

# 考虑平台信誉下多供需方平台供应链价值共创研究

张炜钰, 徐琪\*

东华大学旭日工商管理学院, 上海

收稿日期: 2023年10月30日; 录用日期: 2024年1月4日; 发布日期: 2024年1月15日

## 摘要

平台进行双方匹配的过程中, 经常会出现单一工厂不能满足零售商的订单需求, 需要多个工厂共同生产来满足订单需求, 或者是由同一个工厂同时生产不同零售商所需的商品, 出现多对多的匹配。但是单依靠平台为交易双方做订单匹配并不能完全保证资源的浪费, 工厂的产能在转化为零售商所需商品时会有剩余, 零售商的订单需求也不一定完全找到合适的工厂进行生产。为解决如上资源浪费的问题, 平台供应链需要协同发展, 增加平台供需双方的规模, 扩大资源池。因此平台三方需要为平台发展而付出努力, 本文研究了补贴影响平台信誉下平台供应链价值共创。考虑平台、共享工厂、零售商合作博弈情形下平台供应链动态发展情况, 应用微分博弈, 刻画了可以表示平台健康发展的平台信誉, 建立了平台信誉的状态方程, 和基于平台供应链系统的利润函数, 研究了补贴影响平台信誉下平台供应链价值共创问题。

## 关键词

平台供应链, 价值共创, 补贴策略, 微分博弈, 共享经济

# Research on Value Co-Creation of Multi Supplier Platform Supply Chain Considering Platform Reputation

WeiYu Zhang, Qi Xu\*

Glorious Sun School of Business and Management, Donghua University, Shanghai

Received: Oct. 30<sup>th</sup>, 2023; accepted: Jan. 4<sup>th</sup>, 2024; published: Jan. 15<sup>th</sup>, 2024

\*通讯作者。

## Abstract

In the process of matching the two sides of the platform, it often occurs that a single factory cannot meet the order requirements of retailers, and multiple factories are required to jointly produce to meet the order requirements, or the same factory produces goods required by different retailers at the same time, resulting in many to many matching. However, relying solely on the platform to match orders for both sides of the transaction cannot completely guarantee the waste of resources. There will be surplus when the capacity of the factory is converted into the goods required by the retailer, and the order demand of the retailer may not be able to completely find a suitable factory for production. In order to solve the above problem of resource waste, the platform supply chain needs to develop cooperatively, increase the scale of both sides of the platform supply and demand, and expand the resource pool. Therefore, the three parties of the platform need to make efforts for the development of the platform. This paper studies the value co creation of the platform supply chain under the influence of subsidies on the reputation of the platform. Considering the dynamic development of the platform supply chain under the cooperative game of platform, shared factory and retailer, the paper describes the platform reputation that can represent the healthy development of the platform by using differential game, establishes the state equation of the platform reputation, and studies the value co creation of the platform supply chain under the influence of subsidies based on the profit function of the platform supply chain system.

## Keywords

Platform Supply Chain, Value Co-Creation, Subsidy Strategy, Differential Game, Sharing Economy

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

近年来, 互联网平台企业发展的重心从企业内部运营向外部延伸, 其在数据资源和数字技术上积累的优势, 成为向传统企业提供合作的重要基础。平台供应链价值共创是由平台企业主导, 生态系统各利益相关者通过竞合互动和资源整合而共同创造价值的动态过程。在现实情况中, 共享平台上的交易方往往有多个, 当平台获取到中小零售商的订单需求时, 会根据订单及所生产的商品信息在同样有缺少生产订单需求的中小工厂中进行筛选, 匹配出较为合适的工厂进行生产, 交付订单。在平台进行双方匹配的过程中, 经常会出现单一工厂不能满足零售商的订单需求, 需要多个工厂共同生产来满足订单需求, 或者是由同一个工厂同时生产不同零售商所需的商品, 出现多对多的匹配。但是单依靠平台为交易双方做订单匹配并不能完全保证资源的浪费, 工厂的产能在转化为零售商所需商品时会有剩余, 零售商的订单需求也不一定能完全找到合适的工厂进行生产。因此, 有必要深入剖析这一现象, 设计平台供应链的协调机制, 将平台自身优势与中小微企业行业特点结合, 以实现资源最大化利用的价值共创, 提供理论和实践参考。

## 2. 文献综述

平台的概念最初是作为“双面市场”提出的, 提供基础设施和服务, 以实现不同利益相关者群体之

间的互动[1]。利益相关者可能包括商业网络中的给方的生产者(例如供应商、生产商)、需求方的零售商、顾客、监管机构和其他利益相关者[2] [3]。主流研究将平台作为一种特殊的双边或多边市场[4], 关注市场中不同利益方之间的相互依赖、网络效应和平台间竞争[5]。这些研究侧重于不同但相互依赖的利益相关者之间的交流和创造价值[6] [7]。平台企业不承担实体的活动, 通过组织利益相关者之间的活动以创造独特的价值[8]。因此, 如何协调利益相关者是数字平台文献关注的焦点。平台型商业模式发展的根本动力在于价值创造, 价值共创的重要性已在商业背景下的各种研究学科中阐明。作为当前最具有竞争力的组织模式, 新技术服务平台的迅速普及和发展直接促进了顾客、企业与服务平台三者之间的有效互动, 引发了专家学者们对企业平台实体经济价值共创的高度关注。例如: 有部分学者从技术应用和资源整合对价值共同创造的影响的角度进行了研究[9]。也有研究认为价值共创可以激发并加强网络外部性[10]。这些研究揭示了企业和消费者应该如何共同创造价值, 并探讨了其对企业绩效的影响。

学者们根据平台网络外部效应就如何实现利益最大化进行了广泛的研究。Mcintyre 和 Srinivasan [10] 揭示了平台也需要利用双边用户的交叉网络外部性来发展和壮大。Song [11]等研究了平台更新对双边用户参与行为和跨网络外部性强度的影响, 发现在一定条件下, 平台更新会削弱跨网络外部性强度。

以往文献并未细致地针对平台自身吸引潜在用户, 提高用户规模的因素进行建模。在强网络效应的存在下, 平台市场甚至可能产生赢者通吃的格局, 因此拥有最大用户基础的平台最终可能将主导市场。这些市场特征通常激励平台提供商快速增长他们的用户基础和互补网络。对于新创平台而言, 通常将用户快速增长置于盈利能力之上, 用户数量应被视为平台市场中一个至关重要的性能结果。对于中小微企业而言, 当他们作为卖家时, 自身经济体量小, 知名度小, 很难给买家留下高信任度形象, 提升自身的可信赖度并非易事。因此大多数中小微企业会选择信任感高的平台, 既可以依靠平台提高买家信任感, 提高成单交易的几率, 同时对自身而言也是一种保障, 可谓“大树底下好乘凉”。在双边市场中, 在线声誉的建立是基于平台以及买卖双方的互动行为[12]。受以上文献启发, 本文将在线商誉延伸为平台信誉, 基于微分博弈, 考察了平台、制造商和零售商三级供应链合作体系的决策行为, 并进一步探讨基于供应链成员的最优决策。在多个共享工厂和多个零售商参与的平台供应链中, 考虑产能有限且存在供需错位下, 基于平台信誉影响供需适度, 构建了有无平台补贴的微分博弈模型。通过构建 HJB 方程, 得到各参与方的最优决策, 并研究相关参数对于最优结果的影响。

### 3. 问题描述与假设

#### 3.1. 问题描述

在现实情况中, 共享平台上的交易方往往有多个, 当平台获取到中小零售商的订单需求时, 会根据订单及所生产的商品信息在同样有缺少生产订单需求的中小工厂中进行筛选, 匹配出较为合适的工厂进行生产, 交付订单。在平台进行双方匹配的过程中, 经常会出现单一工厂不能满足零售商的订单需求, 需要多个工厂共同生产来满足订单需求, 或者是由同一个工厂同时生产不同零售商所需的商品, 出现多对多的匹配。但是单依靠平台为交易双方做订单匹配并不能完全保证资源的浪费, 工厂的产能在转化为零售商所需商品时会有剩余, 零售商的订单需求也不一定完全找到合适的工厂进行生产。为解决资源浪费的问题, 平台供应链需要协同发展, 增加平台供需双方的规模, 扩大资源池。因此平台三方需要为平台发展而付出努力, 以平台信誉为基础, 以平台信誉来衡量平台的发展与规模。平台良好的发展预期, 吸引了更多企业的加入, 从而促使会为供需双方带来更为合适的匹配对象, 减少生产产能的浪费以及订单的交付率, 减少机会成本。供应链三方为增加平台信誉而付出额外努力。为了还原多主体之间的动态交易, 本章研究基于共享平台内  $n$  个共享工厂以及  $N$  个零售商间的价值共创问题。面对众多合作伙伴, 平台供应链应如何投入自身资源, 使得供应链系统平稳发展, 获得最优利润是下文研究的重点。

### 3.2. 基本假设

假设 1: 假设平台信誉与共享工厂的产品质量改进程度、零售商的广告努力以及平台的服务有关, 并考虑信誉是动态的, 这是因为提高顾客对质量改进活动的意识是动态过程, 供应链成员的决策对平台信誉的影响也是动态的。多个供需方参与下平台信誉的微分方程为:

$$\dot{g}(t) = \sum_{i=1}^n \theta_i E_i(t) + \sum_{j=1}^N \eta_j A_j(t) + \gamma S(t) - \delta g(t) \quad (1)$$

其中, 初始时刻的信誉水平  $g(0) = g_0 > 0$ ,  $\theta_i \geq 0$ ,  $\eta_j \geq 0$ ,  $\gamma \geq 0$ ,  $\delta \geq 0$  表示平台信誉随时间变化的衰减率, 其反映信誉具有易逝性。

假设 2: 为了扩大平台规模, 增加合作伙伴, 减少资源浪费, 平台供应链为提高平台信誉而投入的努力成本是关于其自身努力水平的凸函数,  $t$  时刻共享工厂  $k$ 、平台和零售商  $l$  分别为:

$$C(E_k(t)) = \frac{1}{2} h_{E_k} E_k^2(t) \quad (2)$$

$$C(S(t)) = \frac{1}{2} h_S S^2(t) \quad (3)$$

$$C(A_l(t)) = \frac{1}{2} h_{A_l} A_l^2(t) \quad (4)$$

其中  $h_{E_k}$ 、 $h_S$  和  $h_{A_l}$  是正的代价参数。

假设 3: 平台供应链中, 平台帮助供需双方实现匹配, 但不能保证 100% 匹配需求, 存在未能匹配的需求以及生产产能, 也就是说, 会有剩余未被满足的需求与浪费的生产产能。故考虑机会成本, 共享工厂  $k$  与零售商  $l$  的机会成本分别为

$$C'_k = C_k \left( Q_k - \sum_{j=1}^N a_{kj} Q_j \right), \quad C'_l = (p_l - \omega_l) \left( D_l - g(t) \sum_{i=1}^n b_{il} a_{il} Q_i \right)$$

其中为了简化公式, 本章设定  $c_k = 0$ 。

假设 4: 平台供应链中, 由于工厂的产能存在于零售商商品有部分差异, 所以共享工厂  $k$  生产零售商商品  $l$  时存在转换效率  $b_{kl}$ , 受平台信誉的影响, 平台良好的发展预期, 吸引了更多企业的加入, 从而促使会为供需双方带来更为合适的匹配对象, 因此, 工厂  $k$  为零售商  $l$  生产的商品数可以表示为  $a_{kl} b_{kl} Q_k K_{kl} g$ , 表示平台信誉对于供需双方转化率的影响系数, 不失一般性, 可以简化为 1。

假设 5: 由于网络外部性的存在, 平台参与者增加的价值取决于平台中可以与之交互的其他用户的数量, 例如发现潜在的机会等。  $J_M$  代表共享工厂的交叉网络外部性系数(平台内部每个共享工厂的存在可以为零售商创造单位效用),  $J_R$  代表零售商的交叉网络外部性系数(平台内部每单位零售商可以为共享工厂创造单位效用)。平台信誉的提高也会带来网络外部效应的提升, 平台信誉对网络外部效应的影响系数为  $s_M$  和  $s_R$ , 不失一般性, 可以简化为 1。

假设 6: 平台供应链三方拥有相同的贴现率  $\rho$ , 各自的目标都是在未来无限时间内寻求收益最大化, 以此来进行自身的决策。

## 4. 模型构建与分析

### 4.1. 无平台补贴的情形

平台供应链解决的是产能有限以及订单需求有限的共享工厂和零售商没有渠道或所需成本较大找到

合作商的痛点。因此, 针对共享工厂产能有限的情形进行建模, 此情形下, 通过平台协调, 拥有产能  $Q_k$  的共享工厂  $k$  提供自身产能  $a_{kj}Q_k$  来生产零售商  $l$  所需市场需求  $D_l$  的产品, 共享工厂  $k$  单位产能来生产零售商  $l$  存在转化率  $b_{lj}$ , 平台信誉的提高可以给  $b_{lj}$  带来额外的溢出效应。平台供应链中平台、共享工厂和零售商分散、独立决策, 目标是最大化各自的利润。平台占据主导地位, 其决策服务水平  $S$ , 共享工厂和零售商同时分别决策质量改善水平  $E_k$  和广告努力水平  $A_l$ , 从而达到利益最大化。用上标 “ND” 表示分散式决策, 则共享工厂  $k$ 、零售商  $l$ 、平台的利润函数分别表示为:

$$\pi_{M_k}^{ND}(t) = Q_k g(t) \sum_{j=1}^N (\omega_j - \tau - c_j) b_{kj} a_{kj} - \frac{1}{2} h_{E_k} E_k^2(t) + g(t) J_R N \quad (5)$$

$$\pi_{R_l}^{ND}(t) = (p_l - \omega_l) g(t) \sum_{i=1}^n b_{il} a_{il} Q_i - \frac{1}{2} h_{A_l} A_l^2(t) - (p_l - \omega_l) \left( D_l - g(t) \sum_{i=1}^n b_{il} a_{il} Q_i \right) + g(t) J_M n \quad (6)$$

$$\pi_P^{ND}(t) = \tau g(t) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N b_{ij} a_{ij} Q_i - \frac{1}{2} h_S S^2(t) + g(t) J_{MR} (N + n) \quad (7)$$

$$\begin{cases} \max_{S(t)} \int_0^\infty e^{-\rho t} \pi_P^D(t) \Big|_{E_k(t)=E^D(t), A_l(t)=A^D(t)} dt \\ \max_{E_k(t)} \int_0^\infty e^{-\rho t} \pi_M^D(t) dt \\ \max_{A_l(t)} \int_0^\infty e^{-\rho t} \pi_R^D(t) dt \end{cases} \quad (8)$$

$$\text{s.t. } \dot{g}(t) = \sum_{i=1}^n \theta_i E_i(t) + \sum_j \eta_j A_j(t) + \gamma S(t) - \delta g(t), g(0) = g_0$$

采用逆向归纳法来求解这个由平台供应链三方组成的 Stackelberg 微分博弈问题。假设平台的策略已经给出, 首先确定零售商广告努力水平以及共享工厂质量改善水平的反应函数, 然后通过递推, 求解出平台的最优决策, 得到命题 1。

命题 1: 在无补贴多个共享工厂和多个零售商同时决策的分散式决策模式下, 平台、共享工厂和零售商三级供应链合作体系的决策的均衡结果如下:

共享工厂  $k$  最优质量改进水平、零售商  $l$  的最优广告努力水平以及共享平台最优的服务水平分别为

$$E_k^{ND} = \frac{\theta_k \left[ Q_k \sum_{j=1}^N (\omega_j - \tau_j - c_j) b_{kj} a_{kj} + J_R N \right]}{h_{E_k} (\rho + \delta)} \quad (9)$$

$$A_l^{ND} = \frac{\eta_l \left[ 2(p_l - \omega_l) \sum_{i=1}^n b_{il} a_{il} Q_i + J_M n \right]}{h_{A_l} (\rho + \delta)} \quad (10)$$

$$S^{ND} = \frac{\gamma \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N \tau_j b_{ij} a_{ij} Q_i + J_{MR} (N + n) \right]}{h_S (\rho + \delta)} \quad (11)$$

平台供应链信誉的轨迹方程为:

$$g^{ND}(t) = (g_0 - g_{SS}^{ND}) e^{-\delta t} + g_{SS}^{ND} \quad (12)$$

$$g_{SS}^{ND} = \sum_{i=1}^n \frac{\theta_i^2 \left[ Q_i \sum_{j=1}^N (\omega_j - \tau_j - c_j) b_{ij} a_{ij} + J_R N \right]}{h_{E_i} \delta (\rho + \delta)}$$

其中,

$$+ \sum_{j=1}^n \frac{\eta_j^2 \left[ 2(p_j - \omega_j) \sum_{i=1}^n b_{ij} a_{ij} Q_i + J_M n \right]}{h_{A_j} \delta (\rho + \delta)} + \frac{\gamma^2 \left[ \tau \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N b_{ij} a_{ij} Q_i + J_{MR} (N + n) \right]}{h_S \delta (\rho + \delta)}$$

表示信誉的稳定状态。

$$= \frac{\sum_{i=1}^n \theta_i E_i^{ND} + \sum_{j=1}^N \eta_j A_j^{ND} + \gamma S^{ND}}{\delta}$$

平台供应链系统的最优利润现值分别为:

$$V_{M_k}^{ND}(g_0) = x_{1k}^{ND} g_0 + x_{2k}^{ND} \tag{13}$$

$$V_{R_l}^D(g_0) = y_{1l}^{ND} g_0 + y_{2l}^{ND} \tag{14}$$

$$V_P^{ND}(g_0) = z_1^{ND} g_0 + z_2^{ND} \tag{15}$$

其中,

$$x_{1k}^{ND} = \frac{Q_k \sum_{j=1}^N (\omega_j - \tau_j - c_j) b_{kj} a_{kj} + J_R N}{\rho + \delta} = \frac{h_{E_k} E_k^{ND}}{\theta_k}$$

$$y_{1l}^{ND} = \frac{2(p_l - \omega_l) \sum_{i=1}^n b_{il} a_{il} Q_i + J_M n}{\rho + \delta} = \frac{h_{A_l} A_l^{ND}}{\eta_l}$$

$$z_1^{ND} = \frac{\tau \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N b_{ij} a_{ij} Q_i + J_{MR} (N + n)}{\rho + \delta} = \frac{h_S S^{ND}}{\gamma}$$

$$x_{2k}^{ND} = \frac{x_{1k}^{ND}}{\rho} \left( \sum_{i=1}^n \frac{\theta_i^2 x_{1i}^{ND}}{h_{E_i}} + \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i^2 y_{1i}^{ND}}{h_{A_i}} + \frac{\gamma^2 z_1^{ND}}{h_S} \right) - \frac{\theta_k^2 x_{1k}^{ND^2}}{2\rho h_{E_k}}$$

$$y_{2l}^{ND} = \frac{y_{1l}^{ND}}{\rho} \left( \sum_{i=1}^n \frac{\theta_i^2 x_{1i}^{ND}}{h_{E_i}} + \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i^2 y_{1i}^{ND}}{h_{A_i}} + \frac{\gamma^2 z_1^{ND}}{h_S} \right) - \frac{D_l (p_l - \omega_l)}{\rho} - \frac{\eta_l^2 y_{1l}^{ND^2}}{2\rho h_{A_l}}$$

$$z_2^{ND} = \frac{\gamma^2 z_1^{ND^2}}{2\rho h_S} + \frac{z_1^{ND} \left( \sum_{i=1}^n \frac{\theta_i^2 x_{1i}^{ND}}{h_{E_i}} + \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i^2 y_{1i}^{ND}}{h_{A_i}} \right)}{\rho}$$

命题 1: 说明在共享工厂产能有限的情况下, 平台供应链各方的最优利润紧密相关, 密不可分, 平台供应链内部成员自发加入了价值共创过程, 已形成价值共创机制, 各方不再是孤立的个体, 而是通过相互间的联系形成了一个整体, 保障了平台供应系统的可持续发展。

同时在平台供应链中, 平台对标的合作对象应该是中小工厂以及零售商。这符合实际, 在现实生活中, 这类的合作伙伴面对市场很容易出现供过于求或者供不应求的情形, 会较大的诉求且积极地参与价值共创。通过加入平台, 一方面通过平台的牵头, 找到了订单需求和生产商, 另一方面通过与平台及平台内其他成员进行合作, 可以减少自身资源的浪费以及减少机会成本, 提高自身利润, 创造更多的价值。

对于中小工厂而言, 平台作为一个集结点, 能够为其提供更多的销售机会和市场曝光度, 帮助其扩大规模和提高生产效率。通过与平台的合作, 中小工厂可以享受到更多的订单和业务, 减少了市场竞争的压力, 并能够通过平台提供的资源和技术支持, 不断提升自身的生产能力和产品质量, 实现更好的利润和业务增长。对于零售商而言, 平台可以为其提供丰富的商品资源和供应链支持。通过与平台合作, 零售商可以获得更多的产品选择, 更好地满足消费者的需求。

## 4.2. 平台提供补贴的情形

在市场竞争日益激烈的情况下, 很多平台考虑用补贴来调节双边用户的供需平衡, 通过对成本相关收益的数值估计, 可以分析补贴策略的收益。为此, 引入平台补贴  $\mu_{M_k}^{NMR}$  和  $\mu_{R_l}^{NMR}$ , 分别为平台承担共享工厂和零售商为维护平台信誉而付出的努力承担的比例, 探讨当平台对共享工厂、零售商提供补贴时, 各方为提升或维持平台信誉付出的努力投入和收益水平是否可实现帕累托优化。用上标“NMR”表示平台对共享工厂、零售商提供补贴的情形决策, 此时, 共享工厂  $k$ 、零售商  $l$ 、平台的利润函数分别表示为

$$\pi_{M_k}^{NMR}(t) = Q_k g(t) \sum_{j=1}^N (\omega_j - \tau - c_j) b_{kj} a_{kj} - \frac{1}{2} (1 - \mu_{M_k}(t)) h_{E_k} E_k^2(t) + g(t) J_R N \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \pi_{R_l}^{NMR}(t) &= (p_l - \omega_l) g(t) \sum_{i=1}^n b_{il} a_{il} Q_i - \frac{1}{2} h_{A_l} (1 - \mu_{R_l}(t)) A_l^2(t) \\ &\quad - (p_l - \omega_l) \left( D_l - g(t) \sum_{i=1}^n b_{il} a_{il} Q_i \right) + g(t) J_M n \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \pi_P^{NMR}(t) &= \tau g(t) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N b_{ij} a_{ij} Q_i - \frac{1}{2} h_S S^2(t) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \mu_{M_i}(t) h_{E_i} E_i^2(t) \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \mu_{R_j}(t) h_{A_j} A_j^2(t) + g(t) J_M n \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{cases} \max_{S(t), \mu_M(t), \mu_R(t)} \int_0^\infty e^{-\rho t} \pi_P^{MR}(t) \Big|_{E_k(t)=E_k^{MMR}(t), A_l(t)=A_l^M(t)} dt \\ \max_{E_k(t)} \int_0^\infty e^{-\rho t} \pi_M^{MR}(t) dt \\ \max_{A_l(t)} \int_0^\infty e^{-\rho t} \pi_R^{MR}(t) dt \end{cases} \quad (19)$$

$$\text{s.t. } \dot{g}(t) = \sum_{i=1}^n \theta_i E_i(t) + \sum_{j=1}^N \eta_j A_j(t) + \gamma S(t) - \delta g(t), g(0) = g_0$$

命题 2: 在平台同时为共享工厂和零售商提供补贴这个情形下, 平台供应链三方微分博弈的均衡结果如下:

平台给予共享工厂、零售商的最优补贴分别为

$$\begin{aligned} \mu_{M_k}^{NMR} &= \frac{2z_1^{ND} - x_{1k}^{ND}}{2z_1^{ND} + x_{1k}^{ND}} \\ &= \frac{2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N \tau_j b_{ij} a_{ij} Q_i - Q_k \sum_{j=1}^N (\omega_j - \tau_j - c_j) b_{kj} a_{kj} - J_R N}{2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N \tau_j b_{ij} a_{ij} Q_i + Q_k \sum_{j=1}^N (\omega_j - \tau_j - c_j) b_{kj} a_{kj} + J_R N} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \mu_{R_i}^{NMR} &= \frac{2z_1^{ND} - y_{1l}^{ND}}{2z_1^{ND} + y_{1l}^{ND}} \\ &= \frac{2\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N \tau_j b_{ij} a_{ij} Q_i - 2(p_l - \omega_l) \sum_{i=1}^n b_{ij} a_{ij} Q_i - J_M n}{2\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N \tau_j b_{ij} a_{ij} Q_i + 2(p_l - \omega_l) \sum_{i=1}^n b_{ij} a_{ij} Q_i + J_M n} \end{aligned} \quad (21)$$

共享工厂最优质量改进水平、零售商的最优广告努力水平以及共享平台最优的服务水平分别为

$$E_k^{NMR} = \frac{\theta_k \left( 2\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N \tau_j b_{ij} a_{ij} Q_i + Q_k \sum_{j=1}^N (\omega_j - \tau_j - c_j) b_{kj} a_{kj} + J_R N \right)}{2h_{E_k} (\rho + \delta)} \quad (22)$$

$$A_i^{NMR} = \frac{\eta_i \left( 2\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N \tau_j b_{ij} a_{ij} Q_i + 2(p_l - \omega_l) \sum_{i=1}^n b_{ij} a_{ij} Q_i + J_M n \right)}{2h_{A_i} (\rho + \delta)} \quad (23)$$

$$S^{NMR} = \frac{\gamma \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N \tau_j b_{ij} a_{ij} Q_i + J_{MR} (N + n) \right]}{h_S (\rho + \delta)} \quad (24)$$

平台供应链信誉的轨迹方程为:

$$g^{NMR}(t) = (g_0 - g_{SS}^{NMR}) e^{-\delta t} + g_{SS}^{NMR} \quad (25)$$

其中

$$\begin{aligned} g_{SS}^{NMR} &= \sum_{i=1}^n \frac{\theta_i^2 \left( 2\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N \tau_j b_{ij} a_{ij} Q_i + Q_k \sum_{j=1}^N (\omega_j - \tau_j - c_j) b_{kj} a_{kj} + J_R N \right)}{2h_{E_i} \delta (\rho + \delta)} \\ &+ \sum_{j=1}^N \frac{\eta_j^2 \left( 2\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N \tau_j b_{ij} a_{ij} Q_i + 2(p_l - \omega_l) \sum_{i=1}^n b_{ij} a_{ij} Q_i + J_M n \right)}{2h_{A_j} \delta (\rho + \delta)} \\ &+ \frac{\gamma^2 \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N \tau_j b_{ij} a_{ij} Q_i + J_{MR} (N + n) \right]}{h_S \delta (\rho + \delta)} \end{aligned}$$

供应链系统的最优利润现值分别为:

$$V_{M_k}^{NMR}(g_0) = x_{1k}^{ND} g_0 + x_{2k}^{NMR} \quad (26)$$

$$V_{R_i}^{NMR}(g_0) = y_{1l}^{ND} g_0 + y_{2l}^{NMR} \quad (27)$$

$$V_P^{NMR}(g_0) = z_1^{ND} g_0 + z_2^{NMR} \quad (28)$$

其中

$$x_{2k}^{NMR} = \frac{x_{1k}^{ND}}{\rho} \left[ \sum_{i=1}^n \frac{\theta_i^2 x_{1i}^{ND}}{h_{E_i} (1 - \mu_{M_i}^{NMR})} + \sum_{j=1}^N \frac{\eta_j^2 y_{1j}^{ND}}{h_{A_j} (1 - \mu_{R_j}^{NMR})} + \frac{\gamma^2 z_1^{ND}}{h_S} \right] - \frac{\theta_k^2 x_{1k}^{ND^2}}{2\rho (1 - \mu_{M_k}^{NMR}) h_{E_k}}$$



$$\begin{aligned}
y_{2l}^{NMR} &= \frac{y_{1l}^{ND}}{\rho} \left[ \sum_{i=1}^n \frac{\theta_i^2 x_{1i}^{ND}}{h_{E_i} (1 - \mu_{M_i}^{NMR})} + \sum_{j=1}^N \frac{\eta_j^2 y_{1j}^{ND}}{h_{A_j} (1 - \mu_{R_j}^{NMR})} + \frac{\gamma^2 z_1^{ND}}{h_S} \right] \\
&\quad - \frac{D_l (p_l - \omega_l)}{\rho} - \frac{\eta_l^2 y_{1l}^{ND^2}}{2\rho (1 - \mu_{R_l}^{NMR}) h_{A_l}} \\
z_2^{NMR} &= \frac{z_1^{ND}}{\rho} \left[ \sum_{i=1}^n \frac{\theta_k^2 x_{1i}}{h_{E_i} (1 - \mu_{M_i}^{NMR})} + \sum_{j=1}^N \frac{\eta_j^2 y_{1j}}{h_{A_j} (1 - \mu_{R_j}^{NMR})} + \frac{\gamma^2 z_1}{h_S} \right] - \frac{\gamma^2 z_1^{ND^2}}{2\rho h_S} \\
&\quad - \frac{1}{2\rho} \left( \sum_{i=1}^n \frac{\mu_{M_i}^{NMR} \theta_k^2 x_{1i}^2}{(1 - \mu_{M_i}^{NMR})^2 h_{E_i}} + \sum_{j=1}^N \frac{\mu_{R_j}^{NMR} \eta_j^2 y_{1j}^2}{(1 - \mu_{R_j}^{NMR})^2 h_{A_j}} \right)
\end{aligned} \tag{29}$$

推论 2: 平台供应链参与方的最优利润与平台提供给各方的补贴正相关。

### 4.3. 比较分析

在产能有限有、无平台补贴的分散式决策的不同情况下, 平台供应链各参与方的最优努力度以及最优利润进行比较, 可以得到下列相关推论。

推论 3: 在产能有限的情况下, 平台补贴可以提高平台供应链两侧供需方为平台信誉付出的努力, 且共享平台的最优努力度不变。努力度提升的多少与共享工厂、零售商成本成正比, 收益成反比

推论 3 说明当平台供应链两侧供需方付出的成本较多的情况下, 采取补贴会更有利于平台信誉的提高, 提高平台供应链价值共创的效果; 当平台供应链两侧供需方的收益较多的情况下, 补贴并不能显著提升参与方的努力度。也就是说, 平台供应链更适合于中小企业进行合作。

推论 4: 与无平台补贴的分散式决策相比, 在平台提供补贴的情况下, 供应链参与者的利润函数均有所提高。

这说明一定条件下, 平台补贴有利于提高供需双方的匹配适配度, 减少资源的浪费, 使得平台供应链中各参与方的利润提高, 可以实现各参与方利润的改进。

## 5. 算例仿真分析

### 5.1. 平台供应链价值共创动态优化分析

接下来, 通过算例进行验证如上模型的求解, 并研究相关参数对求解结果的影响关系。假设平台供应链内有 4 家共享工厂 ( $n=4$ ), 3 家零售商 ( $N=3$ )。

相关参数赋值如下  $\rho=0.3$ ,  $h_E=(12 \ 10 \ 9 \ 12)$ ,  $h_A=(6 \ 7 \ 4)$ ,  $h_S=15$ ,  $p=(14 \ 12 \ 11)$ ,  $\omega=(9 \ 10 \ 9)$ ,  $c=(6 \ 6 \ 5)$ ,  $\tau=(2 \ 3 \ 3)$ ,  $g_0=1.2$ ,  $\theta=(2.5 \ 2.6 \ 3.2 \ 3.5)$ ,  $\eta=(2.7 \ 3.6 \ 2.7)$ ,  $\gamma=4.5$ ,  $\delta=0.3$ ,  $D=(9 \ 12 \ 14)$ ,  $Q=(20 \ 8 \ 16 \ 6)$ ,  $J_M=5$ ,  $J_R=6$ ,  $J_{MR}=8$ ,

$$a_{ij} = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.5 \\ 0.25 & 0.5 & 0.25 \\ 0.25 & 0.5 & 0.25 \\ 0 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}, \quad b_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.625 & 1 \\ 0.14 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

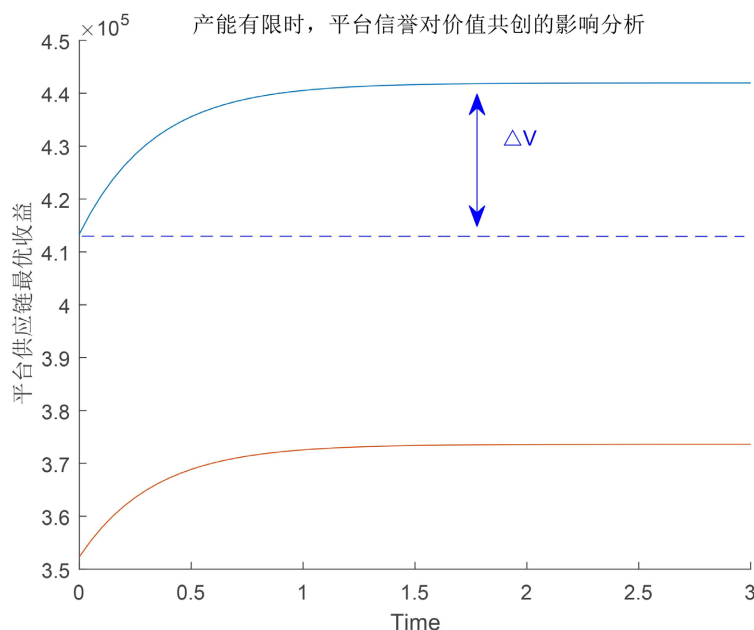
根据上一节建模分析的根据模型的结论, 计算可得到在共享工厂产能有限下, 平台对是否提供补贴的不同模型下, 共享工厂、平台、零售商的最优努力程度、最优收益, 以及系统的最优收益。表 1 对 3 种决策情形下的博弈均衡结果进行比较。

**Table 1.** Game equilibrium results under different decision modes  
**表 1.** 不同决策模式下的博弈均衡结果

	产能有限 无平台补贴 $n:1:N$	产能有限 平台提供补贴 $n:1:N$
工厂 1 质量投入努力	3.1667	8.7500
工厂 2 质量投入努力	1.5273	9.3636
工厂 3 质量投入努力	4.4242	11.7677
工厂 4 质量投入努力	1.9545	8.1439
工厂质量投入努力总额	11.0727	53.5758
零售商 1 广告宣传努力	11.7273	18.7636
零售商 2 广告宣传努力	22.7532	26.1195
零售商 3 广告宣传努力	32.3182	35.5091
平台建设努力	8.6000	8.6000
平台信誉稳态	90.9175	131.1141
给予工厂 1 补贴	-	0.6381
给予工厂 2 补贴	-	0.8369
给予工厂 3 补贴	-	0.6240
给予工厂 4 补贴	-	0.7600
给予零售商 1 补贴	-	0.3750
给予零售商 2 补贴	-	0.1289
给予零售商 3 补贴	-	0.0899
工厂 1 收益	11,949	16,687
工厂 2 收益	4844	6691
工厂 3 收益	12,437	17,285
工厂 4 收益	7423	10,323
工厂总收益	36,653	50,986
零售商 1 收益	20,473	33,092
零售商 2 收益	37,913	53,047
零售商 3 收益	41,401	57,239
零售商总收益	99,786	143,388
平台收益	25,647	29,565
平台供应链总收益	162,096	223,939

由表 1 可以看出：与无补贴的分散式决策相比，平台提供对平台供应链其他参与方提供补贴使得共享工厂和零售商为平台信誉付出的努力、平台信誉均得到了提高。且在平台同时为共享工厂和零售商提供补贴时，共享工厂总收益、零售商总收益、平台收益分别提高了 39.10%，43.70%，15.28%，可以发现，平台的补贴有效地帮助供应链实现了价值共创，帮助提高了供应链三方成员的利润。

在上述分析的基础上, 利用 matlab 软件, 对产能有限的情况下, 平台供应链整体收益随时间变化的趋势进行了绘制, 具体结果如图 1 所示。



**Figure 1.** Analysis of the impact of platform reputation on value co creation  
**图 1.** 平台信誉对价值共创的影响分析

平台供应链的最优收益会随着时间的增加而增加, 并且收益增加的幅度在前期较大, 在后期逐渐达到稳定状态。从时间, 到最优收益达到稳定状态, 平台供应链三方都为平台信誉付出了自己的努力, 从而带来了最优收益的提高  $\Delta V$ , 即在引入平台信誉的基础上, 平台供应链实现了价值共创。此外, 从图 1 中还可以发现, 平台补贴对于平台供应链中三个主体之间的价值共创具有正向的作用, 平台有补贴情形下实现了平台供应链系统利润的 Pareto 改进。

通过图 1 可以得出相关结论:

- 1) 平台补贴有利于实现平台供应链利润的增加, 从表 1 中的数据结合来看, 付出的额外努力带来的收益会大于额外努力带来的成本的增加。
- 2) 平台供应链的信誉随着时间的增加逐渐增加并趋于稳定, 说明平台供应链价值共创的过程中使可控的。

## 5.2. 相关参数灵敏度分析

接下来, 以共享工厂 1 和零售商 1 为例, 进行相关参数灵敏度分析, 具体分析平台供应链中共享工厂质量改善水平的敏感系数和零售商广告投入水平的敏感系数对平台补贴对于价值共创提升的影响。

图 2~7 分别是在其他参数不变的情况下, 将共享工厂 1 质量改善水平的敏感系数和零售商 1 广告投入水平的敏感系数分别从 1 逐渐变化到 5, 平台供应链中其他参与方的最优利润的变化情况。从图中可以得到, 随着敏感系数的提升, 除了提升敏感系数的参与方本身之外, 其他成员的最优利润均呈现上升趋势。而其他成员的最优利润的上升, 则是由于供应链内部的协同效应和资源协调, 使得各参与方都能够从中受益。这说明在供应链内部, 以共同维护平台信誉而形成的价值共创, 不仅能够激发合作伙伴的积极性, 还能够实现彼此的赋能加持, 并共同创造更多的价值。

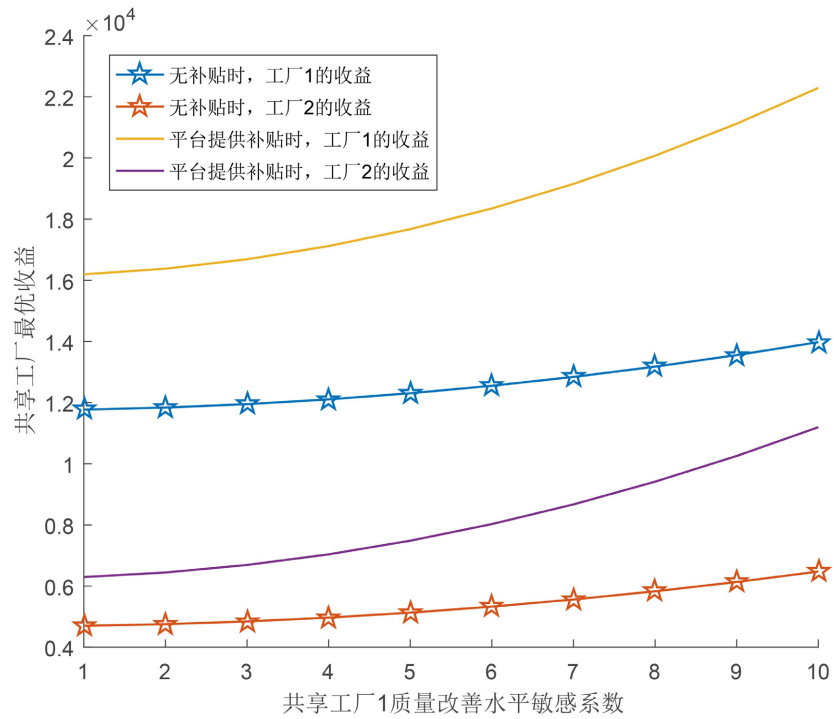


Figure 2. The change of the sensitivity coefficient of the optimal profit of factory with the quality improvement level of factory 1

图 2. 共享工厂最优收益随共享工厂 1 质量改善水平敏感系数的变化

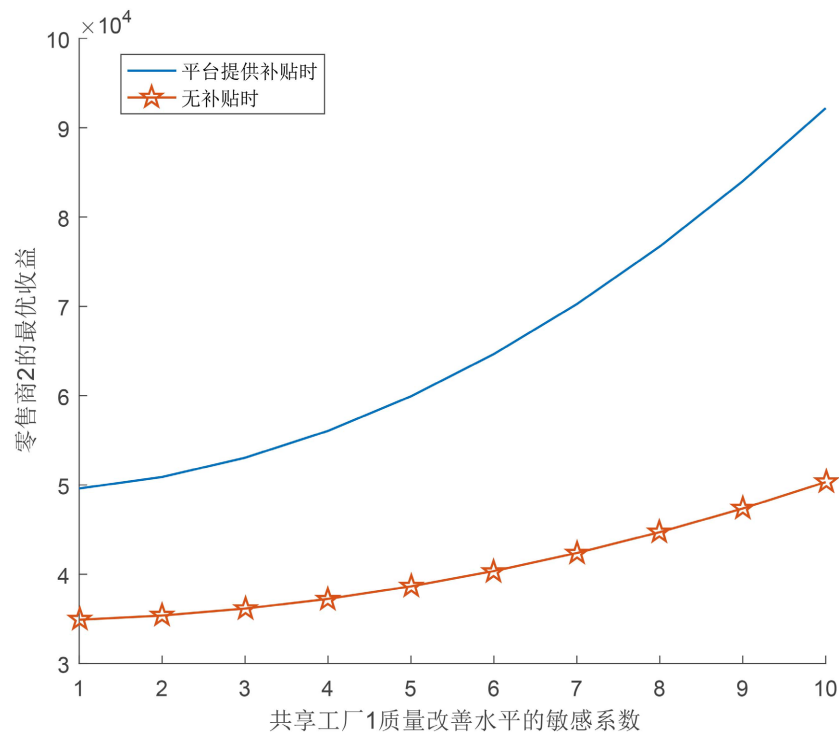
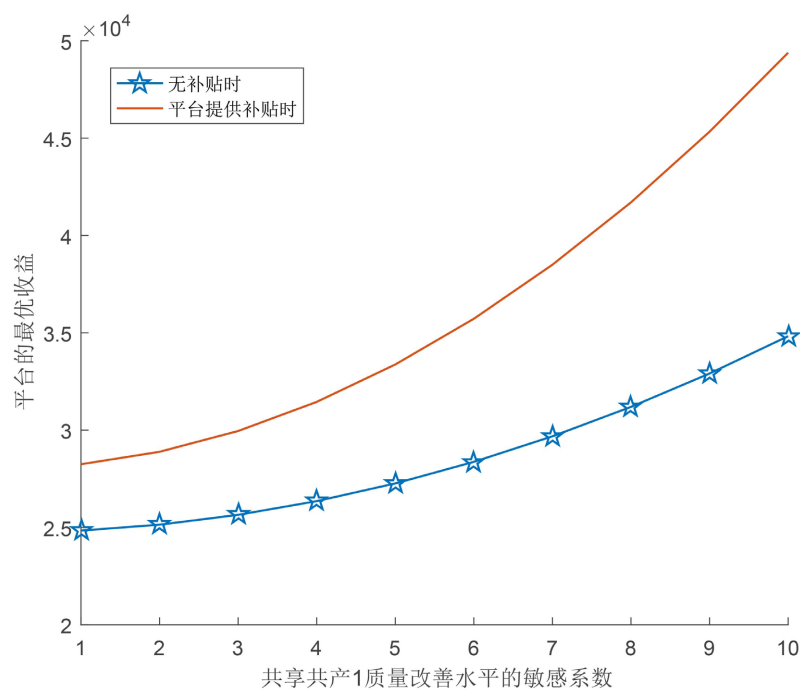


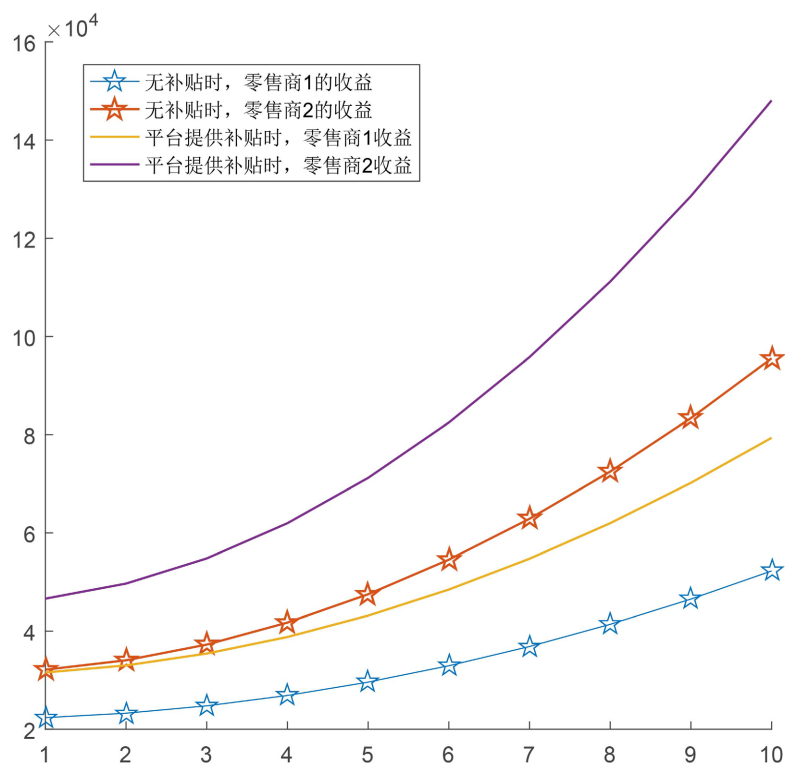
Figure 3. The change of retailer's optimal revenue with the sensitivity coefficient of factory 1's quality improvement level

图 3. 零售商最优收益随共享工厂 1 质量改善水平敏感系数的变化



**Figure 4.** The change of the sensitivity coefficient of the optimal revenue of the platform with the quality improvement level of factory 1

**图 4.** 平台最优收益随共享工厂 1 质量改善水平敏感系数的变化



**Figure 5.** The change of retailer's optimal revenue with the sensitivity coefficient of retailer 1's advertising investment level

**图 5.** 零售商最优收益随零售商 1 广告投入水平敏感系数的变化

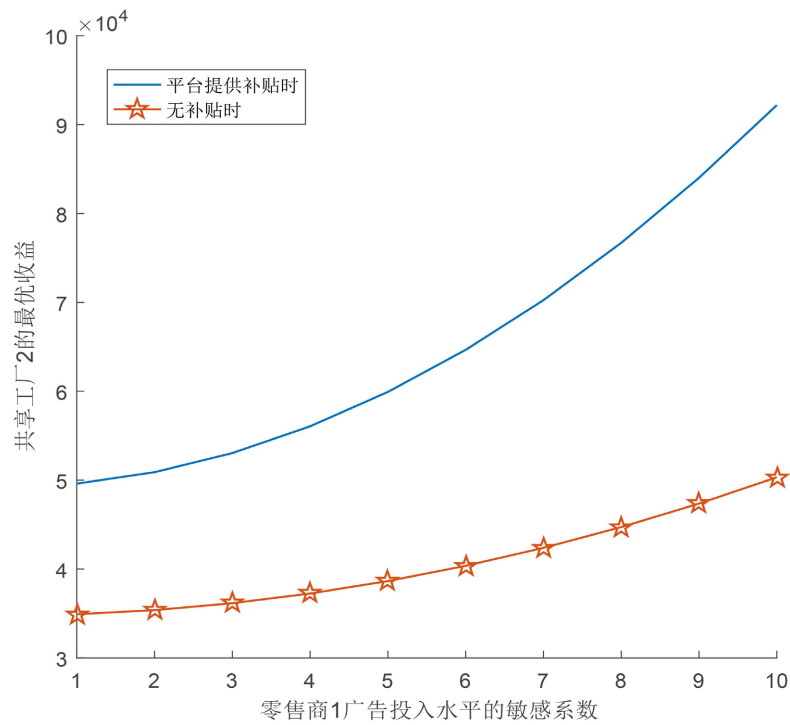


Figure 6. The change of optimal revenue of shared factory with the sensitivity coefficient of retailer 1's advertising investment level

图 6. 共享工厂最优收益随零售商 1 广告投入水平敏感系数的变化

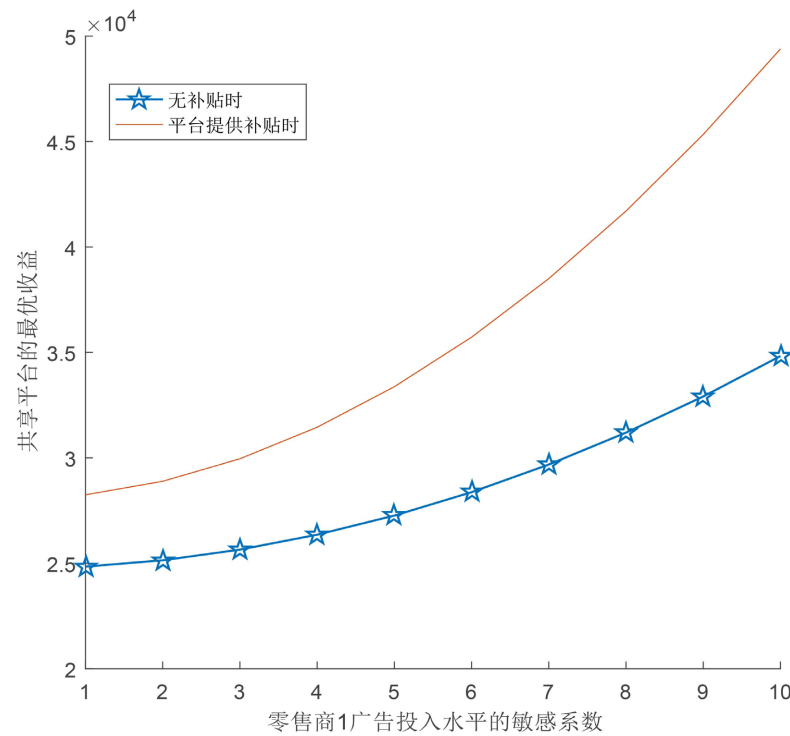


Figure 7. The change of platform optimal revenue with the sensitivity coefficient of retailer 1's advertising investment level

图 7. 平台最优收益随零售商 1 广告投入水平敏感系数的变化

这种合作模式下, 各方之间形成了一种共生逻辑, 即彼此依存、互相支持、共同追求可持续和长久的商业发展。通过供应链的优化和协同, 合作伙伴能够更好地共享资源, 共同应对市场变化和风险挑战。这种共生逻辑的存在, 使得供应链内部的各参与方在利益共享和共同成长的基础上, 不仅能够实现短期的利润提升, 还能够建立起更加紧密和稳固的合作关系。平台也可以进行更多的赋能操作, 帮助参与方敏感系数的提高, 给予其更大的利润空间和激励措施, 可以激发整个价值共创系统更大的投入和积极性, 从而推动整个供应链的协同发展。

## 6. 总结与展望

本文在考虑产品的生产成本、批发价格及佣金外, 将供过于求时产能闲置的成本、供小于求丧失的机会成本以及产能与需求的适配度纳入模型中, 更加符合现实意义; 通过对产能有限以及产能无限的模型均衡结果以及参数灵敏度进行对比分析, 发现平台与中小工厂以及零售商的合作伙伴关系在平台供应链中是合理且有效的。通过平台与中小工厂以及零售商的合作, 可以形成一个协同的供应链网络。平台作为中介和协调者, 能够将订单需求与供应商相连接, 实现供需的匹配, 减少资源浪费和信息不对称。合作伙伴之间可以共享资源、协同经营, 提高供应链的效率和质量, 共同创造更多的价值。这种合作模式能够使合作伙伴获得双赢的商业机会, 通过共同努力和共创价值, 实现持续的商业发展和利润增长。

基于全文, 在未来的研究中, 可以进一步探讨的方向如下:

1) 为了简化模型, 本文并未对平台网络外部效应进行进一步刻画建模, 这些研究将有助于更全面地理解平台供应链的运作和其在整个商业生态系统中的作用。同时, 通过更深入的刻画, 我们可以更好地了解平台供应链的优势和挑战, 并为决策者提供更有针对性的策略建议。

2) 电子商务依托互联网的优势, 改变了传统交易方式, 极大地降低了买卖双方的交易成本, 尤其是推荐算法、搜索算法的引入大大提高了产能与货物匹配。如果想要更进一步改善, 更多的是对用户场景的细分和深挖, 满足用户更多的个性化需求。在多个供需方参与的情况下, 探讨产能与需求的最优匹配, 可以得到更有实践指导的结论。

## 参考文献

- [1] Tan, B., Pan, S.L., Lu, X., *et al.* (2015) The Role of IS Capabilities in the Development of Multi-Sided Platforms: The Digital Ecosystem Strategy of Alibaba. *Com. Journal of the Association for Information Systems*, **16**, Article 2. <https://doi.org/10.17705/1jais.00393>
- [2] Jacobides, M.G., Cennamo, C. and Gawer, A. (2018) Towards a Theory of Ecosystems. *Strategic Management Journal*, **39**, 2255-2276. <https://doi.org/10.1002/smj.2904>
- [3] Adner, R. (2017) Ecosystem as Structure: An Actionable Construct for Strategy. *Journal of Management*, **43**, 39-58. <https://doi.org/10.1177/0149206316678451>
- [4] Rietveld, J. and Schilling, M.A. (2021) Platform Competition: A Systematic and Interdisciplinary Review of the Literature. *Journal of Management*, **47**, 1528-1563. <https://doi.org/10.1177/0149206320969791>
- [5] Chellappa, R.K. and Mukherjee, R. (2021) Platform Preannouncement Strategies: The Strategic Role of Information in Two-Sided Markets Competition. *Management Science*, **67**, 1527-1545. <https://doi.org/10.1287/mnsc.2020.3606>
- [6] Fenwick, M., McCahery, J.A. and Vermeulen, E.P.M. (2019) The End of 'Corporate' Governance: Hello 'Platform' Governance. *European Business Organization Law Review*, **20**, 171-199. <https://doi.org/10.1007/s40804-019-00137-z>
- [7] 蔡宁, 贺锦江, 王节祥. “互联网+”背景下的制度压力与企业创业战略选择——基于滴滴出行平台的案例研究[J]. *中国工业经济*, 2017(3): 174-192.
- [8] Chen, L., Yi, J., Li, S., *et al.* (2022) Platform Governance Design in Platform Ecosystems: Implications for Complementors' Multihoming Decision. *Journal of Management*, **48**, 630-656. <https://doi.org/10.1177/0149206320988337>
- [9] Payne, E.H.M., Peltier, J. and Barger, V.A. (2021) Enhancing the Value Co-Creation Process: Artificial Intelligence and Mobile Banking Service Platforms. *Journal of Research in Interactive Marketing*, **15**, 68-85.

<https://doi.org/10.1108/JRIM-10-2020-0214>

- [10] Fu, W., Wang, Q. and Zhao, X. (2017) The Influence of Platform Service Innovation on Value Co-Creation Activities and the Network Effect. *Journal of Service Management*, **28**, 348-388. <https://doi.org/10.1108/JOSM-10-2015-0347>
- [11] Song, P., Xue, L., Rai, A., *et al.* (2018) The Ecosystem of Software Platform: A Study of Asymmetric Cross-Side Network Effects and Platform Governance. *Mis Quarterly*, **42**, 121-142. <https://doi.org/10.25300/MISQ/2018/13737>
- [12] 汪旭晖, 李晶. 互联网平台型电商企业的在线声誉治理机制: 逻辑理路与实现路径[J]. 当代经济管理, 2023, 45(1): 18-28.



## 附录

推论 3 证明:

$$\begin{aligned}
& E_k^{NMR} - E_k^{ND} \\
&= \frac{\theta_k \left( 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N \tau_j b_{ij} a_{ij} Q_i + Q_k \sum_{j=1}^N (\omega_j - \tau_j - c_j) b_{kj} a_{kj} + J_R N \right)}{2h_{E_k}(\rho + \delta)} - \frac{\theta_k \left[ Q_k \sum_{j=1}^N (\omega_j - \tau_j - c_j) b_{kj} a_{kj} + J_R N \right]}{h_{E_k}(\rho + \delta)} \\
&= \frac{\theta_k \left( 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N \tau_j b_{ij} a_{ij} Q_i + J_{MR}(N+n) + Q_k \sum_{j=1}^N (\omega_j - \tau_j - c_j) b_{kj} a_{kj} + J_R N \right)}{2h_{E_k}(\rho + \delta)} \\
&\quad - \frac{\theta_k \left[ Q_k \sum_{j=1}^N (\omega_j - \tau_j - c_j) b_{kj} a_{kj} + J_R N \right]}{h_{E_k}(\rho + \delta)} \\
&= \frac{\theta_k \left[ Q_k \sum_{j=1}^N (\omega_j - \tau_j - c_j) b_{kj} a_{kj} + J_R N \right]}{h_{E_k}(\rho + \delta)} \times \left( \frac{1}{1 - \mu_{M_k}^{NMR}} - 1 \right) \\
& A_l^{NMR} - A_l^{ND} \\
&= \frac{\eta_l \left( 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N \tau_j b_{ij} a_{ij} Q_i + 2(p_l - \omega_l) \sum_{i=1}^n b_{ij} a_{ij} Q_i + J_M n \right)}{2h_{A_l}(\rho + \delta)} - \frac{\eta_l \left[ 2(p_l - \omega_l) \sum_{i=1}^n b_{ij} a_{ij} Q_i + J_M n \right]}{h_{A_l}(\rho + \delta)} \\
&= \frac{\eta_l \left[ 2(p_l - \omega_l) \sum_{i=1}^n b_{ij} a_{ij} Q_i + J_M n \right] \left\{ 2 \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N \tau_j b_{ij} a_{ij} Q_i + J_{MR}(N+n) \right] + 2(p_l - \omega_l) \sum_{i=1}^n b_{ij} a_{ij} Q_i + J_M n \right\}}{2 \left[ 2(p_l - \omega_l) \sum_{i=1}^n b_{ij} a_{ij} Q_i + J_M n \right] h_{A_l}(\rho + \delta)} \\
&\quad - \frac{\eta_l \left[ 2(p_l - \omega_l) \sum_{i=1}^n b_{ij} a_{ij} Q_i + J_M n \right]}{h_{A_l}(\rho + \delta)} \\
&= \frac{\eta_l \left[ 2(p_l - \omega_l) \sum_{i=1}^n b_{ij} a_{ij} Q_i + J_M n \right]}{h_{A_l}(\rho + \delta)} \times \left( \frac{1}{1 - \mu_{R_l}^{NMR}} - 1 \right)
\end{aligned}$$

因为  $\mu_{M_k}^{NMR}$  和  $\mu_{R_l}^{NMR}$ , 分别为平台承担共享工厂和零售商为维护平台信誉而付出的努力承担的比例,

$\mu_{M_k}^{NMR}$  和  $\mu_{R_l}^{NMR}$  均介于 0 和 1 之间,  $\left( \frac{1}{1 - \mu_{M_k}^{NMR}} - 1 \right)$  和  $\left( \frac{1}{1 - \mu_{R_l}^{NMR}} - 1 \right)$  均大于 0, 推论 3 得证。

推论 4 证明:

$$\begin{aligned}
& V_{M_k}^{NMR} - V_{M_k}^{ND} \\
&= x_{2k}^{NMR} - x_{2k}^{ND} = \frac{x_{1k}^{ND}}{\rho} \left[ \sum_{i=1}^n \frac{\theta_i^2 x_{1i}^{ND}}{h_{E_i}(1 - \mu_{M_i}^{NMR})} + \sum_{j=1}^N \frac{\eta_j^2 y_{1j}^{ND}}{h_{A_j}(1 - \mu_{R_j}^{NMR})} + \frac{\gamma^2 z_1}{h_S} \right] \\
&\quad - \frac{\theta_k^2 x_{1k}^2}{2\rho(1 - \mu_{M_k}^{NMR})h_{E_k}} - \frac{x_{1k}^{ND}}{\rho} \left( \sum_{i=1}^n \frac{\theta_i^2 x_{1i}}{h_{E_i}} + \sum_{i=1}^n \frac{\eta_j^2 y_{1j}}{h_{A_j}} + \frac{\gamma^2 z_1}{h_S} \right) + \frac{\theta_k^2 x_{1k}^2}{2\rho h_{E_i}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{x_{1k}^{ND}}{\rho} \sum_{i=1}^n \frac{\theta_i^2 x_{1i}^{ND}}{h_{E_i}} \left( \frac{1}{1-\mu_{M_i}^{NMR}} - 1 \right) - \frac{\theta_k^2 x_{1k}^2}{2\rho h_{E_k}} \left( \frac{1}{(1-\mu_{M_k}^{NMR})} - 1 \right) + \frac{x_{1k}^{ND}}{\rho} \sum_{i=1}^n \frac{\eta_j^2 y_{1j}^{ND}}{h_{A_j}} \left( \frac{1}{1-\mu_{R_j}^{NMR}} - 1 \right) \\
 &= \frac{x_{1k}^{ND}}{\rho} \sum_{i=1, i \neq k}^n \frac{\theta_i^2 x_{1i}^{ND}}{h_{E_i}} \left( \frac{1}{1-\mu_{M_i}^{NMR}} - 1 \right) + \frac{\theta_k^2 x_{1k}^2}{2\rho h_{E_k}} \left( \frac{1}{(1-\mu_{M_k}^{NMR})} - 1 \right) + \frac{x_{1k}^{ND}}{\rho} \sum_{i=1}^n \frac{\eta_j^2 y_{1j}^{ND}}{h_{A_j}} \left( \frac{1}{1-\mu_{R_j}^{NMR}} - 1 \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &V_{R_l}^{NMR} - V_{R_l}^{ND} \\
 &= \frac{y_{1l}^{ND}}{\rho} \left[ \sum_{i=1}^n \frac{\theta_i^2 x_{1i}}{h_{E_i} (1-\mu_{M_i}^{NMR})} + \sum_{j=1}^N \frac{\eta_j^2 y_{1j}}{h_{A_j} (1-\mu_{R_j}^{NMR})} + \frac{\gamma^2 z_1}{h_s} \right] - \frac{D_l (p_l - \omega_l)}{\rho} - \frac{\eta_{1l}^2 y_{1l}^2}{2\rho (1-\mu_{R_l}^{NMR}) h_{A_k}} \\
 &\quad - \frac{y_{1l}^{ND}}{\rho} \left( \sum_{i=1}^n \frac{\theta_i^2 x_{1i}}{h_{E_i}} + \sum_{i=1}^n \frac{\eta_j^2 y_{1j}}{h_{A_j}} + \frac{\gamma^2 z_1}{h_s} \right) + \frac{D_l (p_l - \omega_l)}{\rho} + \frac{\eta_{1l}^2 y_{1l}^2}{2\rho h_{A_l}} \\
 &= \frac{y_{1l}^{ND}}{\rho} \left[ \sum_{i=1}^n \frac{\theta_i^2 x_{1i}}{h_{E_i}} \left( \frac{1}{1-\mu_{M_i}^{NMR}} - 1 \right) \right] + \frac{y_{1l}^{ND}}{\rho} \left[ \sum_{j=1}^N \frac{\eta_j^2 y_{1j}}{h_{A_j}} \left( \frac{1}{1-\mu_{R_j}^{NMR}} - 1 \right) \right] - \frac{\eta_{1l}^2 y_{1l}^2}{2\rho h_{A_l}} \left( \frac{1}{1-\mu_{R_l}^{NMR}} - 1 \right) \\
 &= \frac{y_{1l}^{ND}}{\rho} \left[ \sum_{i=1}^n \frac{\theta_i^2 x_{1i}}{h_{E_i}} \left( \frac{1}{1-\mu_{M_i}^{NMR}} - 1 \right) \right] + \frac{y_{1l}^{ND}}{\rho} \left[ \sum_{j=1, j \neq l}^N \frac{\eta_j^2 y_{1j}}{h_{A_j}} \left( \frac{1}{1-\mu_{R_j}^{NMR}} - 1 \right) \right] + \frac{\eta_{1l}^2 y_{1l}^2}{2\rho h_{A_l}} \left( \frac{1}{1-\mu_{R_l}^{NMR}} - 1 \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &V_P^{NMR} - V_P^{ND} = z_2^{MR} - z_2^{ND} \\
 &= \frac{z_1^{ND}}{\rho} \left[ \sum_{i=1}^n \frac{\theta_k^2 x_{1i}}{h_{E_i} (1-\mu_{M_i}^{NMR})} + \sum_{j=1}^N \frac{\eta_j^2 y_{1j}}{h_{A_j} (1-\mu_{R_j}^{NMR})} \right] + \frac{\gamma^2 z_1^{ND^2}}{2\rho h_s} \\
 &\quad - \frac{1}{2\rho} \left( \sum_{i=1}^n \frac{\mu_{M_i}^{NMR} \theta_k^2 x_{1i}^2}{(1-\mu_{M_i}^{NMR})^2 h_{E_i}} + \sum_{j=1}^N \frac{\mu_{R_j}^{NMR} \eta_j^2 y_{1j}^2}{(1-\mu_{R_j}^{NMR})^2 h_{A_j}} \right) \\
 &\quad - \frac{\gamma^2 z_1^{ND^2}}{2\rho h_s} - \frac{z_1^{ND}}{\rho} \left( \sum_{i=1}^n \frac{\theta_i^2 x_{1i}}{h_{E_i}} + \sum_{i=1}^n \frac{\eta_j^2 y_{1j}}{h_{A_j}} \right) \\
 &= \frac{z_1^{ND}}{\rho} \left[ \sum_{i=1}^n \frac{\theta_k^2 x_{1i}}{h_{E_i}} \left( \frac{1}{1-\mu_{M_i}^{NMR}} - 1 \right) \right] + \frac{z_1^{ND}}{\rho} \left[ \sum_{j=1}^N \frac{\eta_j^2 y_{1j}}{h_{A_j}} \left( \frac{1}{1-\mu_{R_j}^{NMR}} - 1 \right) \right] \\
 &\quad - \frac{1}{2\rho} \left( \sum_{i=1}^n \frac{\mu_{M_i}^{NMR} \theta_k^2 x_{1i}^2}{(1-\mu_{M_i}^{NMR})^2 h_{E_i}} + \sum_{j=1}^N \frac{\mu_{R_j}^{NMR} \eta_j^2 y_{1j}^2}{(1-\mu_{R_j}^{NMR})^2 h_{A_j}} \right) \\
 &= \frac{1}{2\rho} \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\theta_k^2 \left[ 2x_{1i} z_1^{ND} \left( \frac{1}{1-\mu_{M_i}^{NMR}} - 1 \right) - \frac{\mu_{M_i}^{NMR} x_{1i}^2}{(1-\mu_{M_i}^{NMR})^2} \right]}{h_{E_i}} + \sum_{j=1}^N \frac{\eta_j^2 \left[ y_{1j} z_1^{ND} \left( \frac{1}{1-\mu_{R_j}^{NMR}} - 1 \right) - \frac{\mu_{R_j}^{NMR} y_{1j}^2}{(1-\mu_{R_j}^{NMR})^2} \right]}{h_{A_j}} \right\} \\
 &= \frac{1}{8\rho} \left[ \sum_{i=1}^n (z_1^{ND} - x_{1i})^2 + \sum_{j=1}^N (z_1^{ND} - x_{1j})^2 \right]
 \end{aligned}$$

推论 4 得证。