分地成功, 如光的衍射, 反射, 折射和色散等。一个有质量的物体的能量, 应当用其中原子所带能量的总和表示, 一个有质量的物体的能量不可能分成任意多, 任意小的部分。因此可以设想当人们把连续空间函数计算的光的理论应用到光的产生和转化的现象时, 会导致和实验相矛盾的结果。

爱因斯坦文章的第一部分讲述了黑体辐射中把光的能量看成是连续空间分布时会产生矛盾。普朗克(M. Planck)导出了黑体辐射中电磁波和黑体空腔器壁上原子谐振子交换能量的动态平衡条件[9],

$$\rho(\nu, T) = g(\nu) \bar{\epsilon}(\nu, T) \quad (1)$$

式中 $\rho(\nu, T)$ 黑体辐射腔内电磁波的谱能量密度, 即 $\rho(\nu, T)d\nu$ 表示频率介于 ν 和 $\nu + d\nu$ 之间辐射在单位体积的能量; $g(\nu)$ 表示单位体积 ν 附近单位频率间隔内电磁波独立自由度数目, 即振动模式数目 $g(\nu) = 8\pi\nu^2/c^3$, c 为光在真空中的速率; $\bar{\epsilon}(\nu, T)$ 表示温度为 T 时, 空腔器壁上原子谐振子的平均能量, 由于原子在器壁上的自由度为 2, 我们统计物理中的能均分定理得 $\bar{\epsilon}(\nu, T) = kT$, k 为玻尔兹曼(L. Boltzmann)常数。由(1)式我们得到一个荒谬的结果,

$$\int_0^{\infty} \rho(\nu, T) d\nu = 8\pi kT/c^3 \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu \rightarrow \infty$$

普朗克拟合黑体辐射数据时提出的谱能量密度表示式为

$$\rho(\nu, T) = \alpha \nu^3 / (e^{\beta \nu / T} - 1) \quad (2)$$

其中 $\alpha = 6.10 \times 10^{-56}$, $\beta = 4.866 \times 10^{-11}$ 。在 T/ν 很大, 即大的辐射密度和长波长的极限下普朗克谱能量密度变为 $\rho(\nu, T) = \alpha \nu^2 / \beta$, 将该式和(1)式比较得 $8\pi k/c^3 = \alpha/\beta$, 普朗克给出的玻尔兹曼常数与用其他方法求得结果一致, 由此说明了在电磁波能量密度越大波长越长的情况下经典麦克斯韦电磁理论越适用, 反之在小波长小能量密度下经典麦克斯韦电磁理论就完全不适用了。

爱因斯坦文章的第二部分以十分巧妙的方式提出了光量子的概念。电磁波在黑体辐射腔壁中变化可视为绝热可逆的过程, 可知电磁波在腔中存在一个确定的熵。通过维恩(W. Wien)给出的谱能量密度公式, 可以求出辐射密度小的单色电磁波熵的表达式。电磁波在黑体辐射腔的可逆过程的热力学第一第二定律为,

$$TdS = dE + pdV \quad (3)$$

式中 S 表示腔内辐射的熵, E 腔内辐射的内能, p 为辐射对腔壁的压强, V 代表辐射腔体积。设频率介于 ν 和 $\nu + d\nu$ 之间辐射在单位体积的谱熵密度为 $\varphi(\nu, T)$, 谱能量密度为 $\rho(\nu, T)$, 容易得到 $S = V \int_0^\infty \varphi(\nu, \rho) d\nu$, $E = V \int_0^\infty \rho(\nu, T) d\nu$ 。由于黑体辐射腔的体积为 V 一般是固定不变的, 即 $pdV = 0$, 由公式(3)容易得到

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \rho} = \frac{1}{T} \quad (4)$$

爱因斯坦的原文是用变分原理导出上式的。要求出辐射密度小波长短时黑体辐射的熵, 我们需借助于公式(4)先求出黑体辐射的谱熵密度 $\varphi(\nu, T)$ 。

辐射密度小波长长, 即 ν/T 很大时, 经典麦克斯韦电磁理论失效了, 在此极限下由普朗克给出的谱能量密度(2)式得到最先由维恩得到谱能量密度

$$\rho(\nu, T) = \alpha \nu^3 e^{-\beta \nu / T} \quad (5)$$

由(5)式得到

$$\frac{1}{T} = -\frac{1}{\beta \nu} \ln \frac{\rho}{\alpha \nu^3}$$

将上式代入公式(4), 两边积分得到

$$\varphi(\nu, \rho) = -\frac{\rho}{\beta \nu} \left(\ln \frac{\rho}{\alpha \nu^3} - 1 \right) \quad (6)$$

考虑频率介于 ν 和 $\nu + d\nu$ 之间辐射的熵 S , 注意到内能 $E = \rho V d\nu$, 由公式(6)可得

$$S = V \varphi(\nu, \rho) d\nu = -\frac{E}{\beta \nu} \left(\ln \frac{E}{V \alpha \nu^3 d\nu} - 1 \right) \quad (7)$$

若只研究辐射的熵对体积的依赖关系, 设 S_0 表示辐射在体积为 V_0 时的熵, 由公式(7)得

$$S - S_0 = \frac{E}{\beta \nu} \ln \frac{V}{V_0} \quad (8)$$

熵是多粒子体系运动混乱程度(或有序程度)的量度, 粒子运动越杂乱, 越无规则, 活动方式越多, 体系的熵就越大, 显然平衡态包含的微观状态数目越多, 熵就越大, 在最概然分布下体系的熵最大。设 n 个原子组成的粒子体系在某宏观平衡态下的微观状态数目为 W , 则体系的熵由玻尔兹曼公式给出

$$S = k \ln W \quad (9)$$

显然如果 n 个原子在体积为 V_0 的空间运动, 平衡态时体系包含的微观状态数为 W_0 , 体系的熵 $S_0 = k \ln W_0$; 设体积 V_0 中有一个大小为 V 的分体积, 全部 n 个原子都转移到体积 V 中而没有使体系发生其他什么变化, 平衡后体系包含的微观状态数为 W , 体系的熵变为 $S = k \ln W$ 。很显然 n 个原子从体积 V_0 空间全都转移到分体积 V 中而没有其他变化的概率为 $\frac{W}{W_0} = \left(\frac{V}{V_0}\right)^n$, 于是我们得到

$$S - S_0 = k \ln \frac{W}{W_0} = k \ln \left(\frac{V}{V_0}\right)^n \quad (10)$$

将(8)式改写为

$$S - S_0 = k \ln \left(\frac{V}{V_0}\right)^{\frac{E}{k\beta\nu}} \quad (8')$$

把(8')式和玻尔兹曼原理的一般公式(10)比较, 体积 V_0 中频率为 ν , 能量为 E 的单色电磁波在热学方面看来就好像由一些互不相关的大小为 $\varepsilon_0 = k\beta\nu$ 的能量子组成, 即 $E = n\varepsilon_0 = nk\beta\nu$ 。需要说明的是式中的常数 β 即黑体辐射的普朗克谱能量密度(2)式中的 β , 采用普朗克常数 h 后常数 β 表示为 $\beta = h/k$, 所以每个光量子的能量为 $\varepsilon_0 = h\nu$ 。

爱因斯坦文章第三部分用新提出的光量子概念解释三个已有的实验事实: a 光致发光的斯托克斯定律, b 光电效应实验定律和 c 紫外光使气体电离定律。采用经典的麦克斯韦电磁理论很难解释这三个实验定律, 而用光量子解释光电效应实验定律使得爱因斯坦获得了 1921 年诺贝尔物理学奖金。我们简要叙述一下光量子理论对这三个实验定律的解释。

光致发光的斯托克斯定律告诉我们一种单色光入射到固体或液体后的散射光的频率比入射光频率小。设入射光的频率为 ν 能量为 $h\nu$, 由能量守恒知, 出射光量子(频率为 ν_1)的能量不大于入射光量子的能量, 即 $h\nu \geq h\nu_1$, 光致发光的斯托克斯定律成立。

光电效应实验定律是大家熟知的, 经典麦克斯韦电磁理论难以解释的三点包括: (1)存在红限, 即当光的频率低于某个值时不发生光电效应; (2)光电流截止电压和入射光频率存在线性关系; (3)光电效应发生的时间非常短, 在 10^{-9} s 以内。爱因斯坦认为金属表面的电子吸收入射光光量子后脱离金属表面就会发生光电效应, 设入射光的频率为 ν , 金属逸出功为 A , 由能量守恒得到爱因斯坦光电效应方程

$$m_e v_m^2 / 2 = h\nu - A \quad (11)$$

光电子的最大初始动能与截止电压 U 的关系为 $m_e v_m^2 / 2 = eU$, 所以爱因斯坦光电效应方程也可写为

$$eU = h\nu - A \quad (11')$$

由于电子最大初始动能大于等于零, 由(11)式知光电效应的红限为 A/h 。从(11')式可以看出截止电压与入射光频率是线性关系。光电子吸收一个光量子立即发生光电效应, 不需要时间积累。由光量子概念爱因斯坦轻松的解释了光电效应的实验结果。

紫外光使气体电离实验表明一定波长的紫外光可以气体电离。设入射光频率为 ν , 气体原子的电离能为 J , 则原子吸收一个大于电离能的光量子就电离了, 于是有

$$h\nu \geq J \quad (12)$$

例如能使空气电离的光的波长 190 nm, 由此得到气体的电离能接近 10 eV, 和实验符合。

3. 原始性创新的思维方式

爱因斯坦能做出许多重要的原始性创新的成就与其先进的思维方式分不开的, 这个先进的思维方式

就是非逻辑思维 and 逻辑思维的有机结合[10]。逻辑思维是大家比较熟悉的,运用演绎、分析、综合、概括等手段对问题进行研究从而解决问题。比如想知道宏观物体的运动规律,就要求解一定初始条件下的牛顿运动方程,可以得到以后任意时刻物体的运动状态(包括位置和速度等信息)。然而应当意识到纯粹的逻辑思维不能给我们任何关于经验世界的知识,因为一切关于理论的知识都是从经验开始又终结于经验,用纯粹逻辑方法得到结果对于理论来说是空洞的。作出原始性创新成果,还需要非逻辑思维。所谓非逻辑思维就是对问题直觉、灵感、想象和联想式的思考,非逻辑思维是人类理智的构造,通俗的说就是猜想。物理学本质上是一种具体的直觉的科学,物理学家首先发现基本概念和物理原理,而后从这些概念和原理推导出结论。通向这些概念和原理并没有逻辑的道路,需要以对经验共鸣的理解为依据的直觉或猜想。当然物理学家也不能凭空的直觉或猜想就能得到基本概念和原理,科学发展的继承性决定了后代科学家要在前人研究的基础上才能成功,也就是要“站在巨人的肩膀上”。得到概念和原理后理论物理学家采取逻辑推理的方法,探索事物的根本实质,再通过实验的结果验证逻辑推理结果的正确性,整个研究的过程就是非逻辑思维 and 逻辑思维有机的统一,这也是爱因斯坦倡导的科学方法论的原则。

我们举一些典型的实例,让大家对这种思维方式有更清晰的认识。第一个例子就是本文描述的爱因斯坦光子理论。爱因斯坦用逻辑的方法导出黑体辐射体积变化时的熵(8)式和 n 个原子的气体体积变化时的熵(10)式,黑体辐射和多原子气体之间并没有逻辑的关系,爱因斯坦非逻辑的猜测“从热学方面看,能量密度小的辐射好像由一些互不相关的大小为 $h\nu$ 的能量子组成的”,从而他发现了光子。这种主观性极强的直觉或猜测到底对不对呢,爱因斯坦也没有十足的把握,他用光子概念成功的解释了光致发光的斯托克斯定律,光电效应实验定律和紫外光使气体电离实验定律,这使得光子概念的直觉或猜测增添了很多的可靠性。

第二个例子是玻尔(N. Bohr)氢原子理论,1911年卢瑟福(E. Rutherford)根据 α 粒子被金属薄膜大角度散射的实验结果提出了原子的核式结构模型[11],然而原子核外的电子如何运动,卢瑟福核式原子模型无法回答。核式原子模型还导致一个经典物理难以解释的原子稳定性的困难,无论核外电子如何绕原子核运动,都是加速运动,加速运动的电荷会辐射电磁波致使电子会跑到原子核里面,原子就会坍塌。1913年玻尔综合考虑了卢瑟福核式原子模型和爱因斯坦光子理论,提出了氢原子理论[12]。这个理论的两个前提假设分别是定态假设和满足频率条件的跃迁假设,其中以定态假设最值得玩味。按照经典麦克斯韦电磁理论原子不稳定会坍塌,而实际的原子都是非常稳定的,玻尔就把原子是稳定的事实提升为定态假设,即电子绕着原子核作圆周运动,但不辐射电磁波,原子处于不同的定态,体系的能量不连续。玻尔提出的定态假设还有跃迁假设都是非逻辑的直觉或猜想,因为逻辑的经典麦克斯韦电磁理论中原子是不稳定的。有了非逻辑的直觉的两个前提假设,玻尔用经典牛顿第二定律的逻辑推理得到完整的氢原子理论,解决了氢原子光谱之谜。

第三个例子德布罗意物质波,爱因斯坦1905年提出的光子概念使得人们对光的本性的认识又进了一步,即光是波动性和粒子性统一。光传播时显示出波动性,与物质相互作用时显示出粒子性,波动性和粒子性不会同时显示出来,要全面描述光的性质,两者缺一不可。既然光既具有粒子性又具有波动性,那么微观粒子会有什么性质呢?光和微观粒子是不同性质的客体,无法通过光的波粒二象性的逻辑的推理推导出微观粒子也具有波粒二象性,德布罗意非逻辑地猜测到微观粒子也具有波粒二象性,之前人们过多地关注了微观粒子的粒子性而未意识到微观粒子具有波动性。为了论证微观粒子的波动性,德布罗意假定在粒子本身参考系中粒子在振动,当粒子运动时实验室参考系中的观察者观测到粒子的速度,借助于狭义相对论的洛伦兹变换,德布罗意逻辑的导出了微观粒子运动时的波长和动量的关系 $\lambda = h/p$, 式中 h 为普朗克常数。

从这些典型的实例来看,爱因斯坦倡导的非逻辑思维 and 逻辑思维的有机结合是研究者做出重大科学

发现的基本思维方式，非逻辑的直觉或猜想提出了物理的概念和原理，严密的逻辑推理获得了事物的根本实质和内在联系，如果实验结果证实了逻辑推理的推论，就做出了重大的科学发现。

当然爱因斯坦能做出许多重要的科学发现，除了他具有先进的思维方式以外，还有一个十分可贵的品质，那就是科学研究的自信，相信自己的直觉和推理过程，坚持自己的正确主张。事实上爱因斯坦提出光量子概念后，普朗克和玻尔都曾拒绝接受光量子的概念。普朗克 1913 年为爱因斯坦写推荐信时说“可能有时候他的设想会迷失方向，例如，他的光量子假说……”。尽管玻尔氢原子理论中第二个假设，频率条件 $\nu = (E_2 - E_1)/h$ ，涉及到电子在两能级间跃迁会发光，玻尔还是对光量子概念有所保留，“虽然由爱因斯坦关于光电现象的预言的证实而显示出的这一假设的巨大的启发性价值，量子理论仍然明显不能满意地解决光传播的问题”。密立根(R. Millikan)用爱因斯坦光电效应方程测量了普朗克常数，但对光量子的概念依然持怀疑态度。他在 1916 年说过“爱因斯坦推导公式所依据的半微粒理论，现在看来是站不住脚的”，直到 1948 年他还说“它(光量子)得到了确实的证明，尽管它不合理；因为它似乎违背了我们所知道的一切关于光的干涉的事实”。

面对第一流物理学家的怀疑，爱因斯坦还是相信自己的直觉和推理，坚持自己的正确主张，没有撤回自己的观点。直至 1923 年康普顿(A. Compton)发现了康普顿效应以后[13]，即 X 射线被石墨等物质散射后散射光除了有与原来入射光频率相同的成分，还包括比入射光频率较低的成分，光量子的概念猜得到普遍的承认。

科学发展历史上由于不自信而丢掉科研成果的科学家也还是有的，这里举一个克龙尼克(R. Kronig)反例。1925 年泡利(W. Pauli)提出了泡利不相容原理[14]，预测了电子应该有第四自由度，并且认定第四自由度只可能有两个经典物理无法描述的取值。克龙尼克最先提出了第四自由度的物理图像即电子自旋，泡利对此想法的批评说电子自转的切线速度超过光速，从而违反狭义相对论。面对泡利的尖锐批评，克龙尼克没有勇气发表自己的想法。1925 年乌伦贝克(G. Uhlenbeck)和哥德斯米特(S. Goudsmit)发表了电子自旋假说[15]，而克龙尼克没有坚持自己的正确主张而失掉了电子自旋的发明权。

4. 小结

沿着爱因斯坦的思路，解读了爱因斯坦光量子概念的原著文章，由此了解爱因斯坦最初是如何提出光量子概念的，以及如何借助新的光量子概念解释当时难以解释的实验事实。研读大师的原著文章我们也可以了解到物理大师面对物理谜团时分析问题的思路和解决问题的方法，甚至我们也可以品味到大师们科学研究的风格。

通过解读爱因斯坦光量子概念的原著文章我们还了解到爱因斯坦先进的思维方式，即非逻辑思维和逻辑思维的有机结合。除了爱因斯坦提出光量子的例子外，我们还举了玻尔创立氢原子理论和德布罗意创立物质波的例子，使读者对爱因斯坦先进的思维方式有一个明确的认识。了解到爱因斯坦先进的思维方式对我们的科学研究有什么启发或帮助呢？那就是在我们遇到问题时将非逻辑的直觉和逻辑的推理结合起来，简言之，大胆假设，小心论证。建模时基本假设越简单越少越好，论证过程越严密越细致越好。

通过爱因斯坦科学研究的成功，我们还看到科学研究自信的重要性。相信自己的直觉和推理，坚持自己的正确主张，就不会轻易失去已经获得科研成果。具有一定专业方面的基础知识，追踪最新的研究进展，积极参与热烈的讨论，独立思考，大胆假设，小心论证，一个普通的科研人员也能做出第一流的科研成果。

基金项目

本工作得到西安交通大学基本科研业务费项目(自由探索与自主创新类)的支持。

参考文献 (References)

- [1] Einstein, A. (1905) Über einen die erzeugung und verwandlung des liches betreffenden heuristischen gesichtspunkt. *Annalen der Physik*, **17**, 132-148.
- [2] Lenard, P. (1902) Über die lichtelektrische wirkung, *Annalen der Physik*, **313**, 149-198.
- [3] Stark, J. (1902) Die Elektrizität in Gasen, Barth, Leipzig.
- [4] de Broglie, L. (1925) On the theory of quanta. *Annales de Physique*, 10e serie, t. III (Janvier-Février) (Translated by A. F. Kracklauer, 2004).
- [5] Schrödinger, E. (1926) Quantisierung als eigenwertproblem. *Annalen der Physik*, **79**, 361-376.
- [6] Schrödinger, E. (1926) Quantisierung als eigenwertproblem. *Annalen der Physik*, **79**, 489-527.
- [7] Schrödinger, E. (1926) Quantisierung als eigenwertproblem. *Annalen der Physik*, **80**, 437-490.
- [8] Schrödinger, E. (1926) Quantisierung als eigenwertproblem. *Annalen der Physik*, **81**, 109-139.
- [9] Planck, M. (1900) Zur Theorie des gesetzes der energieverteilung im normalspektrum. *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*, **2**, 237-243.
- [10] 爱因斯坦, 著, 许良英, 李宝恒, 赵中立, 等, 编译 (2009) 爱因斯坦文集第一卷(第二版). 商务印书馆, 北京.
- [11] Rutherford, E. (1911) The scattering of alpha and beta particles by matter and the structure of the atom. *Philosophical Magazine*, **21**, 669-688.
- [12] Bohr, N. (1913) On the constitution of atoms and molecules, Part I. *Philosophical Magazine*, **26**, 1-24.
- [13] Compton, A. (1923) A quantum theory of the scattering of X-rays by light elements. *Physical Review*, **21**, 483-502.
- [14] Pauli, W. (1925) Uben den zusammenhang des abschlusses der electronengruppenim atom mit der komplexstruktur der spektren. *Zeitschrift für Physik*, **31**, 765-783.
- [15] Uhlenbeck, G. and Goudsmit, S. (1925) Ersetzung der hypothese vom unmechanischen zwang durch eine forderung bezüglich des inneren verhaltens jedes einzelnen elektrons. *Naturwissenschaften*, **13**, 953-954.