

Study on a Kind of Non-Minimal Coupling Dark Energy Models

Xiaofei Zhang

Institute of Science, Binzhou University, Binzhou Shandong
Email: zhangxfbz@163.com

Received: Oct. 30th, 2018; accepted: Nov. 14th, 2018; published: Nov. 21st, 2018

Abstract

This paper studies a kind of non-minimum coupling dark energy models. In the dark energy models, the coupling form of the dark energy as a scalar field and gravity is $F(\phi) = 1 + a\phi^2$. We studied the characteristics and evolution behavior of the dark energy field, and analyzed the influence of different parameters on the models. Through analysis, it is found that the parameter a plays a key role in the evolution of the model—whether the dark energy always appears as a Quintessence field.

Keywords

Dark Energy, Non-Minimal Coupling

一种非最小耦合暗能量模型的研究

张晓菲

滨州学院, 理学院, 山东 滨州
Email: zhangxfbz@163.com

收稿日期: 2018年10月30日; 录用日期: 2018年11月14日; 发布日期: 2018年11月21日

摘要

本文研究的是一种非最小耦合暗能量模型。在这种暗能量模型中, 作为暗能量的标量场与引力的耦合形式为 $F(\phi) = 1 + a\phi^2$ 。我们研究了该暗能量场的特征和演化行为, 并分析了选取不同的参数对模型的影响。通过分析, 发现参数 a 对模型的演化有关键性的作用——暗能量是否一直表现为 Quintessence 场。

关键词

暗能量, 非最小耦合

Copyright © 2018 by author and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

目前的天文观测数据, 如超新星、哈勃、Planck 等, 对一种具有负压特征的物质: 暗能量提供了支持和限制[1]-[8]。暗能量和物质、辐射一样, 都是宇宙的构成成分之一。并且, 伴随着宇宙的膨胀, 辐射和物质将在此过程中被稀释, 从而在辐射和物质相继占主导地位之后, 暗能量最终在宇宙演化中成为主要成分, 并最终主导了宇宙的演化。因此, 对于暗能量的研究就有了重要的意义。暗能量模型有很多, 在本文中, 我们研究的是与引力有非最小耦合的标量场暗能量模型。在这类模型中, 因为暗能量与引力有非最小耦合作用[9]-[13], 而引起了有别于一般传统暗能量模型的演化情况。我们首先分析了一般形式的暗能量模型; 然后又选取了一种具体形式为 $F(\phi) = 1 + a\phi^2$ 的耦合形式, 与一种指数势能; 最后分析了不同的耦合系数对暗能量演化的影响。

2. 一般形式的非最小耦合暗能量模型

对于一般的暗能量场 ϕ 和引力发生非最小耦合的情况, 普遍的拉氏量形式为[9]:

$$L = \frac{F(\phi)R}{16\pi G} + \frac{1}{2}k(\phi)\nabla_\mu\phi\nabla^\mu\phi - V(\phi) + L_m \tag{1}$$

因此, 与之相对应的作用量为:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{F(\phi)R}{16\pi G} + \frac{1}{2}k(\phi)\nabla_\mu\phi\nabla^\mu\phi - V(\phi) + L_m \right] \tag{2}$$

由(1)可得标量场 ϕ 的运动学方程为:

$$\nabla_\mu\nabla^\mu\phi = -\frac{1}{k(\phi)} \left[\frac{-F'(\phi)R}{16\pi G} + \frac{1}{2}k'(\phi)\nabla_\mu\phi\nabla^\mu\phi + V'(\phi) \right] \tag{3}$$

其中的“'”代表对标量场 ϕ 求导。

从(2)中可得:

$$\frac{F(\phi)}{16\pi G} \left(R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}R \right) = -\frac{1}{2}T_m^{\mu\nu} - \frac{1}{2}T_\phi^{\mu\nu} + \frac{1}{16\pi G} \left[\nabla_\mu\nabla^\mu F(\phi)g^{\mu\nu} - F(\phi)^{;\mu;\nu} \right] \tag{4}$$

$T_m^{\mu\nu}$ 为物质和辐射的能动量张量, $T_\phi^{\mu\nu}$ 表示暗能量的能动量张量, 即:

$$T_\phi^{\mu\nu} = k(\phi) \left(\nabla^\mu\phi\nabla^\nu\phi - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\nabla_\mu\phi\nabla^\mu\phi \right) + V(\phi)g^{\mu\nu}$$

由方程(4), 得:

$$R = 8\pi G \frac{-k(\phi)\nabla_\mu\phi\nabla^\mu\phi + 4V(\phi) + \rho_m - 3P_m - 3\nabla_\mu\nabla^\mu F(\phi)}{F(\phi)} \tag{5}$$

把(5)代入前面的运动学方程(3)中, 最后可得运动学方程:

$$\nabla_{\mu} \nabla^{\mu} \phi = -\frac{1}{k(\phi)} \left[\frac{-F'(\phi) \left(8\pi G \frac{-k(\phi) \nabla_{\mu} \phi \nabla^{\mu} \phi + 4V(\phi) + \rho_m - 3P_m - 3\nabla_{\mu} \nabla^{\mu} F(\phi)}{F(\phi)} \right)}{16\pi G} + \frac{1}{2} k'(\phi) \nabla_{\mu} \phi \nabla^{\mu} \phi + V'(\phi) \right] \quad (6)$$

公式(6)决定了 ϕ 的演化。

3. 具体形式为 $F(\phi) = 1 + a\phi^2$, $K(\phi) = 1$ 的暗能量模型

以上的推导是适用于一般的非最小耦合暗能量模型的。我们下面具体分析一种 $F(\phi) = 1 + a\phi^2$, $K(\phi) = 1$ 的模型[13], 并采用势能 $V = me^{b\phi^2}$, 分析它的特征。

在这种情况下, 公式(2)的形式成为:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1 + a\phi^2 R}{16\pi G} + \frac{1}{2} \nabla_{\mu} \phi \nabla^{\mu} \phi - V(\phi) + L_m \right] \quad (7)$$

这种模型的暗能量能量密度为[12]:

$$\rho = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + 3aH^2 \phi^2 + V(\phi) - 6aH\phi\dot{\phi} \quad (8)$$

压强为:

$$P = \frac{\dot{\phi}^2}{2} - a(2\dot{H} + 3H^2)\phi^2 - V(\phi) - 4aH\phi\dot{\phi} - 2a\phi\ddot{\phi} - 2a\dot{\phi}^2 \quad (9)$$

暗能量的状态方程为:

$$w_{DE} = \frac{P_{DE}}{\rho_{DE}} = \frac{\frac{\dot{\phi}^2}{2} - a(2\dot{H} + 3H^2)\phi^2 - V(\phi) - 4aH\phi\dot{\phi} - 2a\phi\ddot{\phi} - 2a\dot{\phi}^2}{\frac{\dot{\phi}^2}{2} + 3aH^2 \phi^2 + V(\phi) - 6aH\phi\dot{\phi}} \quad (10)$$

4. 模型演化两种不同情况的分析

根据前面的运动学方程(6), 对暗能量场的演化进行数值计算。为了分析耦合系数 a 的作用, 下面的分析选取同一种势能 $V = me^{b\phi^2}$, 不同的耦合系数 ($a = \pm 0.01$) 的两种情况。

1) 耦合系数 $a > 0$

根据由于物质和辐射所占的比例为:

$$\Omega_m = \frac{\rho_{matt} + \rho_{rad}}{\frac{\omega_0 \dot{\phi}^2}{\phi} + V(\phi) - 3H\dot{\phi} + \rho_{matt} + \rho_{rad}} \approx 30\%$$

为了符合目前的实验数据限制, 选取适当的初始条件, 并用自然单位制, $a = 0.01$, $m = 6$, $b = 0.1$, 使得今天 $\Omega_m = 30\%$, 如图 1 所示。

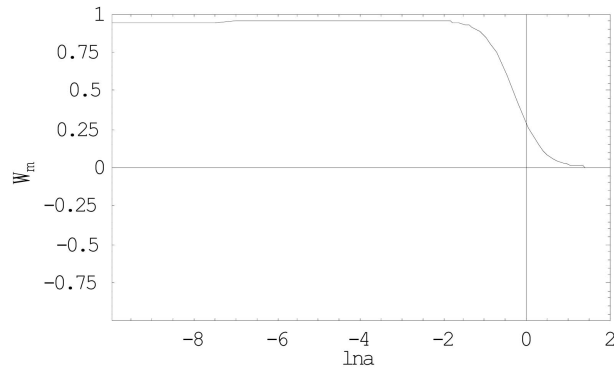


Figure 1. Percentage of matter and radiation
图 1. 物质与辐射占的百分比

在这样的初始条件下，标量场的演化过程为：

图 2 横坐标为 $\ln a$ ，纵坐标为标量场的值。标量场随时间越来越小，势能也随之减小，意味着这种情况下的暗能量场的状态方程一直大于-1，近似于比较普遍的一般暗能量场的行为。

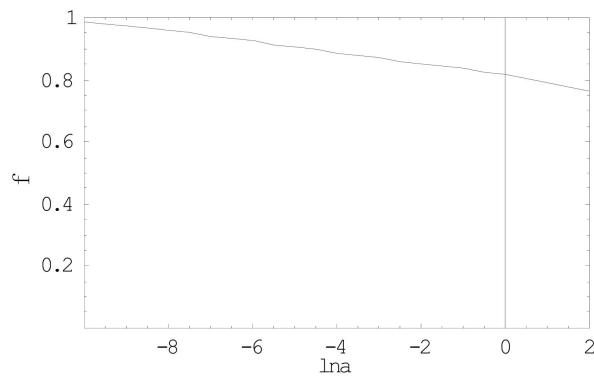


Figure 2. The evolution of ϕ
图 2. ϕ 的演化过程

图 3 表示暗能量的状态方程 w 先是跟随辐射，然后跟随物质，最后下降到-1 附近，最终状态类似于宇宙学常数。

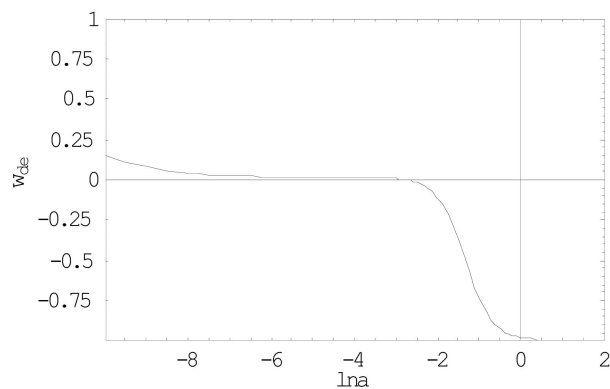


Figure 3. The state equation w of the dark energy
图 3. 暗能量的状态方程参数 w

2) 耦合系数 $a < 0$

如果使耦合系数 $a = -0.01$; 要使今天的 Ω_m 仍然为 30%, 如图 4。

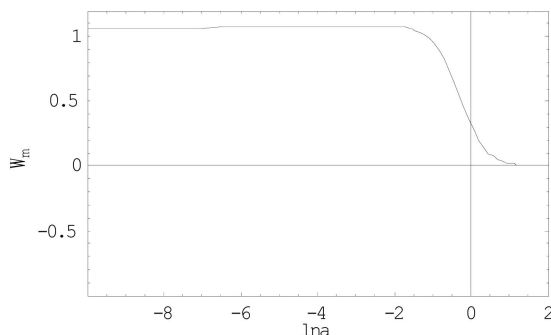


Figure 4. Percentage of matter and radiation

图 4. 物质与辐射占的百分比

需要使 $m = 7$; $b = 0.1$ 。

图 5 中, 暗能量场随时间增加, 因此势能和能量密度也随宇宙的膨胀而增加。这意味着它的演化过程与前面 $a = 0.01$ 的情况完全不同。在某个阶段, 表现形式类似于 phantom 场。

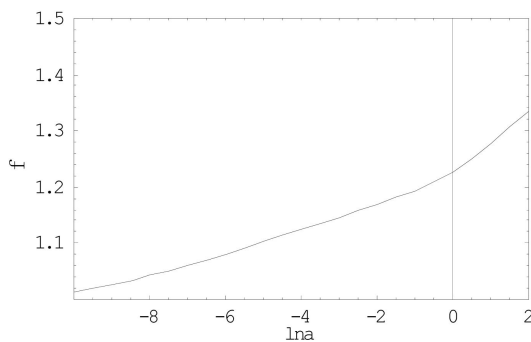


Figure 5. The evolution of ϕ

图 5. ϕ 的演化过程

图 6 是暗能量本身的状态参数 w 随时间的演化情况, 在今天附近, 它演化到了 -1 以下, 跟图 5 暗示的情况是符合的。

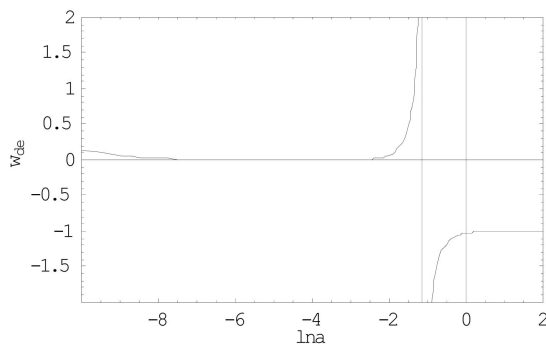


Figure 6. The state equation w of the dark energy

图 6. 暗能量的状态方程参数 w

可以看出, 当 a 取正数时, 暗能量场的演化行为先跟随物质和辐射; 当物质和辐射被稀释后, 暗能量场摆脱前两者的影响, 逐渐接近于 -1 。而当 a 取负数时, 在物质和辐射占比例大时, 与 a 取正数的情况近似; 物质与辐射比例变得足够小后, 有一种先增加再减小到 -1 以下的过程。

以上 a 取正数或负数而导致的两种情况, 都在目前的实验允许范围之内[1]-[8], 有待于观测的进一步精确。

5. 结论

根据前面的分析, 这种非最小耦合暗能量模型的演化过程高度依赖于耦合系数 a 的选取, 如果 a 大于 0, 演化情况类似于 quintessence 暗能量模型; 而 a 小于 0, 则会有一个从 quintessence 场演化到 phantom 场的过程, 最后状态方程参数 w 从下方无限接近于 -1 。这两种完全不同的情况给模型的演化提供了多种可能, 提高了这类模型的普适性。

参考文献

- [1] Riess, A.G., *et al.*, Supernova Search Team Collaboration. (1998) Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant. *Astronomical Journal*, **116**, 1009-1038. <https://doi.org/10.1086/300499>
- [2] Perlmutter, S., *et al.*, Supernova Cosmology Project Collaboration. (1999) Measurements of Omega and Lambda from 42 High Redshift Supernovae. *Astronomical Journal*, **517**, 565-586. <https://doi.org/10.1086/307221>
- [3] Tonry, J.L., *et al.*, Supernova Search Team Collaboration. (2003) Cosmological Results from High- z Supernovae. *Astronomical Journal*, **594**, 1-24.
- [4] Riess, A.G., *et al.*, Supernova Search Team Collaboration. (2004) Type Ia Supernova Discoveries at $z > 1$ from the Hubble Space Telescope: Evidence for Past Deceleration and Constraints on Dark Energy Evolution. *Astronomical Journal*, **607**, 665-687. <https://doi.org/10.1086/383612>
- [5] Clocchiatti, A., *et al.*, The High Z SN Search Collaboration. (2006) Hubble Space Telescope and Ground-Based Observations of Type Ia Supernovae at Redshift 0.5: Cosmological Implications. *Astronomical Journal*, **642**, 1-21.
- [6] Di Valentino, E. and Melchiorri, A. (2017) First Cosmological Constraints Combining Planck with the Recent Gravitational-Wave Standard Siren Measurement of the Hubble Constant. e-Print: arXiv:1710.06370.
- [7] Ooba, P., Ratra, B. and Sugiyama, N. (2018) Planck 2015 Constrains on Spatially-Flat Dynamical Dark Energy Models. Arxiv:1802.05571v1[astro-ph.CO].
- [8] Aghanim, N., *et al.* (2018) Planck 2018 Results. VI. Cosmological Parameters. Arxiv:1807.06209V1[astro-ph.CO].
- [9] Berti, E., *et al.* (2015) Testing General Relativity with Present and Future Astrophysical Observations. *Classical and Quantum Gravity*, **32**, 243001-243179. <https://doi.org/10.1088/0264-9381/32/24/243001>
- [10] Ooba, J., Ichiki, K., Chiba, T. and Sugiyama, N. (2017) Cosmological Constraints on Scalar-Tensor Gravity and the Variation of the Gravitational Constant. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, No. 4, 043E03-043E18. <https://doi.org/10.1093/ptep/ptx046>
- [11] Zhang, X.-F. (2017) Evolution of the Universe in Scalar-Tensor Gravity. *Modern Physics*, **7**, 242-248. <https://doi.org/10.12677/MP.2017.76028>
- [12] Zhang, X.-F. (2011) Dark Energy Model with Non-Minimal Coupling and Cosmological Constant Boundary. *Communications in Theoretical Physics*, **56**, 1167-1170. <https://doi.org/10.1088/0253-6102/56/6/34>
- [13] Torres, D.F. (2002) Quintessence, Super Quintessence and Observable Quantities in Brans-Dicke and Non-Minimally Coupled Theories. *Physics Review*, **D66**, Article ID: 043522. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.66.043522>

知网检索的两种方式：

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>
下拉列表框选择：[ISSN]，输入期刊 ISSN：2161-0916，即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>
左侧“国际文献总库”进入，输入文章标题，即可查询

投稿请点击：<http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱：mp@hanspub.org