

Analysis on Deviation and Necking Formula between the Elongation & Reduction I

Run Xu, Sugun Lim

Metallurgical Engineering Department, Gyeongsang National University, Chinju Korea
Email: xurun1206@163.com

Received: Dec. 29th, 2018; accepted: Jan. 16th, 2019; published: Jan. 23rd, 2019

Abstract

According to density invariability of elongation and reduction, we can deduce the compare mathematical relation of them. Equations to cause necking and deviation routes are gained. From deviation relations, we observe that in the case of smaller than 0.14 reduction deviation it will become good to compare with elongation one. In the case of deviation bigger than certain value reduction one of 0.64 will be good too. They are above 1.32 times good in this value. The maximum deviation is 1.64. $(\sqrt{S_0})^3 - S\sqrt{S_0} + S_0 - 2S < 0$ etc. two formulas are the necking equation here. According to literature statistic, the reduction is more above 25% while elongation is more below 25%. The twin is caused by shear stress, and dislocation is caused by tensile stress.

Keywords

Density Invariability, Maximum Reduction Deviation, Deviation of True Reduction and Elongation, Necking Formula, Periodical Statistic

关于收缩率和延伸率间偏差和颈缩分析I

许 润, 林水根

庆尚大学金属材料工学科, 韩国 晋州
Email: xurun1206@163.com

收稿日期: 2018年12月29日; 录用日期: 2019年1月16日; 发布日期: 2019年1月23日

摘 要

根据收缩率和延伸率间密度不变时的公式可以推导出它们之间颈缩的不等式。曲线很好地说明了它的走势。由偏差关系得出在小于14%时收缩偏差较好, 在中间一段延伸偏差较好, 大于一定值收缩率偏差又

变好的规律。在64%偏差率时收缩率的值小于延伸率，它的真实性高1.32倍以上，最大偏差为1.64。推导出 $(\sqrt{S_0})^3 - S\sqrt{S_0} + S_0 - 2S < 0$ 等两个公式为颈缩发生推倒公式。据文献统计收缩率值在大于25%时比较多，而延伸率则在30%以下较多。双晶由剪应力引起，转位由拉应力引起。

关键词

密度不变化，最大收缩率偏差，真实收缩率和延伸率偏差，颈缩公式，期刊统计

Copyright © 2019 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

拉伸试验是确定材料机械性能即确定延伸率和收缩率的基本试验。它通常在常温和静载条件下进行，低碳钢是常用的测试材料[1]。假设变形过程中试件的密度不变原则下，研究延伸量和收缩量和率的偏差和颈缩，具有一定的价值[2] [3]。本论文用密度不变原则来研究收缩率过大的现象。在很多文献当中的数据都是收缩率大于延伸率，只有少数才小于等于延伸率。所以研究收缩率大于延伸率是急需解决的重要难题。为此本研究进行了数学上的推到来找出相应的数学方程式来分析延伸率和收缩率两者间的不等式关系。来寻找解决颈缩问题的方程式。并从数学关系上的偏差规律来看收缩率和延伸率间的比较关系。

使用两者间的偏差来研究真实性是本论文的目的之一。这里的偏差是真实和应变间的偏差，即真实性的大小。有没有合适的偏差计算，它的最小和最大的误差到底是多少，这是我们研究的内容。收缩率偏差大则它的真实性大，即收缩率大。延伸率偏差小于收缩率，真实性变小。这在工程应用方面有利，因为我们不需计算即可知道真实延伸率和收缩率的大小。在偏差较大区间，需换成真实值查看变形过程中的应变。所以一定范围内的偏差值变化规律是这次研究的内容[2]。

因为颈缩是拉伸实验的最后一环，它的延伸率会大于前面延伸变形之和。但从试验结果来看发生颈缩时的延伸率没有那么大。但其收缩率变大，出现颈缩，很有可能是密度变化产生。所以我们研究颈缩是拉伸试验的最重要的环节。

2. 计算过程

设 d_0 为试件初始直径。试件初始横截面积是 S_0 ，断裂后截面积减少量是 ΔS ，断裂后截面积是 S [2]。试件理论收缩率用 ψ 和延伸率用 ε 来表示。

2.1. 设 $\varepsilon = 1/\sqrt{S_0}$

由于

$$\psi = \frac{1}{1/\varepsilon + 1} \quad (1)$$

令

$$\psi = f(1/\sqrt{S_0})$$

则

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{S_0} + 1} \quad (2)$$

由(1)和(2)得

$$1/\varepsilon = \sqrt{S_0} \quad (3)$$

即

$$\varepsilon = 1/\sqrt{S_0} \quad (4)$$

因为

$$\varepsilon = \frac{\psi}{1-\psi} \quad (5)$$

因此

$$\varepsilon = \frac{1}{1/\psi - 1} = \frac{1}{S_0/\Delta S - 1} \quad (6)$$

即

$$\varepsilon = \frac{1}{S_0/\Delta S - 1} \quad (7)$$

如果

$$\frac{1}{\sqrt{S_0} + 1} \geq \frac{1}{S_0/\Delta S - 1} \quad (8)$$

则发生颈缩, 即

$$S_0/\Delta S - 1/\sqrt{S_0} \geq 2 \quad (9)$$

化简得

$$(\sqrt{S_0})^3 - S\sqrt{S_0} + S_0 - 2S < 0 \quad (10)$$

这里 $S_0 = \pi d_0^2/4$ 。

上式(10)是密度不变时颈缩发生条件是根据试件拉伸前后的延伸率得出在拉伸后的颈缩公式推倒, 即 $\psi > K\varepsilon$, K 是大于等于 ε 的正整数。此时方程式为不等式, 如图 1 所示, 初始截面和断后截面的平方根的倒数成减函数。即

$$\frac{d(1/\sqrt{y})}{dx} < 0 \quad (11)$$

所以 S 和 S_0 为增函数关系。

方程式(10)可变为

$$S > \frac{(\sqrt{S_0})^3 + S_0}{2 + \sqrt{S_0}} \quad (12)$$

2.2. 设 $\varepsilon = \sqrt{S_0}$

令

$$\psi = f(\sqrt{S_0})$$

则

$$\psi = \frac{1}{1/\sqrt{S_0} + 1} \quad (13)$$

由(1)和(2)得

$$\varepsilon = \sqrt{S_0} \quad (14)$$

因为

$$\varepsilon = \frac{\psi}{1-\psi} \quad (15)$$

因此

$$\varepsilon = \frac{1}{1/\psi - 1} = \frac{1}{S_0/\Delta S - 1} \quad (16)$$

即

$$\varepsilon = \frac{1}{S_0/\Delta S - 1} \quad (17)$$

如果

$$\frac{1}{1/\sqrt{S_0} + 1} \geq \frac{1}{S_0/\Delta S - 1} \quad (18)$$

则发生颈缩, 即

$$S_0/\Delta S - 1/\sqrt{S_0} \geq 2 \quad (19)$$

化简得

$$S_0\sqrt{S_0} - 2S\sqrt{S_0} + S_0 - S < 0 \quad (20)$$

这里 $S_0 = \pi d_0^2/4$ 。

方程式(10)可变为

$$S \geq \frac{S_0(1 + \sqrt{S_0})}{2\sqrt{S_0} + 1} \quad (21)$$

3. 讨论与结论

S_0 和 $1/\sqrt{S}$ 的关系曲线如图 1。 $1/\sqrt{S}$ 随着 S_0 从 0 到 20mm^2 增大而变小, 它从 1.5 急剧减少到 0.3, 计算得知 S 从 0.44 猛增到 11mm^2 。在初始面积为 10mm^2 之后 $1/\sqrt{S}$ 缓慢降低, 之后 $1/\sqrt{S}$ 变平稳。因此选择试件时要注意 S_0 的尺寸不宜过小, S 将变小。在曲线上方为颈缩发生区域, 越往上颈缩越大。初始横截面 S_0 越小颈缩越不易发生。上述两种情况的函数曲线差不多。都是下端趋于无限大。

从图 2 可以看出, 在趋势线下方收缩率偏差大。在 14%~64%即在 $\psi_t = (1.14\sim 1.64)\psi$ 区间真实延伸率和延伸率偏差之比小于收缩率偏差之比, 如表 1 说明收缩率偏差变小, 收缩率更真实些。随着常数值的增大偏差变大, 当常数为定值时随着真实收缩率 ψ_t 偏差的增大偏差量增加, 说明收缩率更真实些。在延伸量逐渐加大的情况下收缩偏差大于延伸偏差, 所以收缩偏差的真实性大。如图 2 所示, 根据虚线可知在虚线上方延伸率偏差率值大, 在虚线下方断面收缩率偏差率较小。即延伸率在上方真实性高, 断面收缩率在下方其真实性高。在 14%~64%区间断面收缩率的偏差率比延伸率的小, 真实性高。从图 2 可以看

出, 偏差 Δ 与断面收缩率 ψ 之比随着断面收缩率的增大而增大。此两方程式的曲线为一条近似直线, 收缩率偏差比延伸率偏差大。收缩率的偏差在大于 50% 时它的偏差大于延伸率的 1.32 倍, 说明收缩率比延伸率真实约 1.32 倍。与上一篇收缩率偏差大于延伸率的 1.83 比较小了一些[2], 说明收缩率偏差在数值大时更大更真实。在本论文中偏差曲线的最大偏差为 1.64。

如失稳等难以解决的问题发生, 这是当断面收缩率在大于等于理论延伸率时发生的。除了依靠数学关系来判断外, 需要模型建立如上推倒的不等方程式才能应用到实践当中, 解决问题。如在某些论文当中提出的断面收缩率达到 4~7 倍理论延伸率值 4] 时也可适当运用此式。根据文献[3]如图 3 统计所示延伸率在值小时如 9%~30% 区间较多, 而收缩率则在 26~74 区间比较多。这说明收缩率分布在相当大的数值区间, 几乎是延伸率的 2~3 倍。由此可推断颈缩失稳就是断裂后的横向密度变化比较大, 引起收缩率相对延伸率变大。纵向密度变化比大就是颈缩产生的根本原因。约 70% 收缩率是在大于 26% 的区间, 所以它们都发生颈缩。而与大部延伸率所在区间相比大了 70%。我们认为双晶由剪应力引起, 转位由拉应力引起。它们分别引起收缩率和延伸率。

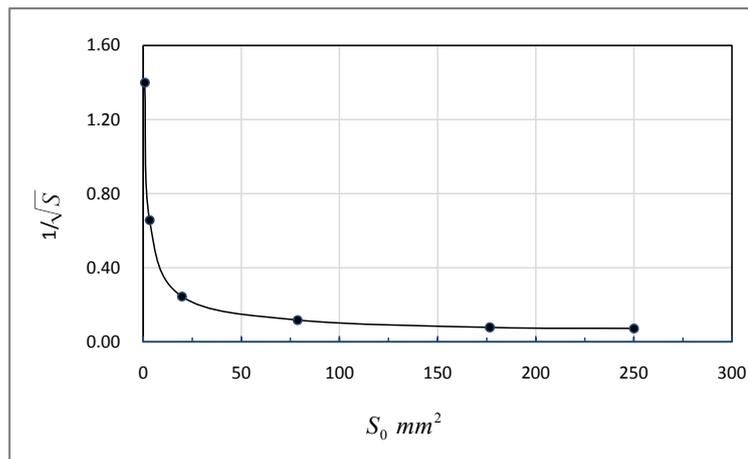


Figure 1. Relation between the cross after failure and initial cross when $\varepsilon = 1/\sqrt{S_0}$

图 1. 当 $\varepsilon = 1/\sqrt{S_0}$ 时断后面积和初始面积之间的关系

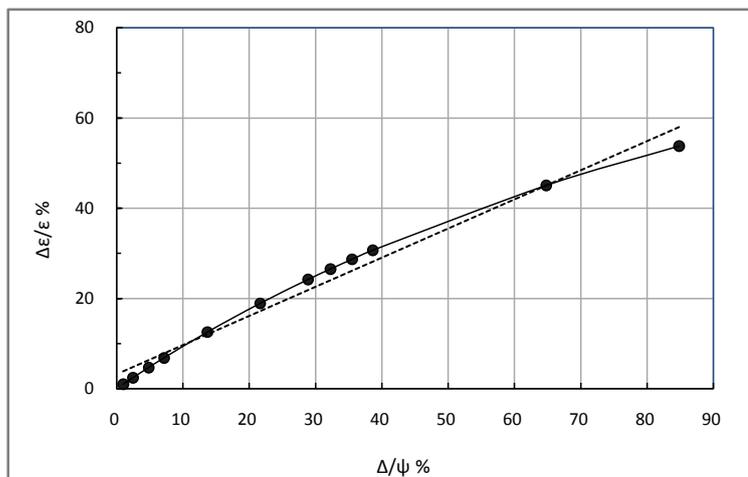


Figure 2. Relation between the true elongation deviation and the reduction deviation [2]

图 2. 真实延伸率偏差之比和收缩率偏差之间的关系图[2]

Table 1. Deviation of reduction between $\psi_t = 1.14\psi$ and $\psi_t = 1.64\psi$
表 1. 收缩率在 $\psi_t = 1.14\psi$ 和 1.64ψ 时的偏差大小

序号	数值%	ε_t	$\Delta\varepsilon/\varepsilon$	ψ	ψ_t	$\psi_t-\psi$ 式
1		1.98	0.99	1.96	2.25	
2		4.88	2.42	4.76	5.47	
3		9.53	4.69	9.09	10.4	
4		14.0	6.83	13.0	15	
5		26.2	12.6	23.1	26.5	$\psi_t = 1.14\psi$
6		40.6	18.9	33.3	38.3	
7		53.1	24.2	41.2	47.3	
8		64.2	28.7	47.4	54.5	
9		1.98	0.99	1.96	3.21	
10		4.88	2.42	4.76	3.00	
11		9.53	4.69	9.09	7.81	
12		14.0	6.83	13.0	14.9	$\psi_t = 1.64\psi$
13		26.2	12.6	23.1	21.4	
14		40.6	18.9	33.3	37.8	
15		53.1	24.2	41.2	54.6	
16		64.2	26.5	44.4	67.5	

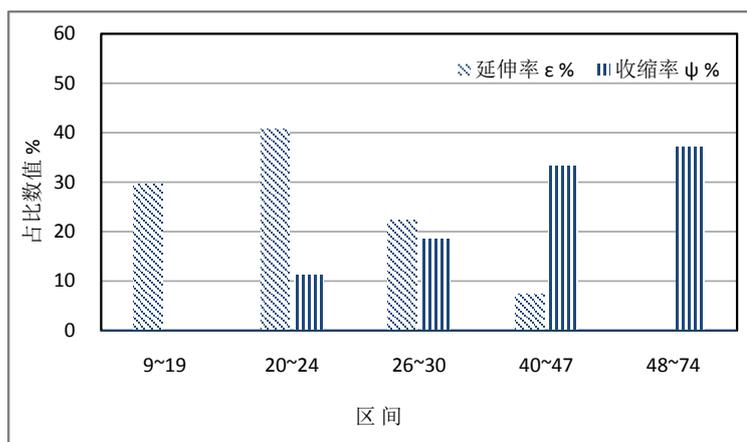


Figure 3. Relation of the reduction and elongation in literature [3] etc.
图 3. 文献中断面收缩率和延伸率的关系[3]等

4. 结论

1) 根据颈缩方程式 $(\sqrt{S_0})^3 - S\sqrt{S_0} + S_0 - 2S < 0$ 等两公式得出的曲线可知随着 S_0 的增加 $1/\sqrt{S}$ 减小。这说明此方程式比较准确可以描述密度不变时试件截面积之间的较高级方程式。当试件初始截面积变大到一定值后断裂面积不变。我们认为双晶由剪应力引起, 转位由拉应力引起。

2) 收缩率的偏差在大于 50% 时它的偏差大于延伸率的 1.32 倍, 说明收缩率比延伸率真实约 1.32 倍。与上一篇收缩率偏差大于延伸率的 1.83 比较小了一些, 说明收缩率偏差在数值大时更大更真实。根据文

献统计收缩率值在大于 25%时比较多, 而延伸率则在低于此值较多。收缩率大概为延伸率的 0.5 到 2 倍以上。根据曲线偏差最大值为 1.64。

基金项目

KOSEF (the Korea of Science and Engineering Fund) under the Specified base program 96-0300-11-01-3。

参考文献

- [1] 王天宏, 吴善辛, 丁勇. 材料力学实验指导书[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2016: 14.
- [2] 许润, 林水根. 关于拉伸试验中真实收缩率和延伸率间偏差和颈缩分析[J]. 材料科学, 2018, 8(11): 1029.
<https://doi.org/10.12677/MS.2018.811122>
- [3] 刘炳广, 陆恒昌, 麻永林, 等. Q345D 的高温力学性能实验研究[J]. 内蒙古科技大学学报, 2013, 32(2): 120.

知网检索的两种方式:

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>
下拉列表框选择: [ISSN], 输入期刊 ISSN: 2160-7613, 即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>
左侧“国际文献总库”进入, 输入文章标题, 即可查询

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱: ms@hanspub.org