

# Relativistic Matter Wave and Its Explanation to Superconductivity: Based on the Equality Principle

Huaiyang Cui

Department of Physics, Beihang University, Beijing  
Email: [hycui@buaa.edu.cn](mailto:hycui@buaa.edu.cn)

Received: Mar. 23<sup>rd</sup>, 2020; accepted: Apr. 16<sup>th</sup>, 2020; published: Apr. 23<sup>rd</sup>, 2020

---

## Abstract

Relativistic matter waves provide a basic concept for the study of quantum strongly correlated systems in superconductors. In this paper, by studying the phase change of relativistic matter wave in the process of electron collision, the interaction formula of strongly correlated electron system is derived, and its validity in superconductor is checked. Our calculation of energy gap agrees well with experiments for 21 typical superconductors. Moreover, this formula clearly indicates that some electrons colliding with crystal lattice will become no gain and no loss in energy at extremely low temperatures. It provides a new way to study the mechanism of superconductivity. In addition, we put forward that relativistic matter wave is a basic concept based on the equality principle, which makes our superconductivity theory have a more solid theoretical foundation.

## Keywords

Matter Wave, Energy Gap, Equality Principle

---

# 相对论物质波及其对超导电性的解释：基于平等性原理

崔怀洋

北京航空航天大学物理系, 北京  
Email: [hycui@buaa.edu.cn](mailto:hycui@buaa.edu.cn)

收稿日期: 2020年3月23日; 录用日期: 2020年4月16日; 发布日期: 2020年4月23日

## 摘要

相对论物质波为超导体中的量子强关联体系的研究提供了一个基本概念。本文通过研究电子碰撞过程中相对论物质波的相位变化,推导出了强关联电子体系的相互作用公式,并对其在超导体中的有效性进行了检验。我们对超导能隙的计算与典型的21种超导体的实验结果吻合得很好。此外,这个相互作用公式清楚地表明,在极低温下,某些电子与晶格的碰撞将变得既无能量增益又无能量损失,从而为超导机制的研究提供了新的思路。另外,我们提出,相对论物质波是建立在平等性原理基础上的基本概念,从而使得我们的超导理论有更加扎实的理论基础。

## 关键词

物质波, 能隙, 平等性原理

Copyright © 2020 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

在1911年,荷兰科学家 H. K. Onnes 等人发现汞在极低的温度下其电阻消失,呈现超导状态,从此,超导体的研究受到广泛关注。一方面,多种具有实用潜力的超导材料被发现,另一方面,对超导机理的研究也有很大进展[1] [2]。人们为阐明超导体的机理做了很多努力[3] [4] [5] [6],科学家提出了多种理论,其中比较重要的理论有 BCS 理论、GL 理论。但 BCS 理论无法解释第二类超导体存在的原因,尤其是根据 BCS 理论得出的麦克米兰极限温度(超导体的临界转变温度不能高于 40 K),早已被第二类超导体突破。

相对论物质波为超导体中的量子强关联体系的研究提供了一个基本概念[7]。本文通过研究电子碰撞过程中相对论物质波的相位变化,推导出了强关联电子体系的相互作用公式,并对其在超导体中的有效性进行了检验。我们对超导能隙的计算与典型的 21 种超导体的实验结果吻合得很好。此外,这个相互作用公式清楚地表明,在极低温下,某些电子与晶格的碰撞将变得既无能量增益又无能量损失,从而为超导机制的研究提供了新的思路。另外,我们提出,相对论物质波是建立在平等性原理基础上的基本概念,从而使得我们的超导理论有更加扎实的理论基础。

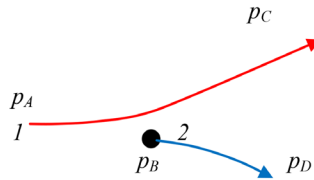
## 2. 粒子碰撞中的相对论物质波

在电磁矢势  $A$  中,考虑一个粒子,它的物质波的积分形式与动量算符形式是一一对应的:

$$\phi = \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x (mu_\mu + qA_\mu) dx_\mu\right) \Leftrightarrow \hat{p}_\mu \equiv -i\hbar \frac{\partial}{\partial x_\mu} - qA_\mu. \quad (1)$$

这个式子就是相对论物质波的定义[7],这里  $m$  是电荷为  $q$  的粒子质量,  $u_\mu$  是粒子的四维速度,  $A_\mu$  是电磁四维矢势,  $\mu = 1, 2, 3, 4$ ,  $x_4 = ict$ ; 积分路径  $L$  是在粒子束中从积分初始点  $x_0$  到  $x$  的任意可积路径,它不是粒子轨迹而是计算场的数学路径。现在考虑碰撞中的粒子 1 和 2,如图 1 所示,它们的相对论物质波为

$$\begin{aligned}\phi^{(1)} &= \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x (p_\mu^{(1)} + q^{(1)} A_\mu^{(1)}) dx_\mu\right) = \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x R_\mu^{(1)} dx_\mu\right) \\ \phi^{(2)} &= \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x (p_\mu^{(2)} + q^{(2)} A_\mu^{(2)}) dx_\mu\right) = \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x R_\mu^{(2)} dx_\mu\right)\end{aligned}\tag{2}$$



**Figure 1.** Particle 1 collides off particle 2  
**图 1.** 粒子 1 与粒子 2 的碰撞

本文中用上标来标注粒子 1 或 2。粒子 1 与粒子 2 相距  $r$ ，两者彼此提供的库仑四维矢势为

$$\begin{aligned}A_\mu^{(1)} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^{(2)} u_\mu^{(2)}}{c^2 r} \propto p_\mu^{(2)} \\ A_\mu^{(2)} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^{(1)} u_\mu^{(1)}}{c^2 r} \propto p_\mu^{(1)}\end{aligned}\tag{3}$$

相对论物质波表达式中的符号  $R = p + qA$ ，实际是经典分析力学的粒子正则动量[8]。根据方程(2)， $R$  可以写成漂亮的矩阵形式

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} R_\mu^{(1)} \\ R_\mu^{(2)} \end{bmatrix} &= \left(1 + \begin{bmatrix} S^{(11)} & S^{(12)} \\ S^{(21)} & S^{(22)} \end{bmatrix}\right) \begin{bmatrix} p_\mu^{(1)} \\ p_\mu^{(2)} \end{bmatrix}. \\ \text{or } R &= (1 + S) p\end{aligned}\tag{4}$$

对于纯库仑相互作用，矩阵  $S$  具有最简单的形式，即它有  $S^{(11)} = 0$ ， $S^{(22)} = 0$ ，与方程(3)一致；对于一般情况下的复杂相互作用，很容易证明，矩阵  $S$  是 Hermite 矩阵(Hermitian Matrix)，即： $S^\dagger = S$ ，因为  $|\phi^{(1)}| = |\phi^{(2)}| = 1$ ，证明见附录 A。

根据群论，二阶的 Hermite 矩阵  $S$  是由 Pauli 矩阵线性组合而成，具有 SU(2)对称性：

$$\begin{bmatrix} R^{(1)} \\ R^{(2)} \end{bmatrix} = (1 + S) \begin{bmatrix} p^{(1)} \\ p^{(2)} \end{bmatrix} = (1 + c_1\sigma_1 + c_2\sigma_2 + c_3\sigma_3) \begin{bmatrix} p^{(1)} \\ p^{(2)} \end{bmatrix},\tag{5}$$

这里 Pauli 矩阵(SU(2) group)是

$$\sigma_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix},\tag{6}$$

这里  $c_1, c_2, c_3$  是三个相互独立的实数(以下称之为 SU(2)群系数)。对于一般情况下的复杂相互作用，下面我们详细讨论上述公式中每一项 Pauli 矩阵的物理意义。

1) 假设在碰撞过程中  $c_1$  工作， $c_2 = c_3 = 0$ ，这种情况是

$$\begin{bmatrix} R_\mu^{(1)} \\ R_\mu^{(2)} \end{bmatrix} = \left(1 + c_1 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\right) \begin{bmatrix} p_\mu^{(1)} \\ p_\mu^{(2)} \end{bmatrix}.\tag{7}$$

容易看出，使用方程(3)来确定系数  $c_1$ ，它代表了两粒子之间的纯库仑相互作用：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_\mu^{(1)} \\ \mathbf{R}_\mu^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_\mu^{(1)} \\ p_\mu^{(2)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q^{(1)} A_\mu^{(1)} \\ q^{(2)} A_\mu^{(2)} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

在这种情况下,  $\mathbf{R}$  就是我们比较熟悉的粒子在电磁场中的正则动量,  $\mathbf{R}$  控制着物质波的相位。

2) 假设在碰撞过程中  $c_1$  和  $c_3$  工作,  $c_2 = 0$ , 这种情况是

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_\mu^{(1)} \\ \mathbf{R}_\mu^{(2)} \end{bmatrix} &= \left( 1 + c_1 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + c_3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} p_\mu^{(1)} \\ p_\mu^{(2)} \end{bmatrix} \\ &= \left( 1 + c_3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} p_\mu^{(1)} \\ p_\mu^{(2)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q^{(1)} A_\mu^{(1)} \\ q^{(2)} A_\mu^{(2)} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (9)$$

让我们观察一下两粒子体系的总正则动量, 它们是

$$\begin{aligned} R_4 &= R_4^{(1)} + R_4^{(2)} \\ \mathbf{R} &= \mathbf{R}^{(1)} + \mathbf{R}^{(2)}. \end{aligned} \quad (10)$$

把方程(9)代入上式(10), 我们得到

$$\begin{aligned} R_4 &= p_4^{(1)} + c_3 p_4^{(1)} + q^{(1)} A_4^{(1)} + p_4^{(2)} - c_3 p_4^{(2)} + q^{(2)} A_4^{(2)} \\ \mathbf{R} &= \mathbf{p}^{(1)} + c_3 \mathbf{p}^{(1)} + q^{(1)} \mathbf{A}^{(1)} + \mathbf{p}^{(2)} - c_3 \mathbf{p}^{(2)} + q^{(2)} \mathbf{A}^{(2)}. \end{aligned} \quad (11)$$

所以

$$c_3 = \frac{p_4^{(1)} + q^{(1)} A_4^{(1)} + p_4^{(2)} + q^{(2)} A_4^{(2)} - R_4}{p_4^{(2)} - p_4^{(1)}}, \quad (12)$$

$$c_3 = \frac{|\mathbf{p}^{(1)} + q^{(1)} \mathbf{A}^{(1)} + \mathbf{p}^{(2)} + q^{(2)} \mathbf{A}^{(2)} - \mathbf{R}|}{|\mathbf{p}^{(2)} - \mathbf{p}^{(1)}|}. \quad (13)$$

回忆起  $c_3$  是 SU(2)对称群的一个实数系数, 在方程(12)中  $c_3$  通过能量变化来计算; 而在方程(13)中  $c_3$  通过动量变化来计算, 方程(12)和方程(13)都具有数学奇异性: 如果分子不为零, 方程(12)不允许两粒子具有相同的相对论能量, 否则它的计算式分母为零从而使得两粒子之间的相互作用急剧增强(假设两粒子之间不是共振关系); 方程(13)同样不允许两粒子具有相同的相对论动量。这正是 Pauli 不相容原理。根据上述公式, Pauli 不相容原理可以表述为: 两粒子(费米子)不能具有相同的相对论能量  $E_r$  和不能具有相同的相对论动量, 即

$$p_4 = \frac{mic}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{iE_r}{c}; \quad p_4^{(2)} \neq p_4^{(1)}; \quad \mathbf{p}^{(2)} \neq \mathbf{p}^{(1)}. \quad (14)$$

如果两粒子体系处于总的静态(in total stationary state), 它们的总物质波是

$$\phi^{(1)} \phi^{(2)} = \phi(\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}) \exp\left(-\frac{iE}{\hbar} t\right), \quad (15)$$

而

$$\begin{aligned} \phi^{(1)} \phi^{(2)} &= \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x R_\mu^{(1)} dx_\mu + \frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x R_\mu^{(2)} dx_\mu\right) \\ &= \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x \mathbf{R}^{(1)} \cdot d\mathbf{x}^{(1)} + \frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x \mathbf{R}^{(2)} \cdot d\mathbf{x}^{(2)} + \frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x (R_4^{(1)} + R_4^{(2)}) dx_4\right), \end{aligned} \quad (16)$$

比较方程(15)和方程(16), 我们发现, 总的能量守恒方程就是

$$R_4 = R_4^{(1)} + R_4^{(2)} = \frac{iE}{c} = const.. \quad (17)$$

这就是  $R_4$  的物理意义, 据此我们看出:  $R$  代表系统总的正则动量。注意到在(11)式子中  $R$  不仅包含电磁矢势  $A$ , 还包含了新的成分。一般来讲, 群参数  $c_3$  不为零, 在方程(12)中的分子包含了两粒子之间的电磁相互作用, 代入两粒子之间的库仑势, 我们得到

$$q^{(1)}A_4^{(1)} + q^{(2)}A_4^{(2)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^{(1)}q^{(2)}u_4^{(2)}}{c^2 r} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^{(1)}q^{(2)}u_4^{(1)}}{c^2 r} \propto \frac{1}{r}, \quad (18)$$

它反比于两粒子之间的距离  $r$ 。在电子费米气体中, 群参数  $c_3$  应该与温度有关, 所以方程(12)和方程(13)合并在一起而写成下述函数形式

$$c_3 = \frac{H(T,1/r)}{p_4^{(2)} - p_4^{(1)}} + \frac{M(T,1/r)}{|\mathbf{p}^{(2)} - \mathbf{p}^{(1)}|}, \quad (19)$$

对于电子费米气体, 让实验来决定上述分子中的因子  $H(T,1/r)$  和  $M(T,1/r)$ 。只看粒子 1 和它的群参数, 它的物质波的  $R$  最后写成

$$R_\mu^{(1)} = p_\mu^{(1)} + \left( \frac{H(T,1/r)}{p_4^{(2)} - p_4^{(1)}} + \frac{M(T,1/r)}{|\mathbf{p}^{(2)} - \mathbf{p}^{(1)}|} \right) p_\mu^{(1)} + q^{(1)}A_\mu^{(1)}. \quad (20)$$

粒子 1 相当于处在一个新的等效电磁场中:

$$\begin{aligned} R_\mu^{(1)} &= p_\mu^{(1)} + q^{(1)}A_\mu^{(1,new)} \\ A_\mu^{(1,new)} &= \left( \frac{H(T,1/r)}{p_4^{(2)} - p_4^{(1)}} + \frac{M(T,1/r)}{|\mathbf{p}^{(2)} - \mathbf{p}^{(1)}|} \right) \frac{p_\mu^{(1)}}{q^{(1)}} + A_\mu^{(1)}. \end{aligned} \quad (21)$$

新的等效电磁场  $A_\mu^{(1,new)}$  的第一项代表了 Pauli 不相容原理, 第二项代表了纯库仑相互作用。方程(21)式给出了强关联电子体系的相互作用公式。

3) 假设在碰撞过程中  $c_1$  和  $c_2$  工作,  $c_3 = 0$ , 这种情况是

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} R_\mu^{(1)} \\ R_\mu^{(2)} \end{bmatrix} &= \left( 1 + c_1 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} p_\mu^{(1)} \\ p_\mu^{(2)} \end{bmatrix} \\ &= \left( 1 + c_2 \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} p_\mu^{(1)} \\ p_\mu^{(2)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q^{(1)}A_\mu^{(1)} \\ q^{(2)}A_\mu^{(2)} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (22)$$

既然这种情况的相互作用矩阵  $S$  包含纯虚数, 我们不得不考虑动量也有相应的如下的实部和虚部

$$\mathbf{p}^{(1)} = \mathbf{p}^{(1)Re} + i\mathbf{p}^{(1)Im}. \quad (23)$$

在四维空间中, 它的形式是

$$p^{(1)} = p^{(1)Re} + ip^{(1)Im}. \quad (24)$$

在这种情况下, 只看粒子 1, 使用微扰理论( $c_2$  是小量), 从(22)式我们有

$$\begin{aligned} \mathbf{R}^{(1)Re} &= \mathbf{p}^{(1)Re} + c_1\mathbf{p}^{(2)Re} + c_2\mathbf{p}^{(2)Im} \\ \mathbf{R}^{(1)Im} &= \mathbf{p}^{(1)Im} + c_1\mathbf{p}^{(2)Im} - c_2\mathbf{p}^{(2)Re}. \end{aligned} \quad (25)$$

四维动量为  $p^{(1)}$  的粒子 1 可以看成一对“配对粒子”：动量分别为  $p^{(1)\text{Re}}$  和  $p^{(1)\text{Im}}$ ，如何处理配对粒子显然是非常棘手的问题，长话短说，在本作者的早期论文[9]中使用微扰理论( $c_2$ 是小量)， $p^{(1)\text{Re}}$  和  $p^{(1)\text{Im}}$  代表了自旋朝上和自旋朝下的配对关系，这里不再赘述。

### 3. 相对论物质波对超导电性的解释

本节我们将使用新的等效电磁场  $A_\mu^{(1, \text{new})}$  来研究超导体中的电子费米气体。考虑两个相邻的电子，它们的物质波具有 SU(2)对称性关系，如下

$$\begin{aligned} \phi^{(1)} &= \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x R_\mu^{(1)} dx_\mu\right) \\ \phi^{(2)} &= \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x R_\mu^{(2)} dx_\mu\right), \end{aligned} \tag{26}$$

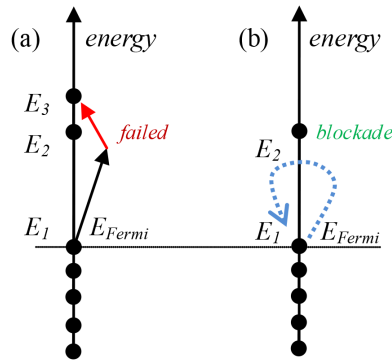
$$\begin{bmatrix} R^{(1)} \\ R^{(2)} \end{bmatrix} = (1 + c_1\sigma_1 + c_2\sigma_2 + c_3\sigma_3) \begin{bmatrix} p^{(1)} \\ p^{(2)} \end{bmatrix}. \tag{27}$$

这两个物质波的相位都是由 3 个部分组成：1) 两个粒子之间的库仑相互作用，由 SU(2)对称群的一个实数参数  $c_1$  表示；2) 两个粒子之间的自旋相互作用，由 SU(2)对称群的第二个实数参数  $c_2$  表示；3) 两个粒子之间的 Pauli 不相容的相互作用，由 SU(2)对称群的第三个实数参数  $c_3$  表示。

在这篇论文中，我们只讨论库仑相互作用和 Pauli 不相容的相互作用，忽略自旋相互作用[9]，即我们总是假定  $c_2 = 0$ 。

在超导体的电子费米气体中，在费米能表面上考虑两个相邻的电子 1 和电子 2，它们分别具有能量  $E_1$  和  $E_2$ 。如果电子 1 由于热运动而撞击晶格并且希望跳跃到较高的一个能级  $E_3$  上，即  $E_1 < E_2 < E_3$ ，那么电子 1 会遇到麻烦：它的能量从  $E_1$  增加到  $E_3$  的过程中总会有一个时刻等于  $E_2$ ，上节所述的 Pauli 不相容的相互作用的公式告诉我们，Pauli 不相容的相互作用公式会变成无穷大，因为当  $E_1 - E_2 = 0$  时它的公式分母为零；实际上，新的等效电磁场  $A_\mu^{(1, \text{new})}$  会阻止这种跳跃，即当  $E_1 - E_2 = 0$  时它的公式分母为零时 Pauli 不相容的相互作用变成无穷大(排斥力)从而禁止粒子 1 跳跃过程中它的能量接近相邻电子 2 的能量  $E_2$ 。如图 2(a)所示意。

$$A_\mu^{(1, \text{new})} = \left( \frac{H(T, 1/r)}{p_4^{(2)} - p_4^{(1)}} + \frac{M(T, 1/r)}{|\mathbf{p}^{(2)} - \mathbf{p}^{(1)}|} \right) \frac{p_\mu^{(1)}}{q^{(1)}} + A_\mu^{(1)}. \tag{28}$$

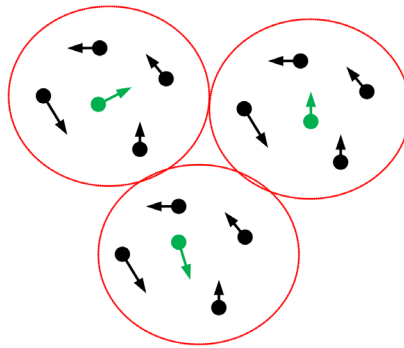


**Figure 2.** Electron energy level distribution near the Fermi energy in the electron gas  
**图 2.** 电子气费米能附近的电子能级分布

这叫做“奇异性阻塞效应”(singularity blockade effect)。这个效应导致电子 2 会阻止任何一个与它相邻的电子跳跃到高于  $E_2$  的能级上去, 如图 2(b) 所示意。这个奇异性阻塞效应也意味着费米能表面上的相邻的电子之间存在能隙  $\Delta E = E_2 - E_1$ 。电子 1 可以做热运动,  $E_1$  可以在一定范围内涨落, 但是电子 1 的能量不能超过电子 2 的能量  $E_2$ 。同时, 费米能表面内部的电子没有热运动, 因为内部电子之间的奇异性阻塞效应比较强(跟费米能表面相比), 只允许非常弱的可以忽略的热运动, 这叫做“囚牢效应”(jail effect)。图 2(b) 告诉我们, 能隙  $\Delta E = E_2 - E_1$  至少要具有一个电子热运动的平均动能  $3kT/2$  的数量级, 考虑到热运动电子的动能分布为 Maxwell 分布, 所以在超导体中由于奇异性阻塞效应, 能隙  $\Delta E = E_2 - E_1$  的估计值应该在如下的范围内

$$\Delta E \approx \frac{3}{2}kT \sim \frac{6}{2}kT. \tag{29}$$

这里  $k$  是 Boltzmann 常数。能隙  $\Delta E$  是发生在费米能表面上的, 只有少数电子具有较高的能级  $E_2$ , 而这些少数较高能量的能级  $E_2$  的电子作为局域领导者控制着附近的电子, 如图 3 所示意。



**Figure 3.** Only a few  $E_2$  electrons become local leaders bullying over other neighboring electrons  
**图 3.** 少数较高能量的能级  $E_2$  的电子作为局域领导者控制着附近的电子

如何降低 Pauli 不相容的排斥相互作用呢? 根据方程(28)的第一项, 如果两个电子相距很远, 它(既  $c_3$ )的分子必须下降并趋于零, 这样分子才能消除分母为零的奇异性。所以, Pauli 不相容的相互作用只对相邻的电子起作用。降低 Pauli 不相容的排斥相互作用的另外一个方法是让温度下降并接近零, 这样两个电子之间的相互作用很弱, (28)式分子也会趋于零, 结果在费米能表面上的能隙  $\Delta E$  也跟着变窄。

假设电子 1 跟晶格发生碰撞而获得一个声子的能量:

$$E_D = \hbar\omega_D. \tag{30}$$

这里  $\omega_D$  是晶格 Debye 频率, 根据 Debye 频率的定义, 这个声子已经是晶格中能量最大的声子了。我们会有疑问: 电子 2 作为局域领导者是否会允许电子 1 吸收这个声子? 假如能隙  $\Delta E = E_2 - E_1$  小于这个声子的能量  $E_D$ , 那么电子 2 就会利用奇异性阻塞效应来阻止电子 1 吸收这个声子, 迫使电子 1 放弃吸收这个声子, 这种情况发生的条件是

$$\Delta E < \hbar\omega_D. \tag{31}$$

结果, 电子 1 在与晶格发生碰撞的过程中, 在与这个声子的交互的过程中, 既没有吸收能量也没有损失能量, 这等效于电子与晶格之间发生了弹性碰撞, 它意味着电子 1 在与晶格发生碰撞的过程中保持零电阻。所以, 在温度下降到临界温度  $T_c$  时, 能隙  $\Delta E$  等于或小于声子的最大能量  $E_D$  的时候, 许多电子

1 在与晶格发生碰撞的过程中既没有吸收能量也没有损失能量，在奇异性阻塞效应控制下，超导现象发生了。所以，临界温度  $T_c$  为

$$\Delta E = \frac{g}{2} kT_c \approx \hbar \omega_D; \quad g = 3 \sim 6. \quad (32)$$

根据奇异性排斥效应，我们查阅了 21 种超导材料的能隙，如表 1 所列[1]，与我们的估计值完全相符。

**Table 1.** Comparison of energy gaps for 21 typical superconductors

**表 1.** 21 种超导材料的能隙比较

Material	$T_c$ , K	$2\Delta E$ , mV	$g = 2\Delta E/kT$	$g$ , Equation (32), this work prediction	$g$ , BCS prediction
Hf	0.13	0.044	3.9	3~6	3.53
Cd	0.52	0.14	3.2	3~6	3.53
Zn	0.85	0.23	3.2	3~6	3.53
Al	1.2	0.35	3.4	3~6	3.53
In	3.4	1.05	3.6	3~6	3.53
Hg	4.2	1.7	4.6	3~6	3.53
Pb	7.2	2.7	4.3	3~6	3.53
Nb	9.3	3.0	3.8	3~6	3.53
V <sub>3</sub> Ge	11.2	3.1	3.2	3~6	3.53
V <sub>3</sub> Si	17.1	5.4	3.7	3~6	3.53
Nb <sub>3</sub> Sn	18.1	4.7	3.0	3~6	3.53
K <sub>3</sub> C <sub>60</sub>	19	5.9	3.6	3~6	3.53
Rb <sub>3</sub> C <sub>60</sub>	29	7.5	3.0	3~6	3.53
Ba <sub>0.6</sub> K <sub>0.4</sub> BiO <sub>3</sub>	18.5	5.9	3.7	3~6	3.53
(Nd <sub>0.925</sub> Ce <sub>0.075</sub> ) <sub>2</sub> CuO <sub>4</sub>	21	7.4	4.4	3~6	3.53
(La <sub>0.925</sub> Sr <sub>0.075</sub> ) <sub>2</sub> CuO <sub>4</sub>	36	13	4.3	3~6	3.53
YBa <sub>2</sub> Cu <sub>3</sub> O <sub>7-<math>\delta</math></sub>	87	30	4.0	3~6	3.53
Bi <sub>2</sub> Sr <sub>2</sub> Ca <sub>2</sub> Cu <sub>3</sub> O <sub>10</sub>	108	53	5.7	3~6	3.53
Tl <sub>2</sub> Ba <sub>2</sub> Ca <sub>2</sub> Cu <sub>2</sub> O <sub>8</sub>	112	44	4.5	3~6	3.53
Tl <sub>2</sub> Ba <sub>2</sub> Ca <sub>2</sub> Cu <sub>3</sub> O <sub>10</sub>	105	28	3.1	3~6	3.53
Hg <sub>2</sub> Ba <sub>2</sub> Ca <sub>2</sub> Cu <sub>3</sub> O <sub>8</sub>	131	48	4.3	3~6	3.53

本文所说的强关联量子体系中的相互作用公式(28)有一个显著的特点:不是改善超导体的能隙计算精度，而是给我们提供了一个新的超导机制:成功地解释了为什么有些电子(不是全部电子)能够在与晶格发生碰撞的过程中既没有吸收能量也没有损失能量，这等效于电子与晶格之间的弹性碰撞机制，虽然我们并没有讨论自旋相互作用。不难想象，相同的奇异性阻塞效应可以用来解释液氦低温下的超流现象:碰撞过程中既没有吸收能量也没有损失能量，虽然液氦有些是费米系统(<sup>3</sup>Hellium liquid, superconductor)，有些是玻色系统(<sup>4</sup>Hellium liquid, excitons) [2]。

实际上，奇异性阻塞效应属于三体效应(电子 1，电子 2，声子)，与传统的量子波动方程求解思路相



比, 相对论的物质波公式通过相位变化的计算更加适合求解这类问题。其实, 相对论物质波还有许多新的特性有待研究[7] [9] [10] [11], 下面介绍相对论物质波的理论基础。

#### 4. 相对论物质波的概念基础: 平等性原理

在物理学中, 一个粒子的四维速度  $u$  满足

$$u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = -c^2. \quad (33)$$

无论哪一种粒子(电子, 分子, 中子, 夸克), 它们的四维速度  $u$  都具有相同的数量大小:  $|u| = ic$ 。在相对论时空中( $x_1, x_2, x_3, x_4 = ict$ ), 四维速度  $u$  具有平等性: 对所有的粒子, 四维速度  $u$  具有相同的数量大小, 这叫做速度平等性原理。

假如电子具有最大极限加速度  $\beta$ , 即任何电子的加速度都不能超过这个最大极限加速度  $\beta$ , 那么电子的相对论加速度  $\alpha$  应当满足

$$|\alpha|^2 = -\beta^2. \quad (34)$$

对所有的电子, 相对论加速度  $\alpha$  具有相同的  $|\alpha| = i\beta$  数量大小, 这叫做加速度平等性原理。很明显, 这里的相对论加速度  $\alpha$  概念对传统的动力学公式  $m\alpha = F$  有很大的冲击。实际上, 我们希望看到: 这里的加速度平等性原理能够导致粒子的 Heisenberg 不确定原理并且可以解释粒子的量子力学行为。为了达到这样的目的, 我们下面讨论一下平等性原理与物质波之间的关系。

##### 1) 勾股定理与平等性

在一个实验室坐标系中, 考虑一个质量为  $m$  的速度为  $v$  粒子, 根据勾股定理(Pythagoras theorem), 在时间间隔  $dt$  内, 粒子移动的距离为

$$dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 = v^2 dt^2. \quad (35)$$

两边同时减去  $c^2 dt^2$ , 我们得到

$$dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 - c^2 dt^2 = v^2 dt^2 - c^2 dt^2 = -c^2 dt^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right). \quad (36)$$

它可以重新写成

$$\left(\frac{dx_1/dt}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)^2 + \left(\frac{dx_2/dt}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)^2 + \left(\frac{dx_3/dt}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)^2 + \left(\frac{icdt/dt}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)^2 = -c^2. \quad (37)$$

我们定义第四坐标轴和固有时间间隔(proper time interval)如下

$$\begin{aligned} x_4 &= ict \\ d\tau &= \sqrt{1-v^2/c^2} dt \end{aligned} \quad (38)$$

那么, 坐标系( $x_1, x_2, x_3, x_4 = ict$ )构成了一个相对论时空, 粒子的四维速度定义为

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{dx_1/dt}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, & u_2 &= \frac{dx_2/dt}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \\ u_3 &= \frac{dx_3/dt}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, & u_4 &= \frac{dx_4/dt}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \end{aligned} \quad (39)$$

我们有

$$u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = -c^2. \tag{40}$$

它意味着任何粒子的四维速度的数量大小取相同的值： $|u| = ic$ （常虚数），这叫做速度的平等性原理。根据勾股定理(Pythagoras theorem)，粒子的相对论加速度  $a$  有

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 = a^2. \tag{41}$$

假如电子具有最大极限加速度  $\beta$ ，即没有电子的加速度能超过这个最大极限加速度  $\beta$ ，那么上式两边同时减去  $\beta^2$ ，我们有

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 - \beta^2 = a^2 - \beta^2 = -\beta^2(1 - a^2/\beta^2). \tag{42}$$

它可以写成

$$\left(\frac{a_1}{\sqrt{1 - a^2/\beta^2}}\right)^2 + \left(\frac{a_2}{\sqrt{1 - a^2/\beta^2}}\right)^2 + \left(\frac{a_3}{\sqrt{1 - a^2/\beta^2}}\right)^2 + \left(\frac{a_4}{\sqrt{1 - a^2/\beta^2}}\right)^2 + \left(\frac{i\beta}{\sqrt{1 - a^2/\beta^2}}\right)^2 = -\beta^2. \tag{43}$$

现在，上式左边包含五项，电子的相对论加速度可以看成五维加速度，定义为

$$\alpha_1 = \frac{a_1}{\sqrt{1 - a^2/\beta^2}}, \quad \alpha_2 = \frac{a_2}{\sqrt{1 - a^2/\beta^2}}, \quad \alpha_3 = \frac{a_3}{\sqrt{1 - a^2/\beta^2}}, \tag{44}$$

$$\alpha_4 = \frac{a_4}{\sqrt{1 - a^2/\beta^2}}, \quad \alpha_5 = \frac{i\beta}{\sqrt{1 - a^2/\beta^2}}$$

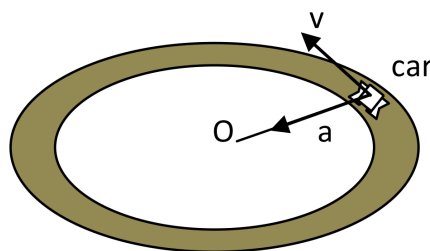
这里  $\alpha_5$  是新定义的第五维加速度，其五维相对论空间是  $(x_1, x_2, x_3, x_4 = ict, x_5)$ ，这样我们有

$$\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 + \alpha_4^2 + \alpha_5^2 = -\beta^2. \tag{45}$$

它意味着任何粒子的相对论加速度  $\alpha$  的数量大小取相同的值： $|\alpha| = i\beta$ （常虚数），这叫做加速度的平等性原理。

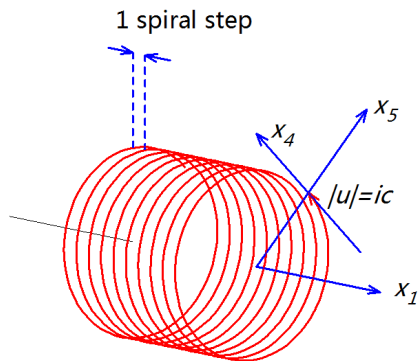
### 2) 物质波的可视化

每一个电子的相对论加速度  $\alpha$  的数量大小取固定值： $|\alpha| = i\beta$ ，每一个电子的相对论速度  $u$  的数量大小也取固定值： $|u| = ic$ ，这是一种怎样的运动图像？在现实世界中，当一个小轿车做匀速圆周运动的时候，它具有常切向速度  $v$  和常向心加速度  $a$ ，如图 4 所示。



**Figure 4.** A car moves around a circular path at constant speed  $v$  with constant centripetal acceleration  $a$

**图 4.** 小轿车做匀速圆周运动的时候，它具有常切向速度  $v$  和常向心加速度  $a$



clockwise or counter-clockwise.

**Figure 5.** The electron moves along the  $x_1$  axis with the constant speed  $|u|=ic$  in the  $u$  direction and constant centripetal force in the  $x_5$  axis at the radius  $iR$  (imaginary number), the coordinate system  $(x_1, x_4 = ict, x_5 = iR)$  consists of a cylinder coordinate system

**图 5.** 一个沿着  $x_1$  轴以速度  $v$  做匀速运动的电子, 它在图中沿着  $u$  方向以常速度  $|u|=ic$  运动和沿着  $x_5$  轴方向以常加速度  $|\alpha|=i\beta$  做半径  $iR$  (虚数) 的圆周运动, 它的坐标系  $(x_1, x_4 = ict, x_5 = iR)$  构成柱坐标系

类似于匀速圆周运动的小轿车, 如图 5 所示, 考虑一个沿着  $x_1$  轴以速度  $v$  做匀速运动的电子, 它在图中沿着  $u$  方向以常速度  $|u|=ic$  运动和沿着  $x_5$  轴方向以常加速度  $|\alpha|=i\beta$  做半径  $iR$  (虚数) 的圆周运动, 它的坐标系  $(x_1, x_4 = ict, x_5 = iR)$  构成柱坐标系, 在其中, 电子沿着  $x_1$  轴以速度  $v$  做螺旋运动。根据我们熟知的向心加速度公式, 在  $x_4$ - $x_5$  平面的向心加速度是

$$i\beta = \frac{|u|^2}{iR} = -\frac{c^2}{iR} = i\frac{c^2}{R}. \tag{46}$$

所以, 在这个  $(x_1, x_4 = ict, x_5 = iR)$  柱坐标系中电子的轨迹形成一个螺旋包(spiral-package), 电子运动速度  $v$  越快, 螺旋步距越长。而在狭义相对论的时空  $(x_1, x_4 = ict)$  中这个螺旋包是不可见的。

图 5 中的螺旋包像一个钢丝弹簧, 可以用一个波函数来描述; 电子向前运动 137 个螺旋步距(spiral step), 对应波函数相位增加  $2\pi$ , 137 个螺旋步距对应螺旋周长是  $137 \times 2\pi(iR)$ 。为什么是 137 个螺旋步距对应相位  $2\pi$  呢? 因为它与精细结构常数  $f = 1/137$  相关联。既然电子在螺旋线上的每个微小位移是  $|u|d\tau = icd\tau$  (在四维速度  $u$  的方向上), 波函数相位增加量的计算公式为

$$phase = \int_0^r \frac{2\pi}{137 * 2\pi(iR)} icd\tau = \int_0^r \frac{fc}{R} d\tau; f = \frac{1}{137}. \tag{47}$$

代入半径  $R$ , 波函数  $\psi$  表示为

$$\psi = \exp(-i \cdot phase) = \exp\left(-i \int_0^r \frac{fc}{R} d\tau\right) = \exp\left(-i \frac{f\beta}{c} \int_0^r d\tau\right). \tag{48}$$

在相对论理论中, 我们知道沿着  $d\tau$  的积分需要换算成现实世界的线积分, 也就是

$$\begin{aligned} d\tau &= -c^2 \frac{d\tau}{-c^2} = (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2) \frac{d\tau}{-c^2} \\ &= (u_1 dx_1 + u_2 dx_2 + u_3 dx_3 + u_4 dx_4) \frac{1}{-c^2}. \end{aligned} \tag{49}$$

所以波函数  $\psi$  表达式为

$$\psi = \exp\left(-i \frac{f\beta}{c} \int_0^\tau d\tau\right) = \exp\left(i \frac{f\beta}{c^3} \int_0^x (u_1 dx_1 + u_2 dx_2 + u_3 dx_3 + u_4 dx_4)\right). \quad (50)$$

容易发现，最大极限加速度  $f\beta$  是一个傀儡，它是普兰克常数(Planck constant)的代理，那么波函数  $\psi$  表示为

$$\begin{aligned} \text{assume: } \frac{f\beta}{c^3} &= \frac{m}{\hbar} \\ \psi &= \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_0^x (mu_1 dx_1 + mu_2 dx_2 + mu_3 dx_3 + mu_4 dx_4)\right) \leftarrow (\text{matter wave}) \end{aligned} \quad (51)$$

注意到  $mu_4 dx_4 = -Edt$ ，上面这个方程(51)强烈建议上述波函数  $\psi$  就是现实世界的德布罗意物质波(de Broglie matter wave)。

讨论：1) 平等性原理是一个很好的物理基础平台，它可以让我们合理地引入基本常数。因为它让每个粒子都平等地享有相同的物理学基本常数。正如我们利用速度平等性原理和加速度平等性原理，让每个电子都在运动的时候享有相同的速度数量大小和相同的普兰克常数，就像电子生命中的不变基因。2) 实际上，平等性原理为传统物理学注入了新鲜血液，特别是对天体物理，超导电性等等。平等性原理特别适合用来建立物理学的基本概念。3) 在图 5 中，电子在这个  $(x_1, x_4 = ict, x_5 = iR)$  柱坐标系中螺旋步距是

$$s = v \cdot t_{\text{spiraling}} = v \frac{2\pi(iR)}{ic} = v \frac{2\pi R}{c}. \quad (52)$$

螺旋步距对应的螺旋周期是一个常数。在本文中，电子在这个  $(x_1, x_4 = ict, x_5 = iR)$  柱坐标系中的螺旋轨迹叫做螺旋包(spiral-package)，螺旋包的长度被认为是物质波的相干长度(coherent length)。4) 在图 5 中，电子的螺旋包有 2 种：顺时针螺旋包和逆时针螺旋包，本作者认为它们可以代表自旋朝上和自旋朝下。很容易计算出电子在做螺旋包运动时候的相心加速度(ultimate acceleration)  $\beta$ ，半径  $R$  以及角动量  $J$ ，如下

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{c^3 m}{f \hbar} = 3.1894E + 31 (\text{M/s}^2) \\ R &= \frac{c^2}{\beta} = 2.81794E - 15 (\text{M}) \\ J &= \pm m |u| iR = \pm m |u| \frac{|u|^2}{i\beta} = \mp \frac{imc^3}{imc^3/f\hbar} = \mp f\hbar \end{aligned} \quad (53)$$

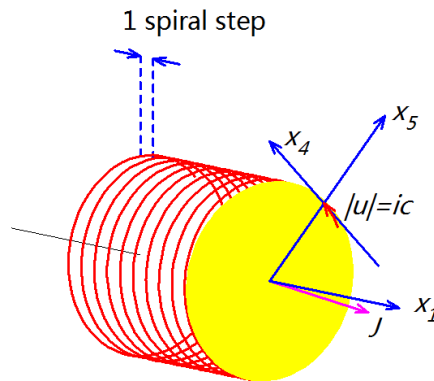
在图 6 中，角动量  $J$  的方向会与电子前进的  $x_1$  方向稍微不同，因为角动量  $J$  在绕着  $x_1$  方向做进动，这是由于螺旋包造成的。很容易想到这个角动量  $J$  会被现实世界的外部磁场  $B$  捕获到。如何把这个角动量  $J$  投影到现实世界  $(x_1, x_2, x_3, x_4 = ict)$  中去，如何与自旋朝上和自旋朝下相关，如何与高能粒子的手征(chirality)相关，这些问题超出了本文预设的范围，参见文献[9]。

重要提示：实际上，人们在狭义相对论时空  $(x_1, x_2, x_3, x_4 = ict)$  中是看不到上述螺旋包；人们只有在柱坐标系  $(x_1, x_4 = ict, x_5 = iR)$  时空中才能看到上述螺旋包。

### 3) Heisenberg 测不准原理

如图 7 所示，螺旋包的长度被认为是物质波的相干长度(coherent length)，相应地，相干宽度(coherent width)是指物质波在横向的影响范围(不是指在  $x_5$  轴上的螺旋包半径  $R$ ，因为在现实世界时空

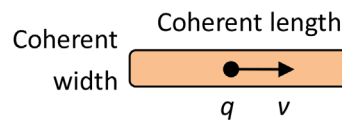
( $x_1, x_2, x_3, x_4 = ict$ ) 中看不到  $x_5$  轴)。螺旋包限制在相干长度(coherent length)和相干宽度(coherent width)之间。



clockwise or counter-clockwise.

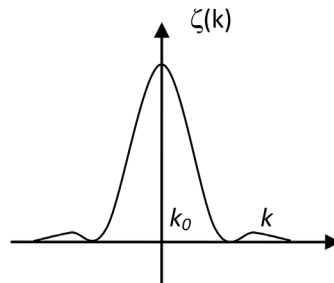
**Figure 6.** The direction of the angular momentum  $J$  would be different from the advance  $x_1$  direction

**图 6.** 角动量  $J$  的方向会与电子前进的  $x_1$  方向稍微不同



**Figure 7.** The length of spiral-package is recognized as the coherent length of its matter wave

**图 7.** 螺旋包的长度被认为是物质波的相干长度



**Figure 8.** The component spectrum is a sharp about  $k_0$

**图 8.** 波谱成分在  $k_0$  处有一个峰值

很明显，螺旋包就是一个波包。考虑一个电子沿着  $x$  轴运动，它的物质波具有相干长度  $L$ ，物质波的波包是

$$\psi = \begin{cases} \exp(ik_0x) & -\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (54)$$

它的波谱成分可以写成为

$$\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \zeta(k) \exp(ikx) dk \quad (55)$$

既然波包中不同成分的传播速度不同，各种波谱成分可以由傅里叶分析得到

$$\begin{aligned}
 \zeta(k) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \psi \exp(-ikx) dx \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \exp[-i(k-k_0)x] dx \\
 &= \frac{1}{2\pi} \frac{\exp[-i(k-k_0)L/2] - \exp[i(k-k_0)L/2]}{-i(k-k_0)} \\
 &= \frac{1}{2\pi} \frac{\sin[(k-k_0)L/2]}{k-k_0}
 \end{aligned} \tag{56}$$

现在，显然  $\sin z/z$  在  $z=0$  有最大值，在  $z=+\pi$  和  $z=-\pi$  处下降到零。对于较大的  $L$ ，波谱成分在  $k_0$  处有一个峰值，如图 8 所示，它是一个动量确定而位置不确定的电子波包情形。波谱成分的傅里叶分析告诉我们，不确定关系是

$$\begin{aligned}
 (k-k_0) \frac{L}{2} &= \pi \\
 \text{or: } (p-p_0)L &= h \\
 \text{or: } \Delta p \Delta x &= h
 \end{aligned} \tag{57}$$

这就是 Heisenberg 不确定原理。我们可以放心地说，电子不是一个几何点，它生活在它的非现实世界的螺旋包中。

#### 4) 位置平等性原理

位置，速度，加速度是粒子物理学中的三个基本概念，对应地，我们有位置平等性原理，速度平等性原理，加速度平等性原理。位置平等性原理要求我们承认存在一个最大极限距离  $D$ ，它自动被认为是宇宙直径：在  $D$  范围内，无物体可以逃脱。位置平等性原理允许我们引入哈勃常数(Hubble constant)和解释哈勃定律(Hubble law)。

考虑一个遥远恒星，它到太阳的距离为  $d$ ，我们以太阳为原点建立一个参考坐标系  $(x, y, z)$ ，如图 9 所示，勾股定理(Pythagoras theorem)告诉我们

$$x^2 + y^2 + z^2 = d^2. \tag{58}$$

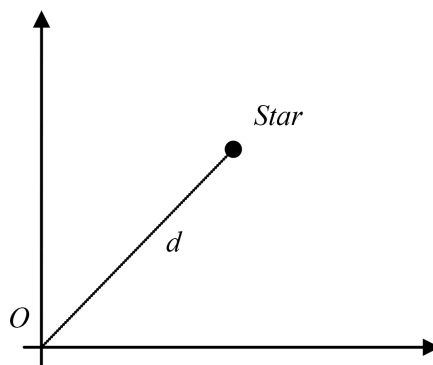


Figure 9. A far star in the sun reference frame  
图 9. 太阳系中一个遥远的恒星

因为距离  $d$  是一个很大的距离，我们自然会担心非欧几何效应(non-Euclidian effect)对位置测量产生

的影响，修改位置的测量公式为

$$x^2 + y^2 + z^2 = d^2 + kd . \tag{59}$$

这里  $kd$  项代表非欧几何效应。假设在宇宙中存在这个最大极限距离  $D$ ，那么上式两边同时减去  $D^2$ ，

$$x^2 + y^2 + z^2 - D^2 = -D^2 + d^2 + kd . \tag{60}$$

它可以被写成

$$x^2 + y^2 + z^2 - D^2 = -D^2 \left( 1 - \frac{kd}{D^2} - \frac{d^2}{D^2} \right)$$

or

$$\left( \frac{x}{\sqrt{1 - kd/D^2 - d^2/D^2}} \right)^2 + \left( \frac{y}{\sqrt{1 - kd/D^2 - d^2/D^2}} \right)^2 + \left( \frac{z}{\sqrt{1 - kd/D^2 - d^2/D^2}} \right)^2 + \left( \frac{iD}{\sqrt{1 - kd/D^2 - d^2/D^2}} \right)^2 = -D^2 \tag{61}$$

那么一个新坐标系必须建立起来，新坐标系定义为

$$x' = \frac{x}{\sqrt{1 - kd/D^2 - d^2/D^2}}, \quad y' = \frac{y}{\sqrt{1 - kd/D^2 - d^2/D^2}},$$

$$z' = \frac{z}{\sqrt{1 - kd/D^2 - d^2/D^2}}, \quad iD' = \frac{iD}{\sqrt{1 - kd/D^2 - d^2/D^2}} \tag{62}$$

在这个新坐标系  $(x', y', z', D')$  中，所有的星球相对于这个坐标原点的位置都具有相同数量大小：

$$|x'^2 + y'^2 + z'^2 - D'^2| = iD . \tag{63}$$

位置的数量大小是相同的！这个叫做位置平等性原理。

现在我们用哈勃定理来测试一下位置平等性原理。考虑一个遥远的位置  $x = d$  的原子，它发射出一束波长  $\lambda$  的电磁波。我们必须保证位置平等性原理，所以我们实际上生活在新坐标系  $(x', y', z', D')$  中，我们看到

$$x' = \frac{x}{\sqrt{1 - kd/D^2 - d^2/D^2}}, \quad dx' = \left( 1 + \frac{kd}{D^2} + \frac{d^2}{D^2} \right) dx$$

$$y' = \frac{y}{\sqrt{1 - kd/D^2 - d^2/D^2}}$$

$$z' = \frac{z}{\sqrt{1 - kd/D^2 - d^2/D^2}}$$

$$iD' = \frac{iD}{\sqrt{1 - kd/D^2 - d^2/D^2}} \tag{64}$$

根据(64)式的第一个式子，在我们的新坐标系原点接受到的电磁波的波长是

$$\lambda' = \left( 1 + \frac{kd}{D^2} \right) \lambda . \tag{65}$$

这就是哈勃定理(Hubble law)，而  $D^2/k$  等于哈勃常数(Hubble constant)。位置平等性原理的优点是，

不需要让遥远星系按照多普勒效应预言的那样退行(或宇宙膨胀)。宇宙红移,或者宇宙蓝移,多普勒效应,宇宙膨胀,这些问题困扰了人们很长时间,有了位置平等性原理,我们对宇宙的认识将更近一步。

## 5. 结论

相对论物质波为超导体中的量子强关联体系的研究提供了一个基本概念。本文通过研究电子碰撞过程中相对论物质波的相位变化,推导出了强关联电子体系的相互作用公式,并对其在超导体中的有效性进行了检验。我们对超导能隙的计算与典型的 21 种超导体的实验结果吻合得很好。此外,这个相互作用公式清楚地表明,在极低温度下,某些电子与晶格的碰撞将变得既无能量增益又无能量损失,从而为超导机制的研究提供了新的思路。另外,我们提出,相对论物质波是建立在平等性原理基础上的基本概念,从而使得我们的超导理论有更加扎实的理论基础。

## 参考文献

- [1] Poole Jr., C.P. and Farach, H.A. (2007) *Superconductivity*. 2nd Edition, Elsevier, Amsterdam. <https://doi.org/10.1016/B978-012088761-3/50034-X>
- [2] Annett, J.F. (2004) *Superconductivity, Superfluids and Condensates*. Oxford University Press, Oxford.
- [3] Parsons, M.F., Mazurenko, A., Chiu, C.S., *et al.* (2016) Site-Resolved Measurement of the Spin-Correlation Function in the Fermi-Hubbard Model. *Science*, **353**, 1253-1256. <https://doi.org/10.1126/science.aag1430>
- [4] Boll, M., Hilker, T.A., Salomon, G., *et al.* (2016) Spin- and Density-Resolved Microscopy of Antiferromagnetic Correlations in Fermi-Hubbard Chains. *Science*, **353**, 1257-1260. <https://doi.org/10.1126/science.aag1635>
- [5] Cheuk, L.W., Nichols, M.A., Lawrence, K.R., *et al.* (2016) Observation of Spatial Charge and Spin Correlations in the 2D Fermi-Hubbard Model. *Science*, **353**, 1260-1264. <https://doi.org/10.1126/science.aag1635>
- [6] Shen, Y., Li, Y.D., Wo, H.L., *et al.* (2016) Evidence for a Spinon Fermi Surface in a Triangular-Lattice Quantum-Spin-Liquid Candidate. *Nature*, **540**, 559-562. <https://doi.org/10.1038/nature20614>
- [7] 崔怀洋. 相对论的德布罗意物质波及其应用于 Aharonov-Bohm 效应[J]. 大学物理, 2017, 36 (8): 1-4+35.
- [8] Harris, E.G. (1975) *Introduction to Modern Theoretical Physics*. John Wiley & Sons, 266. <https://doi.org/10.1007/BF00207145>
- [9] Cui, H.Y. (2018) Relativistic Matterwave Contains SU(n) Symmetry. <https://arxiv.org/pdf/1806.02159>
- [10] 崔怀洋. 相对论的德布罗意物质波及其应用于量子跃迁 Rabi 振荡过程[J]. 现代物理, 2018, 8(3): 139-147. <https://doi.org/10.12677/MP.2018.83017>
- [11] 崔怀洋. 四维速度与四维力的正交性及其在教学中的应用[J]. 现代物理, 2018, 8(3): 132-138.



## 附录 A

**定理 1:** 相互作用矩阵  $S$  是 Hermite 矩阵, 即  $S^+ = S$ 。

**证明:** 在多粒子体系中, 第  $j$  个粒子的物质波是

$$\phi^{(j)} = \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x R_\mu^{(j)} dx_\mu\right) = \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x [p_\mu^{(j)}(\mathbf{x}, t) + S^{(jk)} p_\mu^{(k)}] dx_\mu\right), \quad (\text{A1})$$

这里重复的指标表示求和运算(Einstein 求和约定), 除非另有说明。我们定义自由粒子的物质波

$$\begin{aligned} \psi^{(j)} &= \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x p_\mu^{(j)} dx_\mu\right), \\ |\psi^{(j)}|^2 &= \psi^{(j)} \psi^{(j)*} = 1 \quad (\text{no sum over } j) \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

考虑  $S$  是相互作用的小量, 那么我们有

$$\begin{aligned} \phi^{(j)} &= \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x [p_\mu^{(j)}(\mathbf{x}, t) + S^{(jk)} p_\mu^{(k)}] dx_\mu\right) \\ &= \psi^{(j)} \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x S^{(jk)} p_\mu^{(k)} dx_\mu\right) \\ &= \psi^{(j)} \left(1 + \frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x S^{(jk)} p_\mu^{(k)} dx_\mu\right) + O(S^2) \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

典型地, 我们要求物质波满足归一化条件:

$$|\phi^{(j)}|^2 = \phi^{(j)} \phi^{(j)*} = 1 \quad (\text{no sum over } j). \quad (\text{A4})$$

这里

$$\begin{aligned} \phi^{(j)} &= \psi^{(j)} \left(1 + \frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x S^{(jk)} p_\mu^{(k)} dx_\mu\right) \\ \phi^{(j)*} &= \phi^{(j)+} = \left(1 - \frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x [p_\mu^{(k)}]^* [S^{(kj)}]^* d[x_\mu]^*\right) \psi^{(j)*} \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

上式中使用的置换操作是为了与后面遇到的矩阵乘法运算规则一致。我们有

$$\begin{aligned} |\phi^{(j)}|^2 &= \phi^{(j)*} \phi^{(j)} \Big|_{(\text{no sum over } j)} \\ &= \left(1 - \frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x [p_\mu^{(k)}]^* [S^{(kj)}]^* d[x_\mu]^*\right) \psi^{(j)*} \psi^{(j)} \left(1 + \frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x S^{(jk)} p_\mu^{(k)} dx_\mu\right) \\ &= \left(1 - \frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x [p_\mu^{(k)}]^* [S^{(kj)}]^* d[x_\mu]^*\right) \left(1 + \frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x S^{(jk)} p_\mu^{(k)} dx_\mu\right) \\ &= 1 - \frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x [p_\mu^{(k)}]^* [S^{(kj)}]^* d[x_\mu]^* + \frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x S^{(jk)} p_\mu^{(k)} dx_\mu + O(S^2) \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

我们知道

$$[p_\mu^{(k)}]^* d[x_\mu]^* = p_\mu^{(k)} dx_\mu. \quad (\text{A7})$$

这样

$$\phi^{(j)+} \phi^{(j)} = 1 + \frac{i}{\hbar} \int_{x_0(L)}^x [-S^{(kj)*} + S^{(jk)}] p_\mu^{(k)} dx_\mu. \quad (\text{A8})$$

---

积分路径  $L$  是在粒子束中从积分初始点  $x_0$  到  $x$  的任意可积路径，它不是粒子轨迹而是计算场的数学路径：所以， $\phi$  的归一化导致了我们的结论

$$\begin{aligned} \phi^{(j)+} \phi^{(j)} = 1 &\rightarrow -S^{(kj)*} + S^{(jk)} = 0 \\ S^+ = S & \end{aligned} \quad (\text{A9})$$

证明完毕。