

Education Cost Pricing Model Based on Real Options

Yujie Yang, Yongquan Pan

School of Economic and Management, University of Science and Technology in Beijing, Beijing
Email: YYJ_BETTY@163.com, yqpan@ustb.edu.cn

Received: Feb. 15th, 2019; accepted: Mar. 1st, 2019; published: Mar. 8th, 2019

Abstract

With the improvement of quality of life, education and training play an increasingly important role in people's daily life. The education and training market is booming and the industry is increasingly competitive. China's education and training market is still in the stage of sunrise, and the pricing methods of related educational products are not mature enough. There are many problems such as difficulty in obtaining information or difficulty in measuring some intangible assets. Therefore, this paper proposes a new education cost pricing model based on real options, and uses the Gompertz model to estimate the relevant training market potential. Finally, the financial securities research industry is used as an example to conduct empirical research by MATLAB. This study has certain practical significance for the pricing of the education and training market and the valuation of the investment company for the education company.

Keywords

Real Options, Education, Valuation

基于实物期权的教育费用定价模型

杨玉洁, 潘永泉

北京科技大学经济管理学院, 北京
Email: YYJ_BETTY@163.com, yqpan@ustb.edu.cn

收稿日期: 2019年2月15日; 录用日期: 2019年3月1日; 发布日期: 2019年3月8日

摘要

随着生活质量的提高, 教育培训在人们的日常生活中发挥着越来越重要的作用, 教育培训市场蓬勃发展,

行业竞争日益激烈。我国的教育培训市场目前还处于朝阳的阶段,相关教育产品的定价方法还不够成熟,存在信息获取困难或部分无形资产难以度量等问题。因此,本文提出了一种基于实物期权的教育费用定价模型,并对相关培训市场潜力使用龚帕兹模型进行建模估计,最后以金融证券研究行业为例使用MATLAB进行了实证研究。本研究对教育培训市场的定价问题和投资公司对教育公司的价值评估都具有一定的现实意义。

关键词

实物期权, 教育, 估值

Copyright © 2019 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着我国经济的发展,教育在人们的生活中占据着越来越重要的地位。近年来,教育在快速发展,成为创新投资的新亮点。根据国家教育部《全国教育事业统计公报》,中国培训教育在未来5到10年的潜在规模将达到5000亿元。目前我国教育培训市场还有比较丰厚的利润,技术壁垒和资金壁垒相对而言也比较低,所以,目前越来越多的企业进入到教育行业中,竞争十分激烈。

教育培训市场的核心是教育产品,在激烈的市场环境中,教育产品的定价就显得十分重要了。研究领域大多是研究高等教育和再教育的部分,主要的关注点是政府政策方面,而针对教育培训市场定价的研究相对较少。目前已有的定价方法有:1)成本加成法,是一种基于供给的定价策略,适用于那些对销售教育培训产品有保障的公司[1]。2)差别定价法,是指教育公司把相同的教育产品根据客户需求进行市场细分,以不同价格销售给消费者[2]。3)需求定价法,根据市场上存在的互补品和替代品对产品进行定价,多采用博弈模型进行研究讨论[3]。

以上模型均存在一定的不足,成本定价相对客观,但是存在很多无形成本,如人力资源、品牌效应等等难以估计。而差别定价则涉嫌价格歧视,更加适用于垄断企业,但是目前教育行业竞争激烈,所以在理论上不太适用。需求定价法在理论上采用博弈论的方法相对比较完备,但是在现实中,获取对手公司的信息难度较大,实行起来较为麻烦。

实物期权是对实物或项目等资产的投资选择权,拥有实物期权意味着拥有投资机会和选择投资时间的权利。投资者购买教育产品之后,希望把教育投资转化为人力资本并带来工资上的收益,这个过程中,工资存在着很大的随机性和不确定性,这与实物资产的存在一定的相似性。因此,本文基于实物期权理论,站在教育产品的投资者的角度,为教育培训市场产品定价提供了一种新的思路,既具有理论支撑,计算所需数据又便于获取,可以提供一种更加便捷的、市场导向的定价方法。除此之外,本文还更进一步地使用龚帕兹模型[4]对教育产品的市场潜力进行了预测,构建了教育产品估值模型,它对教育公司产品设计以及估值具有一定的指导意义。

2. 建模方法

2.1. 理论阐述

期权称为选择权,是指其持有者能在规定的期限内按交易双方商定的价格购买或出售一定数量的某

种特定商品的权利, 期权交易就是对这种选择权的买卖, 分为金融期权和实物期权。实物期权(Real Option)的概念最初是由 Stewart Myers 在 MIT 提出的[5], 他认为对现有资产的合理使用与对未来投资机会的选择构成了投资方案产生的利润。因此, 实物期权可以用于评估投资机会的价值。它具有非交易性、非独占性、先占性和复合性四个特性[6]。

教育投资增长期权实际是个人在教育投资中选择接受什么样的教育, 以及什么时候停止接受教育的权利。教育是短期内人力资本增加的主要方式之一, 当人们离开学校进入社会时, 在工作岗位将自身的人力资本转化为劳动力, 并获得相应的劳动报酬, 即工资。所以, 在教育投资项目中, 人力资本存量是一种资产, 反映投资项目的价值, 而工资在教育投资期间是未来的预期的现金流, 或者说是资产价值的一种体现[7]。但在接受投资的过程中, 工资、人力资本的价值提升幅度以及行业发展前景都具有不确定性, 因此可以借鉴实物期权的估值思想来对教育增长期权进行建模分析。

除此之外, 本文还基于行业周期理论, 通过龚帕兹生长曲线对教育产品的市场潜力进行预测分析, 从而对教育产品项目的进行了一个较为全面的估值。本文下面将对教育投资增长期权定价和市场潜力估计模型逐一进行说明。

2.2. 教育投资增长期权模型

本文用传统金融期权和教育投资增长期权进行比较定义, 如此便于读者理解本文期权的构建框架, 具体详见表 1。

Table 1. Parameter definition of education investment growth option

表 1. 教育投资增长期权参数定义表

参数	金融期权	教育投资增长期权
标的资产价格(S)	股票当前价格	工资(W)
执行价格(X)	股票执行价格	初始工资(W_0)
有效期限(T)	期权的有效期限	未来接受教育的时间(T)
增长率(u)	期权的漂移项系数	工资增长率(α)
波动率(σ)	股票价格的波动率	工资价格风险波动率(σ)
折现率(r)	无风险利率	预期增长率(e)

1) 工资 W

个人通过教育可以或者知识, 从而可以提升个人能力。如果将每个人看作是一份资产, 那么他就可以通过学习的方式进行资产升值。一般来说, 个人资产升值的方式除了知识学习之外, 还有外形的改变等等。在本文中, 假设短期内除了知识之外, 不会有其他的因素改变个人价值。

从劳动力市场的招聘要求可以看出, 给出的工资与学历和工作经验密切相关, 无论是学历还是工作经验, 都是知识的一种表现形式。所以, 工资可以作为个人资产的一种衡量手段。并且在每个行业内部, 工资和知识都具有一定的相关关系, 但是, 因为我国的劳动力市场是割裂不完全的, 所以, 工资与知识并不是严格正相关的, 还会受到其它因素的影响。所以, 本文假设由工资 W 服从几何布朗运动:

$$dW_t = \alpha W_t dt + \sigma W_t dB_t \quad (1)$$

其中, α 和 σ 分别表示工资的增长率和因为不确定因素导致的工资的风险波动率。 dB_t 是标准维纳过程的增量。此处我们讨论的工资完全是由于接受教育而获得的那部分工资。在实际中, 由于个人条件获得的工资计入个人初始工资中。

2) 未来要接受教育的时间 T

这里指学习的时长 T , 以月为单位。

3) 执行价格 W_0

项目的执行价格, 也是投资成本是人员的初始工资 W_0 。在课程进行期间, 进行课程学习的人员是否决定好好接受项目培训, 取决于他目前的初始工作。

4) 预期增长率 e

随着时间增加, 包括个人所学知识在内的人力资本的资产价值的预期增长率 e 。

5) 教育投资增长期权价值 $F(W)$

由于教育终身有效, 教育投资期权 $F(W)$ 类似于永久美式期权。

本文选取经典的 Black-Scholes 模型对教育投资增长期权进行定价, 该模型具有如下假设条件, 为了说明该模型对教育投资期权适用, 本文下面对 B-S 模型的假设进行探讨:

1) 预期增长率 e 为常数, 不随时间变化

因为社会上面的项目培训大多是较为短期的, 大多以月乃至周作为培训周期, 大多时间较短。所以, 本文假设在这段时间内, 大部分人对于课程给自己带来的人力资本的提升, 即工资的提升的预期是不变的。

2) 工资的价格变化遵循几何布朗运动

当前劳动力市场因为户籍制度造成的割裂、并且行业发展飞速以及个人学习能力差异等等因素, 导致工资价格并不与人力资本或是期权价值呈完全正相关。所以说, 可以假定工资遵循有增长但还是带着很大波动性的几何布朗运动。

3) 人力资本的增长在受教育期间不能带来工资收入

接受教育期间, 受教育者不能同时工作, 即在此期间没有工资收入。一般课程培训时间长, 内容量大, 所以, 可以做该假定。

4) 劳动力市场不存在无风险套利的行为

即不同城市之间的工资水平虽有差距, 但是衣食住行方面也有显著差距。并且交通也不够便利, 所以, 假定在高收入城市工作, 在低收入城市生活的情况不存在。

5) 市场上没有任何交易费用

即课程学习只有一次性付清的学费, 不存在其他中间商赚取费用。

6) 工资价格可以无限细分

通过学习增长的人力资本也可以无限细分, 无限增加, 并且投资者可以购买任何教育课程。

基于以上假设, 可以得出 Black-Scholes 模型公式:

$$F = WN(d_1) - W_0 e^{-et} N(d_2) \quad (2)$$

$$d_1 = \frac{\ln(W/W_0) + (e + \sigma^2/2) \times T}{\sigma \sqrt{T-t}} \quad (3)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T} \quad (4)$$

其中, F 为教育投资增长期权价值, W 为劳动力市场工资价格, W_0 为初始工资水平, 也是教育投资项目成本, T 为接受教育的时间, e 为预期增长率, $N(d)$ 为标准正态变量累计分布函数。

虽然 B-S 期权定价公式适用于欧式期权, 但在实际应用中, 用 B-S 评估出来的价值所产生的误差不大, 在可接受的范围之内。

实际上, 对于教育投资项目而言, 购买课程之后, 在课程学习中间, 无时无刻在进行行权或者是不行权的选择, 即是否积极参加学习活动, 积极与老师同学交流。因此, 该期权费用就是对项目学费的价值定价。即教育项目投资者理论上应当接受的课业费用。现今时代, 各种课程层出不穷, 但很少有人研究这些课程的定价问题, 大多是根据市场需求或者是同类产品价格而定的一个市场价格。本文提供了一种比较合理的定价思路。并且, 在下文中, 将使用该课程价值 F 作为课程价值进行后续的建模与计算。

2.3. 市场潜力估计模型

在完成了具体课程定价之后, 还需要对该课程推广销售的市场前景进行估计。课程主要面向对象是市场从业人员, 因此, 可以通过估计该行业内从业人员未来数量的增长情况, 来判断该课程是否具有足够大的持续性市场潜力。对行业未来的从业人员数量做预测的研究也是必要的。根据行业周期理论, 行业的发展过程可以划分为幼稚期, 成长期, 成熟期和衰退期。同样的, 处于不同周期的行业对于人才的需求量也是不同的, 所以从业人员也会经过一个由缓到快的增长过程, 直至行业进入成熟或衰退期, 人员数量才会降低增长速度趋于饱和状态, 该过程可以用龚帕兹生长曲线描述。

龚帕兹(Gompertz)曲线是由英国统计学家和数学家 B. Gompertz 提出的一种生长曲线(S 型曲线), 它在市场预测、经济预测和技术发展预测、资源预测等许多方面都有着重要的应用。它的基本数学表达式为:

$$y = ae^{-e^{(b-ct)}} \quad (5)$$

其中, t 为时间变量, y 为对应时间的预测值, a, b, c 是常数。龚帕兹曲线的增长速率在图形上呈现出先快后慢的趋势, 最后趋近于 0 的形状。

为求解该模型, 先将(5)式做如下变形:

$$\ln y = \ln a - e^{(b-ct)} = \ln a - e^b e^{-ct} \quad (6)$$

上述参数可以利用三点法[8]求出参数, 三段计算方程中的参数数据项数或时间的期数 n 是 3 的倍数, 分为三段, 每段含 $n/3 = r$ 项, 并且自变量 t 的时间间隔相等, 前后连接, 期数 t 由 1 开始, 即 $t = 1, 2, 3, \dots, n$, 设 S_1, S_2, S_3 分别为 3 段内各项数值的和, 分别为:

$$S_1 = \sum_{t=1}^r \ln y_t = r \ln a - e^b \sum_{t=1}^r e^{-ct} = ra - b \frac{e^{-c}(1-e^{-rc})}{1-e^{-c}} \quad (7)$$

$$S_2 = \sum_{t=r+1}^{2r} \ln y_t = r \ln a - e^b \frac{e^{-(r+1)c}(1-e^{-rc})}{1-e^{-c}} \quad (8)$$

$$S_3 = \sum_{t=2r+1}^{3r} \ln y_t = r \ln a - e^b \frac{e^{-(2r+1)c}(1-e^{-rc})}{1-e^{-c}} \quad (9)$$

由(7), (8), (9)可得到参数 a, b, c 的计算公式:

$$a = \frac{S_1}{r} + \frac{be^{-c}(1-e^{-rc})}{r(1-e^{-c})}, b = \ln \left(\frac{\ln S_2 - \ln S_1}{(1-e^{-rc})^2} (1-e^{-c}) \right), c = \frac{1}{r} \ln \frac{S_2 - S_1}{S_3 - S_2} \quad (10)$$

之后根据龚帕兹模型来预测未来几年的从业人员数量, 判断课程的市场需求潜力如何。如果潜力巨大, 则可以根据自身情况招收学生, 收取课程学费。如果潜力不够, 可以考虑换一个行业进行课程设计, 或者少开一些课程。

假设每年可以招收学生的数量是 N , 则每年特色文化小镇可以获得的教育资金流入为

$$E = F \times N \tag{11}$$

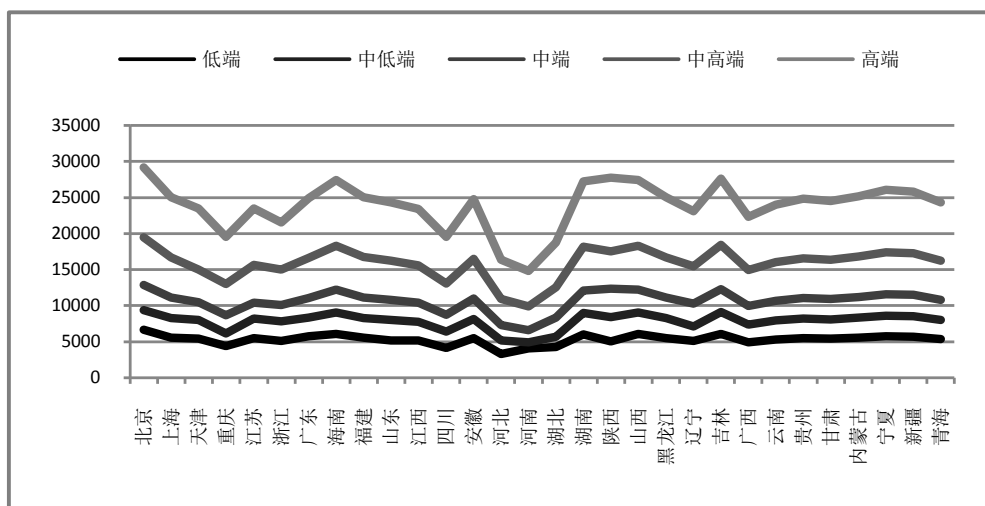
其中, F 为对单个学生收取的教育费用, N 为每年招收的学生人数, E 为教育投资增长期权, 即为特色文化小镇主营业务的现金流入。

3. 实证研究

完成建模工作之后, 本文以金融行业中的行业研究为例, 进行实证课程费用定价分析。

3.1. 教育增长期权定价

首先, 先介绍金融行业研究的薪酬现状。



数据来源: 金融英才网。

Figure 1. Financial research industry salary distribution

图 1. 金融行业研究薪酬分布表

从图 1 可以看出, 不同地区的低端、中低端、中段、中高端以及高端薪资水平存在明显的差距, 以北京最高, 河南最低。可见, 工资增长是不稳定的, 由此可以获得数据的统计特征表。

Table 2. Statistics on salary growth feature

表 2. 薪酬增长特征统计表

类别	平均薪资(万元)	薪资增长率	增长波动率
低端	6.29	48.95%	7.85%
中低端	9.39	36.21%	4.58%
中端	12.76	49.52%	1.89%
中高端	19.07	50.31%	2.35%
高端	28.67	--	--

由表 2 可以得到金融行业分析薪酬各个级别的平均薪资, 薪资增长率和增长波动率。因此, 可以得到面向各个级别开设课程期权的增长率和波动率参数。

Table 3. Parameters of education growth option

表 3. 教育增长期权参数表

类别	初始工资 W_0	工资增长率 α	增长波动率 σ	预期增长率 e	教育时间 T
低端	6.29 万元	48.95%	7.85%	8%	1 个月
中低端	9.39 万元	36.21%	4.58%	8%	2 个月
中端	12.76 万元	49.52%	1.89%	8%	3 个月
中高端	19.07 万元	50.31%	2.35%	8%	4 个月

在表 3 中, 预期增长率是 2017 年全国薪资增长率。之后, 根据上表数据可以求得各个级别的期权价格。

Table 4. Education growth option price

表 4. 期权价格表

	低端	中低端	中端	中高端
期权价格	4106.27 元	4258.86 元	12,332.63 元	24,422.77 元

由 BS 模型可以算得以上各个级别的课程价格, 具体计算结果如表 4 所示。

3.2. 行业增长潜力分析

本文使用金融行业的增加值和金融行业人员的增长情况来判断未来金融业的发展潜力。

从图 2 和图 3 可以看出, 金融行业增加值与金融就业人员近些年一直呈现增长态势。但是未来的发展情况尚不确定, 因此, 下面分别对金融行业增加值和金融就业人员用龚帕兹曲线进行预测分析。

用 MATLAB 计算使用三段法估计参数, 可以得到金融行业增加值和金融就业人员龚帕兹曲线模型。金融行业增加值的龚帕兹模型为:

$$\ln y_t = \ln 5.2743 - e^{-2.8358} e^{0.0315t} \tag{12}$$

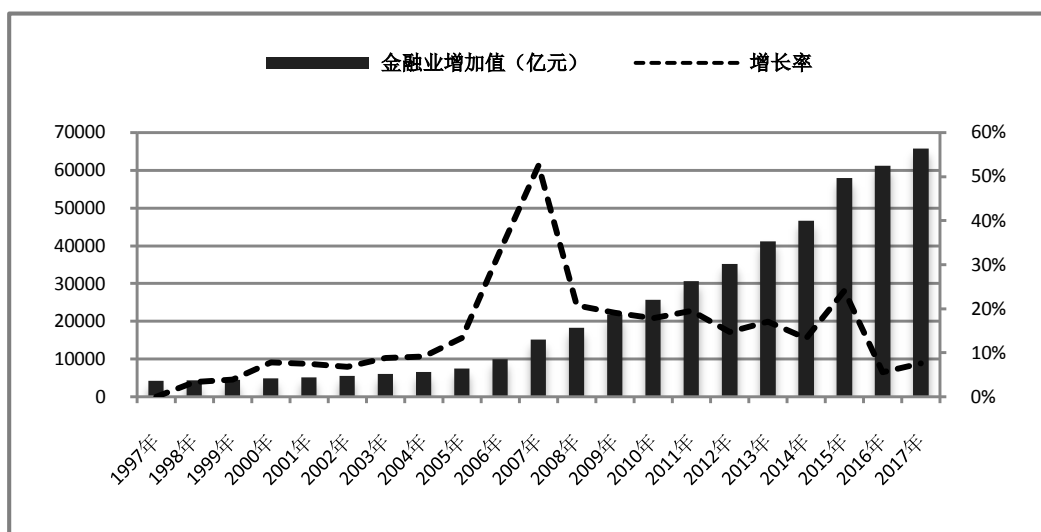
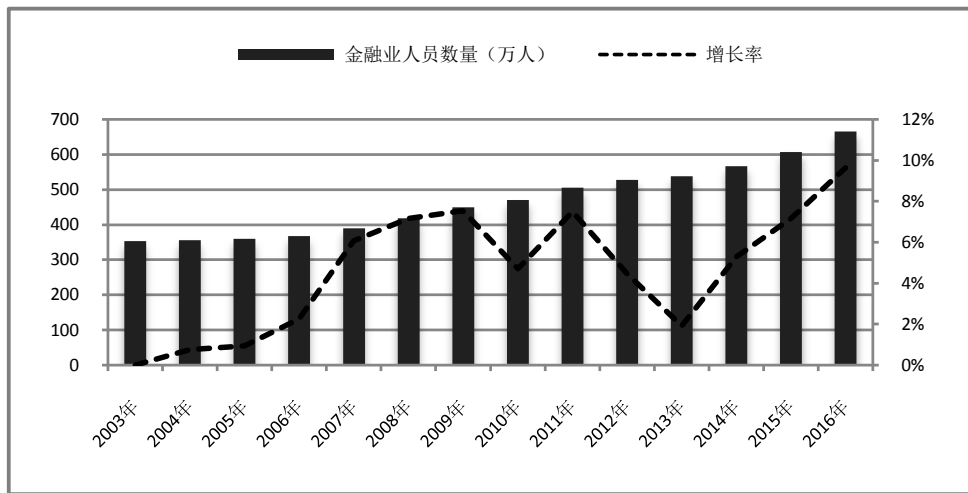


Figure 2. Financial industry value increased (100 million RMB)

图 2. 金融行业增加值(亿元)



数据来源: wind 数据库。

Figure 3. Financial industry employment (10 thousand)

图 3. 金融业就业人员(万人)

金融行业从业人员的龚帕兹模型为:

$$\ln y_t = \ln 4.4255 - e^{-2.8701} e^{-0.0524t} \tag{13}$$

下面作图分析可以得到结果:

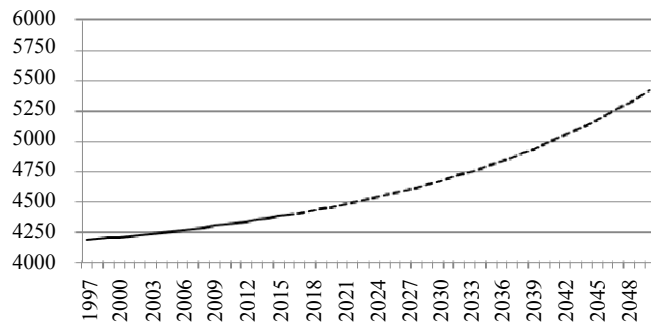


Figure 4. Value added of financial industry based on Gompertz forecast (100 million RMB)

图 4. 金融行业增加值龚帕兹预测图(亿元)

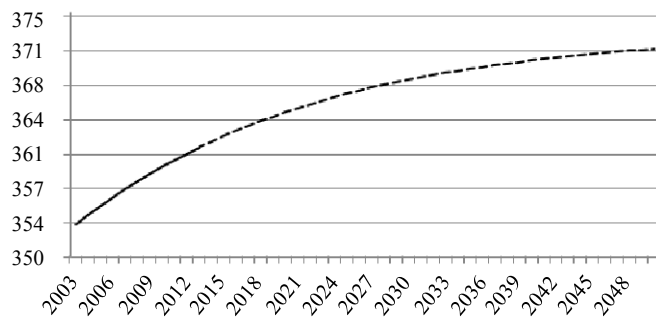


Figure 5. Enrollment in financial industry based on Gompertz forecast (10 thousand)

图 5. 金融从业人数龚帕兹预测图(万人)

由图 4 和图 5 可以看出, 未来直至 2050 年, 金融行业增加值还会处于快速增长的阶段, 而从业人员数量则出现增量下降的趋势, 但还没有过拐点到达饱和期。所以, 可以按照预计人数进行开设课程, 并估计现金流。

3.3. 教育现金流估计

假设每年的行业研究培训班开课计划表如表 5 所示:

Table 5. Course opening schedule

表 5. 开课计划表示例

面向人群	开课容纳人次	每年开课次数	收费标准(元/人)
低端	100	12	4107
中低端	60	6	4259
中端	40	4	12,333
中高端	30	3	24,423
低端	100	12	4107

如果以上开课计划可以如期举行的话, 那么, 每年该课程可以为教育公司带来的现金流入为 1064 万元。

4. 结论

本文基于实物期权理论对教育费用建立了教育投资增长期权模型, 为教育培训市场的定价提供了一种新的思路。除此之外, 还基于行业周期理论, 使用龚帕兹增长曲线模型对教育培训的潜在市场进行了估计, 为教育公司选择是否发布新产品或者是创业投资公司对于课程的投资价值度量提供了一种估计方法, 具有一定的社会意义。

基金项目

中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(FRF-AS-17-010)。

参考文献

- [1] 曹韞建, 顾新一. 歧视性定价下的两阶段水平差异模型[J]. 管理科学学报, 2002, 5(3): 56-61.
- [2] 汪贤裕, 肖玉明, 钟胜. 企业内的价格歧视与内部转移定价[J]. 中国管理科学, 2001, 9(6): 68-72.
- [3] 夏斯静. 我国教育培训市场结构及产品定价的策略研究[D]: [硕士学位论文]. 天津: 天津商业大学, 2016.
- [4] Messori, A. (1997) Survival Curve Fitting Using the Gompertz Function: A Methodology for Conducting Cost-Effectiveness Analyses on Mortality Data. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, **52**, 157-164. [https://doi.org/10.1016/S0169-2607\(96\)01788-9](https://doi.org/10.1016/S0169-2607(96)01788-9)
- [5] Myers, S.C. (1977) Determinants of Corporate Borrowing. *Journal of Financial Economics*, **5**, 147-175. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(77\)90015-0](https://doi.org/10.1016/0304-405X(77)90015-0)
- [6] 徐冬冬. 基于实物期权的高科技企业价值评估方法研究[D]: [硕士学位论文]. 大连: 大连理工大学, 2007.
- [7] 王晓祎. 教育投资价值的实物期权方法研究[D]: [硕士学位论文]. 济南: 山东大学, 2014.
- [8] 茹瑞春. 软土地基水闸桩土承台共同作用的沉降分析及检测[J]. 科技资讯, 2017, 15(7): 77-79.

知网检索的两种方式：

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>
下拉列表框选择：[ISSN]，输入期刊 ISSN：2167-664X，即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>
左侧“国际文献总库”进入，输入文章标题，即可查询

投稿请点击：<http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱：mse@hanspub.org