

含孔洞圆盘试样裂纹扩展规律的物模和数模分析

黄波

中国石化胜利油田分公司石油工程技术研究院, 山东 东营

收稿日期: 2022年8月23日; 录用日期: 2022年9月20日; 发布日期: 2022年9月28日

摘要

孔洞是岩石等地质材料中典型的天然缺陷, 对岩体承载力和裂纹扩展具有重要影响。通过实验和数值模拟研究了包含单个圆孔或多个不同直径圆孔的特制混凝土圆盘试样中的裂纹扩展过程。圆盘试样是由硅酸盐水泥、细砂和水混合制备而成。首先对含单孔圆盘试样的承载力进行了实测分析; 接着对含单孔和多孔圆盘试样的裂纹扩展模式进行了实验研究, 分析了裂纹的起裂及贯通过程, 再现了孔洞缺陷对裂缝扩展模式的影响; 最后, 通过改进的高阶位移不连续方法进行含孔洞圆盘试样的劈裂过程数值模拟, 进一步揭示了孔洞缺陷对应力集中和裂纹扩展的主导作用, 数值结果与物理实验结果吻合较好。

关键词

含孔洞圆盘试样, 实验研究, 数值模拟, 裂纹扩展

Experimental and Numerical Study on Fracture Propagation in Pre-Holed Disc Specimens (PHDS)

Bo Huang

Research Institute of Petroleum Engineering, Shengli Oil Field, SINOPEC, Dongying Shandong

Received: Aug. 23rd, 2022; accepted: Sep. 20th, 2022; published: Sep. 28th, 2022

Abstract

The hole is a typical natural defect in rock and other geological materials, which has an important influence on bearing capacity and crack propagation of rock mass. The crack propagation process in a special concrete disk specimen containing a single circular hole or several circular holes with different diameters is studied by experiments and numerical simulations. The disc sample is pre-

pared by mixing portland cement, fine sand and water. Firstly, the bearing capacity of disk specimens with a single hole is measured and analyzed. Then, the crack propagation mode of single-hole and porous disk specimens is studied experimentally, the crack initiation and penetration process are analyzed, and the influence of hole defects on crack propagation mode is reproduced. Finally, the improved high-order displacement discontinuity method is used to simulate the splitting process of disk specimens with holes, which further reveals the leading role of hole defects in stress concentration and crack propagation. The numerical results are in good agreement with the physical experimental results.

Keywords

Pre-Holed Disc Specimens, Experimental Study, Numerical Simulation, Crack Propagation

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

天然岩石和混凝土中预先存在的裂缝和孔隙可能会降低其机械性能和强度[1]。岩石和类岩石材料(混凝土)的力学行为受到缺陷和软夹杂物的微观力学行为的影响。研究各种岩石和类岩石样品的裂纹扩展过程是大多数地质力学项目的一项关键任务。因此,重要的是要清楚地了解在各种加载条件下预开裂的类岩石材料(或带有圆柱形孔的特制混凝土样品,这些孔会诱导一些预先存在的裂纹)中的裂纹扩展和裂纹聚结现象。更具体地说,预先存在的孔及其几何形状被认为是控制脆性材料强度非常重要的结构,由于孔周围的局部应力集中,可能会诱发一些拉伸裂纹并导致材料的脆性破坏[2] [3]。

通过实验和数值模拟方法,对脆性岩石破坏的机制进行研究[4]-[13],确定测量岩石和类岩石材料抗拉强度最合适的实验之一是巴西圆盘试验。圆盘样本中心可能包含预先存在的裂纹或孔洞。样本含有裂纹或孔洞非常适合研究岩石等脆性固体的裂纹萌生、传播路径和裂纹聚结[2] [3] [14]-[21]。该测试程序广泛应用于在压缩线载荷下的预开裂或预开孔和完整圆盘试样的断裂过程,以及对各种脆性材料(如岩石和混凝土)拉伸强度、断裂韧性和混合模式的测量[22]-[31]。在巴西圆盘试样中,由于岩石和类岩石材料(混凝土)的抗拉强度低,试样的裂纹扩展和破坏过程发生速度极快。尽管包含预裂纹或孔洞的圆盘试样预计会分裂成两半,但相比于加载条件和试样尺寸,由于其内部的不连续性,可能会发生其他破裂模式。

考虑到在自然条件下或工程结构的设计和性能阶段可能发生不同状况[19]-[31],研究人员进行了各种实验、分析和数值工作,以研究岩石和混凝土等脆性固体的复杂行为。例如 Al-Shayea [31]通过实验,研究在混合模式 I/II 载荷下,具有不同裂纹倾角的脆性石灰石巴西圆盘(CSCBD)标本,中央笔直的裂纹传播路径;还研究了围压和温度对岩石样品裂纹起裂和扩展的影响,并将实验结果与裂纹起裂角的理论预测进行了比较。

Sammis 和 Ashby [4]对包含相同尺寸的单个孔或不同直径的孔排列的板状试样进行了一组单轴压缩试验,以研究扩展裂纹与试样表面之间的相互作用。Mellor 和 Hawkes [14]通过测试研究了径向压缩下环形试样的裂纹萌生和扩展行为,针对脆性材料中裂纹扩展的模拟已经开发了各种数值方法,例如有限元法(FEM)、边界元法(BEM)和离散元法(DEM) [32]。Tang 和 Hudson [12]用数值方法,通过二维有限元代码(RFPA2D 代码)对大量数值模拟进行建模,研究了包含具有不同尺寸的单个孔和具有不同直径和排列方式的孔试样裂纹扩展模式。

在经典断裂力学标准中: 1) 最大切向应力(σ - 准则) [33], 2) 最大能量释放率(G - 准则) [34]和 3) 最小能量密度准则(S - 准则) [35], σ - 准则已被更有效地用于研究脆性固体(如岩石和混凝土)的裂纹扩展过程。在某些情况下, 这些标准的修改形式(例如, Shen 和 Stephansson [36]提出的 F 标准(一种修改的能量释放率标准))也用于裂纹分析。目前已经开发了多种计算机代码, 例如: FROCK 代码[8]、岩石破坏过程分析(RFPA2D)代码[12] [32]、2D 粒子流代码(PFC2D) [12] [13], 并用于模拟脆性材料的断裂机制。

在实验和数值上对包含单个厚圆柱孔或多孔的类岩石材料圆盘试样中的裂纹扩展机制进行研究。圆盘试样由硅酸盐水泥、细砂和水制成, 并在岩石力学实验室的径向压缩测试设备中进行测试。测量了含有不同尺寸厚圆柱孔圆盘试样的断裂载荷和诱导侧向应力分布。通过试件和桥区(含多孔试件的两个孔之间的区域), 研究了裂纹的扩展和聚结机制。然后通过改进的高阶位移不连续方法对这些试样进行数值模拟, 并基于线弹性断裂力学(LEFM)原理, 通过计算试样内圆柱孔周围产生的拉伸裂纹模式 I 和模式 II 的应力强度因子(SIF), 研究裂纹的扩展与聚合。

比较实验和数值结果, 二者获得的裂纹扩展和裂纹合并路径之间存在非常好的一致性, 反过来验证了当前裂纹分析的准确性和适用性。因此, 所提出的数值模拟在分析中具有必要的灵活性, 以便可以很容易地对岩石和混凝土等脆性物质的断裂力学问题展开研究。

2. 含孔洞圆盘试样基本力学参数标定

在目前的研究中, 一些圆盘试样是在岩石力学实验室中由类岩石材料(特别制备的混凝土)制成的。这些制备的圆盘标本包含不同尺寸的单孔或多个孔。然后, 进行试样测试以获得断裂应力, 并可视化预钻孔类岩石试样中的裂纹扩展和裂纹聚合路径。

2.1. 含孔洞圆盘状试样基本参数

该类岩石圆盘试样直径 100 mm, 厚度为 30 mm, 由 C425 硅酸盐水泥、细砂和水混合而成。这类岩石(混凝土)试样的力学性能是在插入孔之前, 通过对岩石力学实验室中的一些样本进行测试获得的。本分析中使用的重要力学性能有: 抗压强度, $\sigma_c = 28 \text{ MPa}$; 杨氏模量, $E = 15 \text{ GPa}$, 巴西抗拉强度, $\sigma_t = 3.81 \text{ MPa}$; 泊松比, $\nu = 0.21$ 。

预钻孔试样的几何形状和加载条件如图 1 所示。对含有不同内外半径比孔的类岩石试样进行环试验, 即 $r/R = 0, 0.12, 0.17, 0.2, 0.3, 0.37, 0.47, 0.65$ 。这些圆柱形孔是通过在模具中插入一个薄钢环轴向创建的(在铸造试样之前)。在测试过程中, 均匀施加单轴压应力 σ , 加载速率恒定(0.5 MPa/s)。

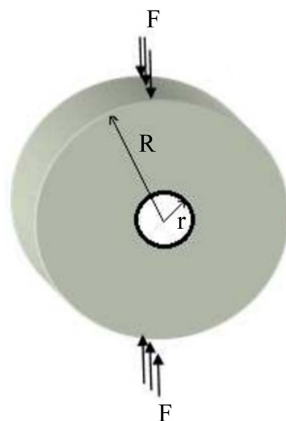


Figure 1. Radial compression diagram of rock-like specimen with single cylindrical hole

图 1. 含有单个圆柱孔的类岩石试件径向压缩示意图

2.2. 含孔洞圆盘状试样断裂载荷

通过对包含不同尺寸平行圆柱孔的圆盘试样断裂载荷分析,研究脆性材料的力学行为。图 2 描述了 PHDS 的归一化断裂载荷变化。预钻孔圆盘试样的破坏载荷由完整试样(无孔圆盘试样)的平均破坏载荷归一化获得。完整试样的平均破坏载荷约为 18 KN。很明显,预钻孔的类岩石圆盘试样的强度低于无孔的试样(完整圆盘试样)。因此,带孔圆盘试样的归一化断裂载荷通常小于 1,因为预先存在的孔可能会降低试样的最终强度(图 2)。在预钻孔试样中,裂纹扩展过程不同阶段的断裂载荷在 $r/R = 0$ 到 0.7 时减小。

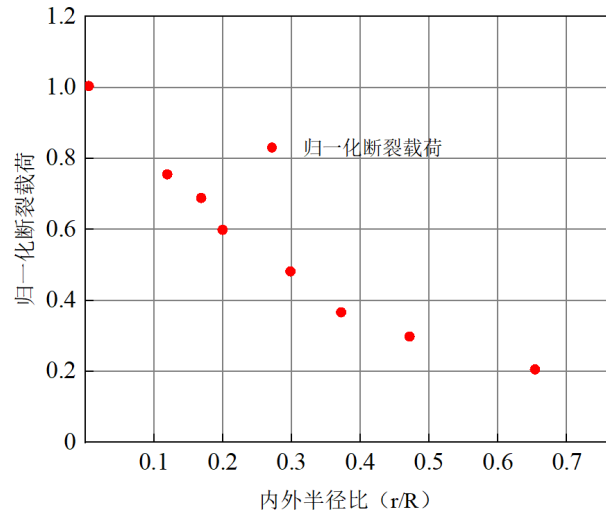


Figure 2. Normalized failure load of rock sample and different r/R ratio
图 2. 岩石样试样的归一化破坏载荷与不同 r/R 比

2.3. 含孔洞圆盘状试样沿加载直径的应力分布

在加载直径与孔的交点处垂直于加载直径的临界拉伸应力可以表示为[12]:

$$\sigma_x = -\omega \frac{F}{\pi RB} \quad (1)$$

其中, σ_x 是以 MPa 表示的初始横向(水平)应力分布, F 是以牛顿为单位的失效压缩载荷, B 是以 mm 为单位的圆盘厚度(长度), ω 是无量纲系数, 取决于试样几何形状和实验条件可定义为[12]:

$$\omega = \left[6 + 38(r/R)^2 \right] / \pi \quad (2)$$

从等式(1)中可以看出,诱导侧向应力 σ_x 的分布受试件几何形状的影响,例如内半径 (r)、外半径(R)。在解析解中,圆盘的厚度(B)对于诱发侧向应力的分布至关重要。厚度值假定为 30 mm,考虑到不同的 r/R 比,测试环试样的 ω 变化如图 3 所示。如图所示, ω 随着 r/R 比的增加而单调增加。

图 4 描述了单环试样归一化侧向应力的变化。在这些试样中,预钻孔圆盘试样的侧向应力通过完整试样(不含孔的试样)的平均侧向应力进行归一化。完整试样的平均侧向应力约为 7.29 MPa。因此, $r/R = 0$ 的归一化侧向应力大于其他 r/R 比率的归一化侧向应力。当 $r/R = 0$ 到 0.37 时,裂纹扩展过程不同阶段的水平应力逐渐减小,但随着 $r/R = 0.47$ 到 0.65 逐渐增加,如图 4 所示。

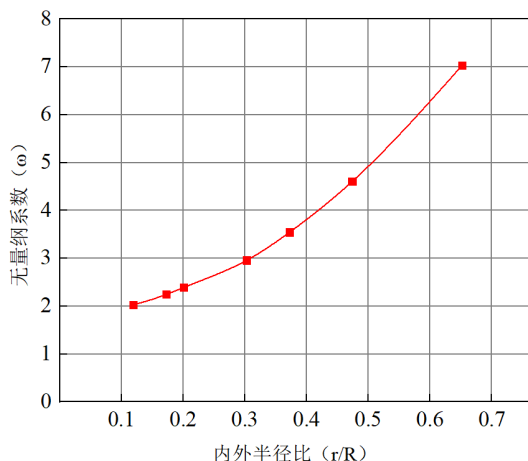


Figure 3. Variation of dimensionless coefficient under different inner and outer radius ratios

图 3. 无量纲系数 ω 在不同内外半径比下的变化

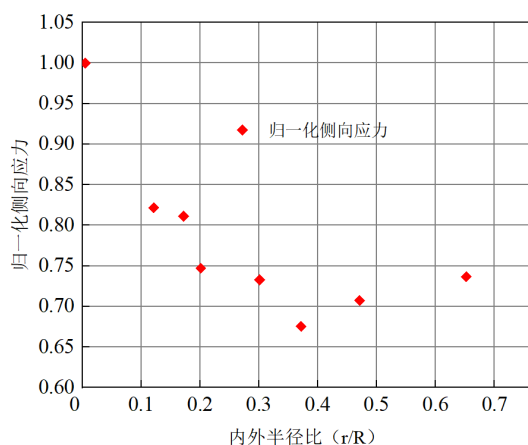


Figure 4. Normalized lateral stress of annular disk specimens with different inner and outer radius ratios

图 4. 不同内外半径比环形圆盘试样的归一化侧向应力

3. 含孔洞圆盘试样的裂纹扩展过程

岩石类圆盘试样的实验研究是在两种情况下完成的: 1) 含有单个圆柱孔的试样; 2) 含有多孔的试样。

3.1. 含单孔圆盘试样的裂纹扩展

通过实验研究不同 r/R 比的环形圆盘试样的裂纹萌生和裂纹扩展机理。研究发现, 径向裂纹在内部孔周围萌生并扩展, 裂纹开始延伸, 产生翼形裂纹并继续在平行于最大压应力方向延伸(如图 5(a)~(c)所示)。如图显示了单孔试样的断裂过程以及圆柱孔尺寸(即 $r/R = 0.12$ 、 0.17 、 0.2)对最终裂纹扩展过程的影响。在这些情况下, 裂纹可以从内孔开始扩展, 主要以拉伸裂纹的形式向加载方向扩展, 最后在试样表面附近形成楔形, 环形试样断裂成两半。

当内孔尺寸显著增加时, 例如: 对于图 5(d)所示的情况(对于 $r/R = 0.3$), 次生裂纹在一个边缘(左或右边缘)开始并水平向中心孔的表面延伸。在这种情况下, 在内孔的壁上产生了两个以上的拉伸裂缝。最后, 如图 5(e)~(g)所示, 即当 $r/R = 0.37$ 、 $r/R = 0.47$ 、 $r/R = 0.65$ 时, 中心孔的作用越来越占优势, 对称裂纹在中心孔周围产生并向环壁延伸(即 2 个垂直裂缝和 2 个水平裂缝)。2 条水平裂缝是由于中心孔(C 点和 D 点)侧壁的应力集中(拉应力)而产生的, 如图 5(e)~(g)。

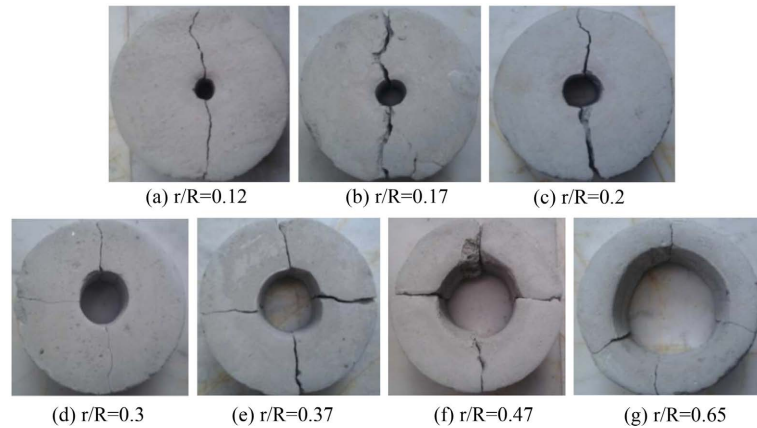


Figure 5. Experimental test of crack initiation mode of single hole cylindrical specimen under radial compression of different r/R ratios: (a) $r/R = 0.12$, (b) $r/R = 0.17$, (c) $r/R = 0.2$, (d) $r/R = 0.3$, (e) $r/R = 0.37$, (f) $r/R = 0.47$, (g) $r/R = 0.65$

图 5. 不同 r/R 比下径向压缩下单孔圆柱试样起裂模式实验测试: (a) $r/R = 0.12$, (b) $r/R = 0.17$, (c) $r/R = 0.2$, (d) $r/R = 0.3$ 和 (e) $r/R = 0.37$, (f) $r/R = 0.47$, (g) $r/R = 0.65$

3.2. 含多孔圆盘试样的裂纹扩展

考虑到在其中心部分具有多个平行圆柱孔的圆盘试样, 实验表明裂纹扩展和裂纹合并现象可能同时发生, 因为在测试过程中, 多个预先存在的孔由于拉伸和/或剪切裂纹的扩展而结合, 如图 6 所示。实验表明, 拉伸裂纹是瞬间萌生的。桥梁区域(两个预先存在的孔之间的区域)拉伸裂缝的发展和合并可能是导致预钻孔的类岩石圆盘试样破坏的主要原因。图 6(a)~(e)显示了本研究中进行的一些实验, 其中包含多个圆柱形孔的类岩石试样在岩石力学实验室中径向压缩载荷下的测试。

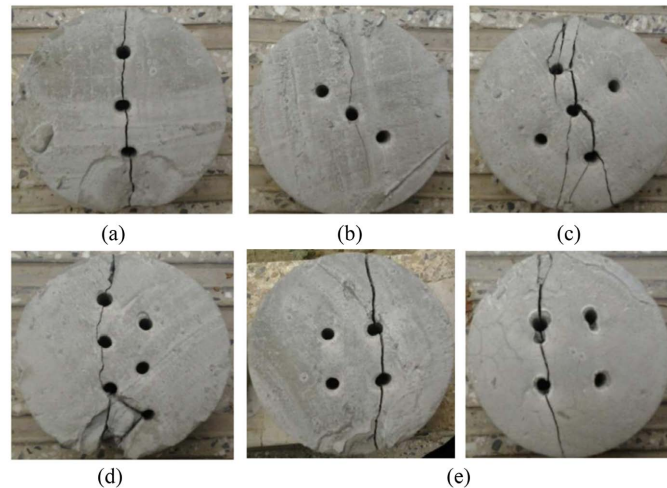


Figure 6. Experimental test of cracking mode of disc specimen with multiple cylindrical holes under radial compression

图 6. 多圆柱孔圆盘试样在径向压缩下的开裂模式实验测试

如图 6(a)~(e)所示, 这些孔以不同的图案排列, 并从试样的顶部和底部径向压缩加载试样。可以观察到, 对于图 6(a)所示的情况(三个垂直排列的孔), 裂纹首先从孔区开始朝向下扩展, 试样可能会因裂缝聚结而失效。对于图 6(b)所示的情况(三个对角排列的孔), 裂纹仅从位于试样中心线的孔处向下方扩展, 并且从位于外线的其他孔处可能不会发生扩展。对于图 6(c)所示的情况((5 个孔)排列均匀), 裂纹仅从位于试样中心线附近的孔向下方扩展, 从孔中扩展的裂纹相互融合。同样在桥梁区域, 位于压缩载荷外部其

他远程孔可能不会发生扩展(孔大小与距离保持不变)。在有六个孔的试样中,裂纹从位于试样中心线左侧的中心孔表面起裂,然后裂纹在尖端相互合并(图 6(d)),但对于图 6(e)有四个孔,裂纹可能先从中心孔的左侧或右侧起裂,然后试样可能会在源自两个孔中的任何一个的裂纹扩展路径的方向上失效。

4. 含孔洞圆盘试裂纹扩展的数值模拟

间接边界元法的位移不连续性,在二维弹性体中沿每个边界元实现位移不连续性(一种基于位移不连续性的间接边界元法版本,称为高阶位移不连续性方法(HDDM),它是一种特殊的,最初由 Chen 和 Wong [37]提出的双边界元法(DBEM)版本)用于模拟在压缩下的预钻孔圆盘试样[38]-[43]。结果表明,高阶位移不连续方法给出了正常位移不连续(裂纹裂尖和孔洞附近的张开位移)和剪切位移不连续性(裂纹滑动位移)的准确结果。基于这些不连续性使用线性弹性断裂力学(LEFM)原理,可以应用脆性固体裂纹分析模式 I 和模式 II 的应力强度因子(SIF) [44]。当特殊裂纹尖端单元可用于解释类岩石材料的预钻孔圆盘试样中裂纹尖端和孔附近的应力和位移场的奇异性时,该方法非常准确。

4.1. 高阶位移不连续法的数值模拟

通过使用高阶位移不连续(DD)法来解决被视为弹性体的预孔圆盘试样(PHDS),可以更准确地实现沿边界的位移不连续问题。

在 PHDS 的高阶位移不连续建模中,一个立方 DD 单元($D_k(\varepsilon)$)被分成四个相等的子单元,每个子单元包含一个中心节点,节点 DD 对其进行数值评估。开口位移不连续点 D_y 和滑动位移不连续点 D_x 可以表示为[41]:

$$D_k(\varepsilon) = \sum_{i=1}^4 \Pi_i(\varepsilon) D_k^i, k = x, y \tag{3}$$

其中 D_K^1 (i.e. D_x^1 和 D_y^1), D_K^2 (i.e. D_x^2 和 D_y^2), D_K^3 (i.e. D_x^3 和 D_y^3) 和 D_K^4 (i.e. D_x^4 和 D_y^4) 是三次节点位移不连续点,

$$\begin{aligned} \Pi_1(\varepsilon) &= -(3a_1^3 - a_1^2\varepsilon - 3a_1\varepsilon^2 + \varepsilon^3)/(48a_1^3) \\ \Pi_2(\varepsilon) &= (9a_1^3 - 9a_1^2\varepsilon - a_1\varepsilon^2 + \varepsilon^3)/(16a_1^3) \\ \Pi_3(\varepsilon) &= (9a_1^3 + 9a_1^2\varepsilon - a_1\varepsilon^2 + \varepsilon^3)/(16a_1^3) \\ \Pi_4(\varepsilon) &= -(3a_1^3 + a_1^2\varepsilon - 3a_1\varepsilon^2 - \varepsilon^3)/(48a_1^3) \end{aligned} \tag{4}$$

是使用 $a_1 = a_2 = a_3 = a_4$ 的三次函数。一个立方单元有 4 个节点,它们是它的四个子单元的中心,如图 7 所示。

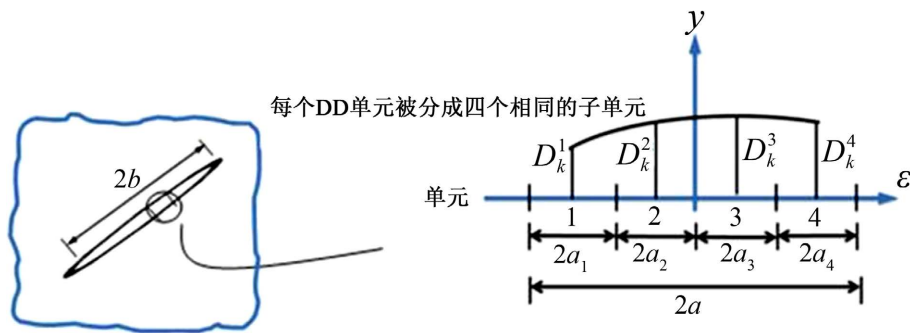


Figure 7. Cubic shape function of high-order displacement discontinuity change
图 7. 高阶位移不连续性变化三次形函数

三次情况下的势函数 $f(x, y)$ 和 $g(x, y)$ 可以从以下位置找到:

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \frac{-1}{4\pi(1-\nu)} \sum_{i=1}^4 D_x^i F_i(I_0, I_1, I_2) \\ g(x, y) &= \frac{-1}{4\pi(1-\nu)} \sum_{i=1}^4 D_y^i F_i(I_0, I_1, I_2) \end{aligned} \quad (5)$$

其中公共函数 F_i , 定义为

$$F_i(I_0, I_1, I_2, I_3) = \int \Pi_i(\varepsilon) \ln \left[(x-\varepsilon)^2 + y^2 \right]^{\frac{1}{2}} d\varepsilon, i=1, 2, 3, 4 \quad (6)$$

其中积分 I_0, I_1, I_2, I_3 表示如下

$$\begin{aligned} I_0(x, y) &= \int \ln \left[(x-\varepsilon)^2 + y^2 \right]^{\frac{1}{2}} d\varepsilon \\ I_1(x, y) &= \int_{-a}^a \varepsilon \ln \left[(x-\varepsilon)^2 + y^2 \right]^{\frac{1}{2}} d\varepsilon \\ I_2(x, y) &= \int_{-a}^a \varepsilon^2 \ln \left[(x-\varepsilon)^2 + y^2 \right]^{\frac{1}{2}} d\varepsilon \\ I_3(x, y) &= \int_{-a}^a \varepsilon^3 \ln \left[(x-\varepsilon)^2 + y^2 \right]^{\frac{1}{2}} d\varepsilon \end{aligned} \quad (7)$$

由于孔附近应力和位移的奇异性可能会降低其精度, 因此使用特殊的裂纹尖端单元来提高裂纹尖端附近 DD 的精度[45]。如图 8 所示, 三个节点的 DD 变化可以使用包含三个节点(或具有三个特殊裂纹尖端子单元)的特殊裂纹尖端单元来表示。

$$D_k(\varepsilon) = [\Gamma_{c1}(\varepsilon)] D_k^1(a) + [\Gamma_{c2}(\varepsilon)] D_k^2(a) + [\Gamma_{c3}(\varepsilon)] D_k^3(a), k = x, y \quad (8)$$

其中, 裂纹尖端单元的长度为 $a_1 = a_2 = a_3$ 。因此, 考虑具有三个相等子单元($a_1 = a_2 = a_3$)的裂纹尖端单元, 可以得到形函数 Γ_{c1}, Γ_{c2} 和 Γ_{c3} 为

$$\begin{aligned} \Gamma_{c1}(\varepsilon) &= \frac{15\varepsilon^{\frac{1}{2}}}{8a_1^{\frac{1}{2}}} - \frac{\varepsilon^{\frac{3}{2}}}{a_1^{\frac{3}{2}}} + \frac{\varepsilon^{\frac{5}{2}}}{8a_1^{\frac{5}{2}}}, \\ \Gamma_{c2}(\varepsilon) &= \frac{-5\varepsilon^{\frac{1}{2}}}{8a_1^{\frac{1}{2}}} + \frac{3\varepsilon^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt{3}a_1^{\frac{3}{2}}} - \frac{\varepsilon^{\frac{5}{2}}}{4\sqrt{3}a_1^{\frac{5}{2}}}, \\ \Gamma_{c3}(\varepsilon) &= \frac{3\varepsilon^{\frac{1}{2}}}{8\sqrt{5}a_1^{\frac{1}{2}}} - \frac{\varepsilon^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt{5}a_1^{\frac{3}{2}}} + \frac{\varepsilon^{\frac{5}{2}}}{8\sqrt{5}a_1^{\frac{5}{2}}} \end{aligned} \quad (9)$$

$$F_c(x, y) = \frac{-1}{4\pi(1-\nu)} \int_{-a}^a D_k(\varepsilon) \ln \left[(x-\varepsilon)^2 + y^2 \right]^{\frac{1}{2}} d\varepsilon \quad (10)$$

在等式(10)中插入常见的位移不连续函数 $D_k(\varepsilon)$ (等式(8))给出:

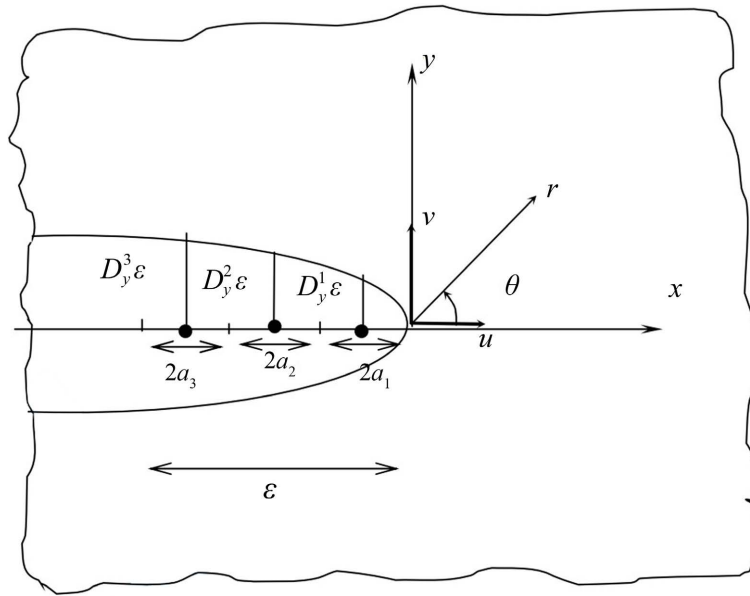


Figure 8. Special crack tip element with three equal subelements
图 8. 具有三个相等子单元的特殊裂纹尖端单元

$$\begin{aligned}
 F_C(x, y) = & \frac{-1}{4\pi(1-\nu)} \left\{ \left[\int_{-a}^a \Gamma_{C1}(\varepsilon) \ln \left[(x-\varepsilon)^2 + y^2 \right]^{\frac{1}{2}} d\varepsilon \right] D_k^1 \right. \\
 & + \left[\int_{-a}^a \Gamma_{C2}(\varepsilon) \ln \left[(x-\varepsilon)^2 + y^2 \right]^{\frac{1}{2}} d\varepsilon \right] D_k^2 \\
 & \left. + \left[\int_{-a}^a \Gamma_{C3}(\varepsilon) \ln \left[(x-\varepsilon)^2 + y^2 \right]^{\frac{1}{2}} d\varepsilon \right] D_k^3 \right\} \tag{11}
 \end{aligned}$$

在等式(11)中插入形状函数 $\Gamma_{C1}(\varepsilon)$, $\Gamma_{C2}(\varepsilon)$ 和 $\Gamma_{C3}(\varepsilon)$ 经过一些操作和重新排列后, 推导出以下三个特殊积分:

$$\begin{aligned}
 I_{C1}(x, y) &= \int_{-a}^a \varepsilon^{\frac{1}{2}} \ln \left[(x-\varepsilon)^2 + y^2 \right]^{\frac{1}{2}} d\varepsilon, \\
 I_{C2}(x, y) &= \int_{-a}^a \varepsilon^{\frac{3}{2}} \ln \left[(x-\varepsilon)^2 + y^2 \right]^{\frac{1}{2}} d\varepsilon, \\
 I_{C3}(x, y) &= \int_{-a}^a \varepsilon^{\frac{5}{2}} \ln \left[(x-\varepsilon)^2 + y^2 \right]^{\frac{1}{2}} d\varepsilon
 \end{aligned} \tag{12}$$

基于线性弹性断裂力学(LEFM)原理, 模式 I 和模式 II 应力强度因子 K_I 和 K_{II} (以 $\text{Mpa m}^{1/2}$ 表示) 可以根据孔附近的最后一个特殊裂纹尖端单元获得的法向和剪切位移不连续性表示为[46] [47]:

$$K_I = \frac{\mu}{4(1-\nu)} \left(\frac{2\pi}{a_1} \right)^{\frac{1}{2}} D_y(a_1) \text{ 和 } K_{II} = \frac{\mu}{4(1-\nu)} \left(\frac{2\pi}{a_1} \right)^{\frac{1}{2}} D_x(a_1) \tag{13}$$

其中 μ 是剪切模量, ν 是脆性材料的泊松比。

4.2. 裂纹扩展过程的数值模拟

将改进的高阶位移不连续方法应用于岩石类脆性材料(如岩石和混凝土)中的裂纹扩展和裂纹合并的数值研究,并将这些结果与图 5(a)~(g)和图 6(a)~(e)实验观察到的相应结果进行比较。

包含单个圆柱形孔的圆柱形试样(已在图 5(a)~(g)中显示)通过所提出的高阶位移不连续方法进行数值模拟,裂纹扩展路径如图 9(a)~(e)。包含多圆柱孔的五个不同试样(已显示在图 6(a)~(e)中)也通过所提出的数值方法进行了模拟,结果如图 10(a)~(e)。在目前的数值模拟中, Irwin (1957)提出的模式 I 和模式 II 应力强度因子(SIF)基于 LEFM 方法[44]。使用 Erdogan 和 Sih [33]在逐步过程中给出的最大切向应力准则提供边界单元代码,以便估计径向裂纹的扩展路径[41] [42]。这些模拟的传播路径与相应的实验结果(已在图 5 和图 6 中解释)非常一致,并在图 9 和图 10 进行比较。

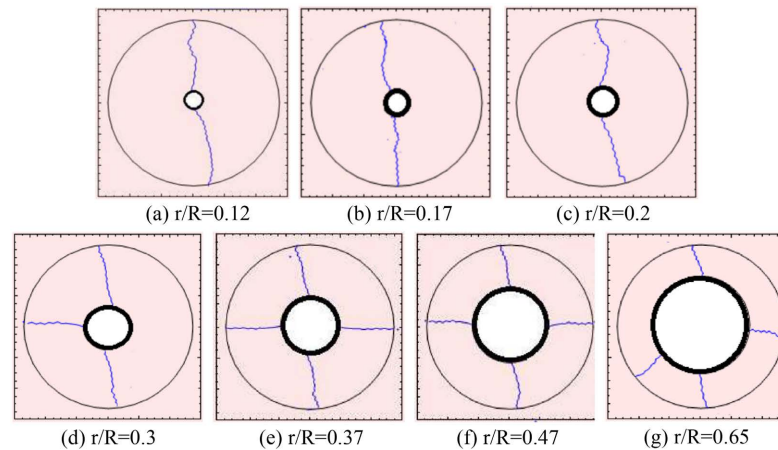


Figure 9. Crack propagation path of cylindrical specimen (with axial hole) under radial compression
图 9. 径向压缩下圆柱试件(带轴向孔)裂纹扩展路径

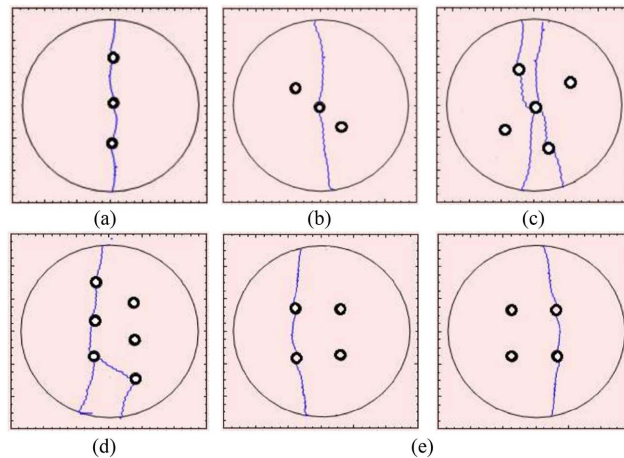


Figure 10. Simulation of crack propagation path and crack fusion of porous cylindrical disk specimen under radial compression
图 10. 径向压缩下多孔的圆柱形圆盘试样裂纹扩展路径和裂纹融合模拟

5. 讨论

在本研究中,已经通过实验和数值模拟研究了类岩石材料(即一种细粒混凝土)的预钻孔圆盘试样(PHDS)中的裂纹扩展路径和裂纹聚结。本研究给出的实验和数值结果相互吻合,且通过与文献[12]中已

经引用结果的讨论将进一步提高本研究的有效性和准确性。

Tang 和 Hudson [12]已经在数值上(使用有限元代码)给出了图 1 中考虑直径为 150 mm 的类岩石样本,其中包含一个圆柱形孔(即环状类岩石样本)的径向压缩加载问题的解决方案, Tang 和 Hudson [12]通过 RFPA^{2D}代码(二维有限元代码)对不同 r/R 比($r/R = 0.1, 0.3, 0.5$)的环形试样的裂纹扩展模式进行了数值研究。表 1 显示了在其模拟中使用的岩石试样的力学性能。

Table 1. Mechanical properties of rock samples [12]

表 1. 岩石试样的力学性能[12]

| 力学参数 | 符号 | 数值 | 单位 |
|--------|----------|------|---------------------|
| 单轴抗压强度 | σ | 510 | MPa |
| 弹性模量 | E | 70 | GPa |
| 泊松比 | ν | 0.28 | - |
| 抗拉强度 | K_{IC} | 1.2 | MPam ^{1/2} |

图 11 展示了 Tang 和 Hudson [12]使用 RFPA^{2D}模拟具有不同 r/R , $r/R = 0.1, 0.3, 0.5$ 的预钻孔试样中裂纹扩展模式的数值结果。

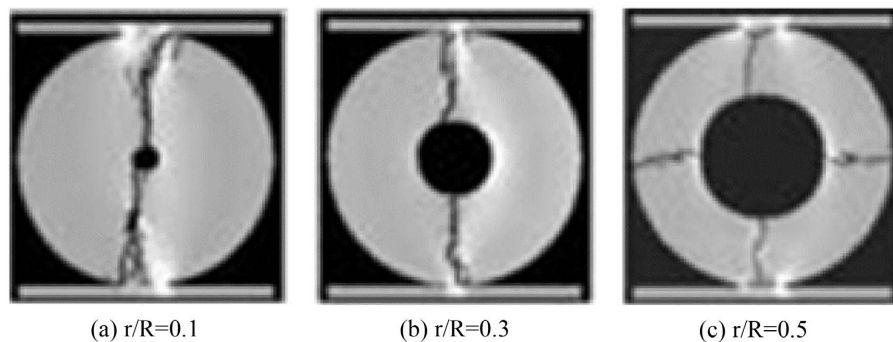


Figure 11. RFP2D simulation of crack propagation paths of pre-drilled specimens with different r/R ratios [12]

图 11. RFPA^{2D}模拟具有不同 r/R 比预钻孔试样裂纹扩展路径[12]

在这项研究中,使用所提出的间接边界元方法对相同的问题进行了数值求解。预钻孔圆盘试样边界元模拟得到的数值结果如图 12 所示。相比于图 11,图 12 中所示的裂纹扩展路径与图 11 中 Tang 和 Hudson [12]

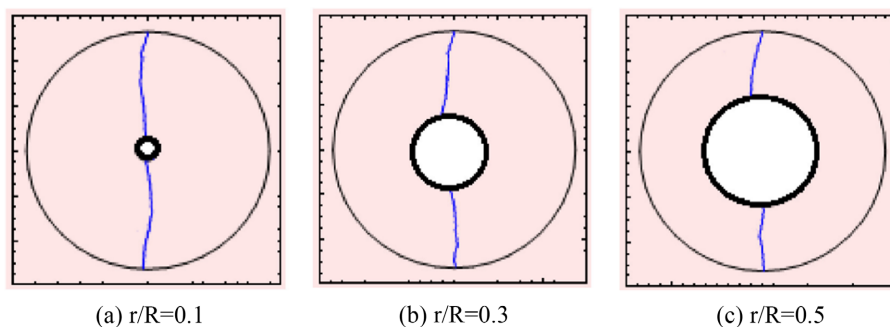


Figure 12. Boundary element simulation of crack propagation process of pre-drilled disk specimen (based on mechanical properties given in Table 1)

图 12. 预钻孔圆盘试样裂纹扩展过程的边界元模拟(基于表 1 给出的力学性能)

给出的数值结果非常一致。因此, 比较图 11 和图 12 中显示的结果清楚地证明了本研究的准确性, 以及提出的边界元结果的有效性。边界元法本质上减少了问题维度, 或者减小了网格尺寸, 使问题的离散化更简单、更快, 从而大大减少了计算时间。需要注意的是, 在当前问题的数值分析中使用了不同的裂纹扩展增量(步长)。

6. 结论

近年来, 地质材料(岩石和混凝土)等脆性固体中的裂纹扩展和裂纹聚结问题引起了广泛关注。因此, 可以进一步研究岩石和类岩石材料在径向压缩下的裂纹扩展、裂纹聚结。本研究首先解释了不同尺寸的单个圆柱形孔圆盘试样中断裂载荷的影响; 然后研究了初始侧向应力的分布; 最后, 还对一些类岩石材料的预钻孔圆盘试样(PHDS)在径向载荷下进行了测试, 并使用间接边界元法高阶位移不连续性, 将实验结果与通过计算得到的数值模拟结果进行了比较。

研究表明, 桥区裂纹聚结现象在脆性物质中的裂纹扩展机制主要是由中心孔表面产生的拉伸径向裂纹扩展而发生的。根据实验测试所提出的间接边界元进行数值模拟得到的结果与相应的实验结果吻合较好。实验和数值模拟都说明了类岩石材料(一种细粒混凝土)试样中预先存在的多孔的聚结现象会产生拉伸裂纹并形成扩展路径。

根据目前的分析, 可以得出结论, 裂纹可能在孔表面附近径向起裂, 应力集中可以释放, 最后试样中的应力可以重新分布以达到新的平衡状态。预钻孔圆盘试样的最终断裂是由于径向诱导的拉伸裂纹的延伸扩展, 该裂纹从中心孔的表面开始并朝着径向载荷方向和/或垂直于它的方向扩展(对于有更大孔试样的情况)。对于具有多个孔的试件, 在径向压缩载荷作用下的断裂过程中可能同时发生裂纹扩展和裂纹合并。

参考文献

- [1] Kato, T. and Nishioka, T. (2005) Analysis of Micro-Macro Material Properties and Mechanical Effects of Damaged Material Containing Periodically Distributed Elliptical Microcracks. *International Journal of Fracture*, **131**, 247-266. <https://doi.org/10.1007/s10704-004-4558-z>
- [2] Hudson, J.A., Brown, E.T. and Rummel, F. (1972) The Controlled Failure of Rock Discs and Rings Loaded in Diametral Compression. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, **9**, 241-248. [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(72\)90025-3](https://doi.org/10.1016/0148-9062(72)90025-3)
- [3] Hudson, J.A. (1969) Tensile Strength and the Ring Test. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, **6**, 91-97. [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(69\)90029-1](https://doi.org/10.1016/0148-9062(69)90029-1)
- [4] Sammis, C.G. and Ashby, M.F. (1986) The Failure of Brittle Porous Solids under Compressive Stress States. *Acta Metallurgica*, **34**, 511-526. [https://doi.org/10.1016/0001-6160\(86\)90087-8](https://doi.org/10.1016/0001-6160(86)90087-8)
- [5] Wong, R.H.C. and Chau, K.T. (1998) Crack Coalescence in a Rock-Like Material Containing Two Cracks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, **35**, 147-164. [https://doi.org/10.1016/S0148-9062\(97\)00303-3](https://doi.org/10.1016/S0148-9062(97)00303-3)
- [6] 段进超, 唐春安, 常旭. 脆性基多孔材料孔洞的尺寸效应及其破坏模式研究[J]. 岩土力学, 2007, 28(3): 631-634. <https://doi.org/10.16285/j.rsm.2007.03.037>
- [7] 朱万成, 黄志平, 唐春安, 逢铭璋. 含预制裂纹巴西盘试样破裂模式的数值模拟[J]. 岩土力学, 2004, 25(10): 1609-1612. <https://doi.org/10.16285/j.rsm.2004.10.019>
- [8] Park, C.H. (2008) Coalescence of Frictional Fractures in Rock Materials. PhD Thesis, Purdue University, West Lafayette.
- [9] Yang, Q., Dai, Y.H., Han, L.J. and Jin, Z.Q. (2009) Experimental Study on Mechanical Behavior of Brittle Marble Samples Containing Different Flaws under Uniaxial Compression. *Engineering Fracture Mechanics*, **76**, 1833-1845. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2009.04.005>
- [10] Park, C.H. and Bobet, A. (2009) Crack Coalescence in Specimens with Open and Closed Flaws: A Comparison. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, **46**, 819-829. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmmms.2009.02.006>
- [11] Park, C.H. and Bobet, A. (2010) Crack Initiation, Propagation and Coalescence from Frictional Flaws in Uniaxial

- Compression. *Engineering Fracture Mechanics*, **77**, 2727-2748. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2010.06.027>
- [12] Tang, C.A. and Hudson, J.A. (2010) Rock Failure Mechanisms: Explained and Illustrated. Routledge, London.
- [13] Yang, S.Q. (2011) Crack Coalescence Behavior of Brittle Sandstone Samples Containing Two Coplanar Fissures in the Process of Deformation Failure. *Engineering Fracture Mechanics*, **78**, 3059-3081. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2011.09.002>
- [14] Mellor, M. and Hawkes, I. (1971) Measurement of Tensile Strength by Diametral Compression of Discs and Annuli. *Engineering Geology*, **5**, 173-225. [https://doi.org/10.1016/0013-7952\(71\)90001-9](https://doi.org/10.1016/0013-7952(71)90001-9)
- [15] Ayatollahi, M.R. and Aliha, M.R.M. (2008) On the Use of Brazilian Disc Specimen for Calculating Mixed Mode I-II Fracture Toughness of Rock Materials. *Engineering Fracture Mechanics*, **75**, 4631-4641. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2008.06.018>
- [16] Wang, Q.Z. (2010) Formula for Calculating the Critical Stress Intensity Factor in Rock Fracture Toughness Tests Using Cracked Chevron Notched Brazilian Disc (CCNBD) Specimens. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, **47**, 1006-1011. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2010.05.005>
- [17] Dai, F., Chen, R., Iqbal, M.J. and Xia, K. (2010) Dynamic Cracked Chevron Notched Brazilian Disc Method for Measuring Rock Fracture Parameters. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, **47**, 606-613. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2010.04.002>
- [18] Dai, F., Xia, K., Zheng, H. and Wang, Y.X. (2011) Determination of Dynamic Rock Model Fracture Parameters Using Cracked Chevron Notched Semi-Circular Bend Specimen. *Engineering Fracture Mechanics*, **78**, 2633-2644. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2011.06.022>
- [19] Ayatollahi, M.R. and Sistaninia, M. (2011) Mode II Fracture Study of Rocks Using Brazilian Disk Specimens. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, **48**, 819-826. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2011.04.017>
- [20] Wang, Q.Z., Feng, F., Ni, M. and Gou, X.P. (2011) Measurement of Mode I and Mode II Rock Dynamic Fracture Toughness with Cracked Straight through Flattened Brazilian Disc Impacted by Split Hopkinson Pressure Bar. *Engineering Fracture Mechanics*, **78**, 2455-2469. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2011.06.004>
- [21] Wang, Q.Z., Gou, X.P. and Fan, H. (2012) The Minimum Dimensionless Stress Intensity Factor and Its Upper Bound for CCNBD Fracture Toughness Specimen Analyzed with Straight through Crack Assumption. *Engineering Fracture Mechanics*, **82**, 1-8. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2011.11.001>
- [22] Awaji, H. and Sato, S. (1978) Combined Mode Fracture Toughness Measurement by the Disk Test. *Journal of Engineering Materials and Technology*, **100**, 175-182. <https://doi.org/10.1115/1.3443468>
- [23] Sanchez, J. (1979) Application of the Disk Test to Mode-I-II Fracture Toughness Analysis. M.S. Thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Pittsburgh, Pittsburgh.
- [24] Atkinson, C., Smelser, R.E. and Sanchez, J. (1982) Combined Mode Fracture via the Cracked Brazilian Disk. *International Journal of Fracture*, **18**, 279-291. <https://doi.org/10.1007/BF00015688>
- [25] Shetty, D.K., Rosenfield, A.R. and Duckworth, W.H. (1986) Mixed Mode Fracture of Ceramic in Diametrical Compression. *Journal of the American Ceramic Society*, **69**, 437-443. <https://doi.org/10.1111/j.1151-2916.1986.tb07441.x>
- [26] Fowell, R.J. and Xu, C. (1994) The Use of the Cracked Brazilian Disk Geometry for Rock Fracture Investigations. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, **31**, 571-579. [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(94\)90001-9](https://doi.org/10.1016/0148-9062(94)90001-9)
- [27] Krishnan, G.R., Zhao, X.L., Zaman, M. and Rogiers, J.C. (1998) Fracture Toughness of a Soft Sandstone. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, **35**, 195-218. [https://doi.org/10.1016/S0148-9062\(97\)00324-0](https://doi.org/10.1016/S0148-9062(97)00324-0)
- [28] Khan, K. and Al-Shayea, N.A. (2000) Effects of Specimen Geometry and Testing Method on Mixed-Mode I-II Fracture Toughness of a Limestone Rock from Saudi Arabia. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, **33**, 179-206. <https://doi.org/10.1007/s006030070006>
- [29] Al-Shayea, N.A., Khan, K. and Abduljawad, S.N. (2000) Effects of Confining Pressure and Temperature on Mixed-Mode (I-II) Fracture Toughness of a Limestone Rock Formation. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, **37**, 629-643. [https://doi.org/10.1016/S1365-1609\(00\)00003-4](https://doi.org/10.1016/S1365-1609(00)00003-4)
- [30] Al-Shayea, N.A., Khan, K. and Abdulraheem, A. (2001) Fracture Toughness vs. Tensile Strength Reservoir Rocks from Saudi Arabia. *Proceeding of the 2001 ISRM Sponsored International, 2nd Asian Rock Mechanics Symposium*, Beijing, 11-14 September 2001, 169-172. <https://doi.org/10.1201/9781003077510-37>
- [31] Al-Shayea, N.A. (2005) Crack Propagation Trajectories for Rocks under Mixed Mode I-II Fracture. *Engineering Geology*, **81**, 84-97. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2005.07.013>
- [32] Tang, C.A., Lin, P., Wong, R.H.C. and Chau, K.T. (2001) Analysis of Crack Coalescence in Rock-Like Materials Containing Three Flaws—Part II: Numerical Approach. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, **38**, 925-939. [https://doi.org/10.1016/S1365-1609\(01\)00065-X](https://doi.org/10.1016/S1365-1609(01)00065-X)

-
- [33] Erdogan, F. and Sih, G.C. (1963) On the Crack Extension in Plates under Loading and Transverse Shear. *Journal of Fluids Engineering*, **85**, 519-527. <https://doi.org/10.1115/1.3656897>
- [34] Hussian, M.A., Pu, E.L. and Underwood, J.H. (1974) Strain Energy Release Rate for a Crack under Combined Mode I and Mode II. In: *Fracture Analysis*, ASTM STP 560, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 2-28. <https://doi.org/10.1520/STP33130S>
- [35] Sih, G.C. (1974) Strain-Energy-Density Factor Applied to Mixed Mode Crack Problems. *International Journal of Fracture*, **10**, 305-321. <https://doi.org/10.1007/BF00035493>
- [36] Shen, B. and Stephansson, O. (1994) Modification of the G-Criterion for Crack Propagation Subjected to Compression. *Engineering Fracture Mechanics*, **47**, 177-189. [https://doi.org/10.1016/0013-7944\(94\)90219-4](https://doi.org/10.1016/0013-7944(94)90219-4)
- [37] Chen, J.T. and Wong, F.C. (1997) Analytical Derivations for One-Dimensional Eigenproblems Using Dual BEM and MRM. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, **20**, 25-33. [https://doi.org/10.1016/S0955-7997\(97\)00032-5](https://doi.org/10.1016/S0955-7997(97)00032-5)
- [38] Chen, J.T. and Hong, H.K. (1999) Review of Dual Boundary Element Methods with Emphasis on Hyper Singular Integrals and Divergent Series. *Applied Mechanics Reviews*, ASME, **52**, 17-33. <https://doi.org/10.1115/1.3098922>
- [39] Hong, H.K. and Chen, J.T. (1988) Generality and Special Cases of Dual Integral Equations of Elasticity. *Journal of the Chinese Society of Mechanical Engineers*, **9**, 1-9.
- [40] Hong, H.K. and Chen, J.T. (1988) Derivation of Integral Equations of Elasticity. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, **114**, 1028-1044. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1988\)114:6\(1028\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1988)114:6(1028))
- [41] Marji, M.F., Hosseini-nasab, H. and Hosseinmorsgedy, A. (2009) Numerical Modeling of the Mechanism of Crack Propagation in Rocks under TBM Disc Cutters. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, **2**, 439-457.
- [42] Haeri, H., Shahriar, K., Marji, M.F. and Moaref Vand, P. (2013) A Coupled Numerical Experimental Study of the Breakage Process of Brittle Substances. *Arabian Journal of Geosciences*, **8**, 809-825. <https://doi.org/10.1007/s12517-013-1165-1>
- [43] Haeri, H., Shahriar, K., Marji, M.F. and Moaref Vand, P. (2014) On the Strength and Crack Propagation Process of the Pre-Cracked Rock-Like Specimens under Uniaxial Compression. *Strength of Materials*, **46**, 171-185. <https://doi.org/10.1007/s11223-014-9525-y>
- [44] Irwin, G.R. (1957) Analysis of Stress and Strains near the End of a Crack. *Journal of Applied Mechanics*, **24**, 361-364. <https://doi.org/10.1115/1.4011547>
- [45] Marji, M.F., Hosseinin Nasab, H. and Kofsary, A.H. (2006) On the Uses of Special Crack-Tip Elements in Numerical Rock Fracture Mechanics. *International Journal of Solids and Structures*, **43**, 1669-1692. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2005.04.042>
- [46] Shou, K.J. (1997) A Higher Order Displacement Discontinuity Method for Three Dimensional Elastostatic Problems. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, **34**, 317-322. [https://doi.org/10.1016/S0148-9062\(96\)00052-6](https://doi.org/10.1016/S0148-9062(96)00052-6)
- [47] Shou, K.J. (1997) A Two-Dimensional Displacement Discontinuity Method for Multi-Layered Elastic Media. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, **34**, 509. [https://doi.org/10.1016/S1365-1609\(97\)00178-0](https://doi.org/10.1016/S1365-1609(97)00178-0)