

金属/绝缘层/半导体纳米结构内电子传输的光电子模型的构建

于泽鑫, 王加勇

苏州工业职业技术学院机电工程系, 江苏 苏州

收稿日期: 2023年11月28日; 录用日期: 2024年1月23日; 发布日期: 2024年1月31日

摘要

基于金属/半导体纳米器件内的电子悖向运动且迁移路径复杂的问题, 绝缘层被引入成为“单向壁垒”促使热电子单向隧穿且阻隔光生电子的传递。为有效表征局域表面等离子共振效应的产生和激发出的热电子的单向隧穿, 该文基于传统的漂移-扩散方程, 解析半导体-光电子物理场的耦合过程, 结合Wentzel-Kramers-Brillouin隧穿条件, 建立电子隧穿的载流子浓度方程组, 为界面电荷传输的新型可视化表征方法的提出奠定了理论基础。

关键词

数学物理模型, 电子传输, COMSOL Multiphysics, 金属/半导体界面

Construction of Photoelectron Models for Electron Transfer within Metal/Insulating Layer/Semiconductor Nanostructures

Zexin Yu, Jiayong Wang

Department of Mechanical & Electrical Engineering, Suzhou Vocational Institute of Industrial Technology, Suzhou Jiangsu

Received: Nov. 28th, 2023; accepted: Jan. 23rd, 2024; published: Jan. 31st, 2024

Abstract

Based on the problem that electrons in the metal/semiconductor nanodevice move in opposite directions and the migration path is complex, the insulating layer is introduced as a “unidirection-

al barrier” to facilitate the unidirectional tunneling of hot electrons and block the transfer of photo-generated electrons. To effectively characterize the generation of localized surface plasmon resonance effect and the unidirectional tunneling of excited hot electrons, based on the traditional drift-diffusion equation, the coupling process of semiconductor-photonic physical field is analyzed. At the same time, the Wentzel-Kramers-Brillouin tunneling condition is combined to establish the carrier concentration equation of electron tunneling, which lays a theoretical foundation for the new visual characterization method of interface charge transport.

Keywords

Mathematical and Physical Model, Electron Transfer, COMSOL Multiphysics, Metal/Semiconductor Interface

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

1960年 Clough 首次引用“有限单元”这一术语,提出一种应用于离散系统的标准求解方法[1]。随后数学计算方法的融入,有限元法吸取了差分法对求解域进行离散处理的启示,又继承了里兹法选择试探函数的合理计算方式。20世纪70年代后,有限元法的发展步入工学领域,其“有限单元”的概念来源于工程上的“直接类比”法,是连续介质问题数值解法中最活跃的分支,也成为各类高精度器件设计和性能分析的可靠依据。

有限元法的核心思想是“离散化”和“分片插值”,以简单逼近复杂。当划分的区域足够小、单元数目足够多时,有限元解收敛于问题的精确解。早期的有限元法的应用集中在各种孤立的物理效应上,但是现实世界的物理现象不会独立依存。随着计算科学的迅速发展,灵巧、简洁、快速的算法和强劲的硬件配置为多物理场耦合打开高速发展的大门。基于有限元法的 COMSOL Multiphysics 软件可针对大型且复杂的工程问题进行高效地求解并快速产生精确的结果[2]。它的特色在于丰富的多物理场耦合,本质上是建模偏微分方程组,任意连接与耦合多物理场方程[3]。

近十年来,金属/半导体复合结构的优化设计与改造是光催化领域的研究热点之一。大量的研究工作聚焦于热电子的迁移和肖特基势垒的协同效应,优化复合结构并提高体系的光催化活性。随着界面热电子运动过程的不断探索,热电子和光生电子的悖向运动和往复循环使得金属/半导体间的界面电子流动过程复杂。D. M. Kolb 课题组报道了一种热电子直接经界面迁移注入到半导体的隧穿迁移途径。金属/半导体界面间的肖特基势垒处于极小的尺度[4],量子隧道无法被忽视,由此电子的自身能量小于势垒高度时依旧贯穿势垒。Elsharif 等[5]对热电子的隧穿给出了形象化的比拟,他们将低能态的热电子比作光波,将势垒比作一堵墙,光波在触碰到墙壁时并不会立即消失,而是穿过墙壁。绝缘层的添加分隔金属和半导体,避免热电子的回流和光生电子的悖向运动,有效调节热电子的单向注入效率。然而,入射光、电磁场、半导体器件等多物理场的交织,亟需借助模拟仿真手段来窥探金属/半导体界面的电子流动过程。当前的模拟集中于稳态局域电场的可视化表征,局域电场的分布和强度展示了复合模型电子产生量情况,但是电场的模拟不能直观地显示电子的迁移轨迹。借助 COMSOL 软件的电场和半导体场耦合,一种新型的直观表示界面电子运动路径的可视化表征方法被提出。然而,实现可视化表征的前提是构建适用于金属/绝缘层/半导体三明治结构的异质界面的光电子传输的数学物理模型。

基于绝缘中间层的引入和单向隧穿电子路径的设想, 本文建立稳态电场和载流子浓度的研究步骤, 每个研究步骤分别求解各自的物理场, 随即将电场的变量输入到载流子浓度场的相应位置, 构建半导体光电子物理场模型, 在此模型的基础上加入绝缘层和隧穿的约束边界条件, 实现单向传输性能。

2. 半导体光电子物理场耦合过程及隧穿传输的边界条件

金属/半导体热电子器件受光照后, 金属内的自由电子“热化”并弛豫, 半导体内的光生电子吸收光子能量从价带跃迁至导带。给与光照条件才能使得自由电子的集体运动和电磁场相互作用产生共振振荡, 才能激发半导体内的带间跃迁。为诠释电子的激发现象, 半导体光电子学-频域接口将波动光学模块与半导体模块串接耦合, 模拟电磁波与半导体间的相互作用。光电子物理场耦合给半导体添加了光跃迁条件, 增强了半导体的受激或自发发生速率, 体现了半导体材料吸收或发射光引起的电磁场增强或损耗。耦合作用使得光场强度从电磁波界面传递到半导体界面的光跃迁特性中, 从而半导体中吸收引起的复折射率或介电函数的变化再次被传回电磁波界面。在模拟中光跃迁条件被添加来体现耦合特性。

2.1. 在光照下半导体内的载流子分布

传播的电磁波随入射方向衰减, 出现振荡电场, 两个量子态之间随之发生跃迁, 相应地产生受激吸收。对于半导体而言, 受激吸收过程表现为价带的一个电子吸收一个光子运动至导带, 促使光的相干吸收。受激发的电子在导带内迅速平衡, 导带的电子产生率 G 可用基于电子费米能级的费米-狄拉克函数[6]来描述:

$$G = \iiint \frac{2\pi}{\hbar} |H^{av}|^2 g(k) f_v(1-f_c) \delta(E_c - E_v - \hbar\omega_0) d^3k \quad (1)$$

式(1)中 $g(k)$ —— k 空间的态密度, 通常取 $1/4\pi^3$ 。

$|H^{av}|$ —— k 空间内电子从受激态到激发态的平均矩阵元;

E_c 和 E_v 可简化 k 形式, 带入式(1)内, 整理可得:

$$G = \iiint \frac{1}{2\pi^2\hbar} |H^{av}|^2 f_v(k)(1-f_c(k)) \delta\left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m_r} + E_g - \hbar\omega_0\right) d^3k \quad (2)$$

将积分变换为球极坐标, 改变积分变量得到:

$$\begin{aligned} G &= \int \frac{1}{2\pi^2\hbar} |H^{av}|^2 f_v(k)(1-f_c(k)) \delta\left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m_r} + E_g - \hbar\omega_0\right) 4\pi k^2 dk \\ &= \int \frac{2}{\pi\hbar} |H^{av}|^2 f_v(k)(1-f_c(k)) \delta\left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m_r} + E_g - \hbar\omega_0\right) \frac{m_r k}{\hbar^2} d\left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m_r}\right) \end{aligned} \quad (3)$$

将式(3)简化为:

$$G = \frac{2\pi}{\hbar} |H^{av}|^2 f_v(1-f_c) g_{red}(\hbar\omega_0) \quad (4)$$

因为受激吸收率与受激自发发射率直接相关, 辐射场的能量在跃迁能量范围内是均匀分布的, 所以给定此情况下受激发射和吸收的现象模型[7], 如下:

$$g^{1 \rightarrow 2} dE = B_{12} n(\hbar\omega) f_v(1-f_c) g_{red}(\hbar\omega) dE \quad (5)$$

$$r^{2 \rightarrow 1} dE = B_{21} n(\hbar\omega) f_c(1-f_v) g_{red}(\hbar\omega) dE \quad (6)$$

其中 E —— 光子能量, $E = \hbar\omega$;

$1 \rightarrow 2$ 是电子从受激态到激发态的吸收过程;
 $2 \rightarrow 1$ 是电子从激发态到受激态的发射过程;
 B_{12} 、 B_{21} ——与半导体材料相关的常数;
 $n(\hbar\omega)$ ——单位体积单位能量的平均光子数($\text{J}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$);
 自发发射率不直接依赖于辐射场, 基于此, 其模型为:

$$r_{\text{spont}}^{2 \rightarrow 1} dE = A_{21} f_C (1 - f_V) g_{\text{red}}(\hbar\omega) dE \quad (7)$$

式(7)中 A_{21} 也是与半导体材料相关的常数。

当半导体与辐射场处于平衡态时, 发射速率与吸收速率也相应达到平衡。在此平衡点下, 受激吸收、受激发射与自发发射速率的关系为:

$$g^{1 \rightarrow 2} = r^{2 \rightarrow 1} + r_{\text{spont}}^{2 \rightarrow 1} \quad (8)$$

$$B_{12} n(\hbar\omega) f_V (1 - f_C) = B_{21} n(\hbar\omega) f_C (1 - f_V) + A_{21} f_C (1 - f_V) \quad (9)$$

设定(5)和(6)中 $E_m = E_{\text{ip}} = E_f$, 将其变换带入式(9)中得到:

$$\frac{B_{12} n(\hbar\omega)}{A_{21} + n(\hbar\omega) B_{21}} = \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) \quad (10)$$

电磁场增强引起的高温使得受激辐射超过自发辐射, $n(\hbar\omega)$ 值变大, 由此 $B_{12} = B_{21}$ 。将其带入式(10)重新整理得到:

$$n(\hbar\omega) = \frac{A_{21}}{B_{12}} \left(\frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) - 1} \right) \quad (11)$$

式(11)与普朗克黑体辐射光谱的形式类似, 类比可得:

$$\frac{A_{21}}{B_{12}} = \frac{n^3 \omega_0^2}{\hbar \pi^2 c^3} \quad (12)$$

通常情况下 $A_{21} = 1/\tau_{\text{spont}}$, c 是光在真空中的速度, 引入系数 C 、频率为 ω_0 的单色线谱对 $g^{1 \rightarrow 2}$ 建立吸收速率模型[8]为:

$$G(E) = C n_E \delta(E - \hbar\omega_0) \quad (13)$$

式(13)中 n_E ——光子能量 E 处的光子密度;

建立分布光谱就需要对一系列线谱求和, 设光子驱动能量为 E' , 光子驱动密度 $n_{E'} = n(E') d(E')$, 求和公式可用积分转换为以下形式:

$$g^{1 \rightarrow 2}(E) = \int n(E') C \delta(E - E') d(E') = C n(E) \quad (14)$$

将式(14)与(5)类比可得:

$$C = \frac{\hbar \pi^2 c^3}{n^3 \omega_0^2 \tau_{\text{spont}}} f_V (1 - f_C) g_{\text{red}}(\hbar\omega) \quad (15)$$

对全部频率下的线谱积分得到总电子产生率为:

$$G = \frac{\hbar\pi^2 c^3 n_E}{n^3 \omega_0^2 \tau_{spn}} f_V (1 - f_C) g_{red} (\hbar\omega_0) \quad (16)$$

类比式(16)和式(4)可得出自发发射寿命与矩阵元的关系:

$$\tau_{spn} = \frac{\hbar\pi c^3 \varepsilon_0 \varepsilon_r' E_0^2}{4n^3 \omega_0^3 |H^{av}|^2} \quad (17)$$

而对于常用的 n 型半导体材料而言, 自发发射寿命为常数, 将电子占有率等公式带入, 整理最终得到:

$$G = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r' E_0^2}{\hbar} \quad (18)$$

当热平衡时, 载流子的复合速率与载流子的产生率相等, 即为:

$$R_n = R_p = -G \quad (19)$$

式(19)中电子与空穴的复合速率的求解采用 Shockley-Read-Hall 模型[9], 定义为:

$$R_n = R_p = \frac{np - n_{i,mod}^2}{\tau_p (n + n_1) + \tau_n (p + p_1)} \quad (20)$$

式(20)中 τ_p 和 τ_n 为空穴与电子的寿命;

$$n_{i,mod} = \gamma_n \gamma_p \sqrt{N_{C0} N_{V0}} \exp\left(-\frac{E_g - \Delta E_g}{2V_{th}}\right) \quad (21)$$

$$n_1 = \gamma_n \sqrt{N_{C0} N_{V0}} \exp\left(-\frac{E_g - \Delta E_g}{2V_{th}}\right) \exp\left(\frac{\Delta E_t}{V_{th}}\right) \quad (22)$$

$$p_1 = \gamma_p \sqrt{N_{C0} N_{V0}} \exp\left(-\frac{E_g - \Delta E_g}{2V_{th}}\right) \exp\left(\frac{\Delta E_t}{V_{th}}\right) \quad (23)$$

$$q \cdot V_{th} = k_B T / q \quad (24)$$

式(21)到(24)中 γ_n 和 γ_p ——电子与空穴的简并度因子;

N_{C0} 和 N_{V0} ——导带与价带的有效态密度;

E_g 和 ΔE_g ——带隙和带隙缩小量;

ΔE_t ——陷阱能级。

2.2. 金属接触边界条件的添加

半导体物理场内的金属接触条件被用于表征金属与半导体接触形成的势垒, 在真空条件下, 此势垒为理想肖特基势垒, 利用 Crowell 和 Sze [10]提出的肖特基接触的简化模型计算。常温下, 半导体材料的载流子浓度分布遵从于经典的 Boltzamn 统计分布, 具有非简并性[11], 更适用于简化模型的算法。

金属球与半导体颗粒的接触视为载流子的点源, 因此电子与空穴对的复合选择为表面复合机制:

$$\mathbf{J}_n \cdot \mathbf{n} = -q\nu_n (n - n_0) \quad (25)$$

$$\mathbf{J}_p \cdot \mathbf{n} = -q\nu_p (p - p_0) \quad (26)$$

式(25)和(26)中 \mathbf{n} ——半导体域的外向法线;

ν_n 和 ν_p —— 半导体内电子和空穴的复合速度;

n_0 和 p_0 —— 准平衡态电子和空穴密度(不改变局域能带结构)。

准平衡态情况下, 金属的费米能级与半导体在边界处的费米能级相等, 由此载流子密度为[12]:

$$n_0 = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_{im}}{k_B T}\right) = N_C \exp\left(-\frac{\Phi_B}{k_B T}\right) \quad (27)$$

$$p_0 = N_V \exp\left(-\frac{E_{im} - E_V}{k_B T}\right) = N_V \exp\left(-\frac{E_g - \Phi_B}{k_B T}\right) \quad (28)$$

2.3. 薄绝缘栅边界条件的添加

薄绝缘栅边界条件被用于建模金属与半导体之间的绝缘层, 绝缘层的厚度极薄时, 电场垂直于金属表面的同时也近似垂直于绝缘层/半导体界面。在此条件下, 绝缘层/半导体界面处的电位移场 \mathbf{D} 可以定义为:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{D} = -\varepsilon_{ins} \varepsilon_0 \frac{V_g - V}{d_{ins}} \quad (29)$$

式(29)中 V_g —— 栅极上的势;

V —— 绝缘层/半导体界面的势;

d_{ins} —— 薄绝缘层厚度;

ε_{ins} —— 薄绝缘体的相对介电函数。

在施加外界偏压 V_0 下的栅极电压为:

$$V_g = -\Phi_m + V_0 - \frac{\Delta E_f}{q} \quad (30)$$

流入薄绝缘栅的电子和空穴的电流必须为零, 因此 Neumann 边界条件[13]被应用:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{J}_n = 0 \quad (31)$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{J}_p = 0 \quad (32)$$

2.4. Wentzel-Kramers-Brillouin 隧穿方程

金属/半导体异质结界面的电荷流动采用热电子发射模型来表征[14], 目的是维持异质结面的电荷连续性。当电子不被约束任意流动时, 穿过金属/半导体异质结的电流为:

$$\mathbf{n}_m \cdot \mathbf{J}_{nm} = -q \left(\nu_{nm} n_m e^{-|E_{fs} - E_c|/(k_B T)} - \nu_{ns} n_s \right) \quad (33)$$

$$\mathbf{n}_m \cdot \mathbf{J}_{pm} = -q \left(\nu_{pm} p_m e^{-|E_{fs} - E_v|/(k_B T)} - \nu_{ns} n_s \right) \quad (34)$$

$$\mathbf{n}_s \cdot \mathbf{J}_{ns} = -\mathbf{n}_m \cdot \mathbf{J}_{nm} \quad (35)$$

$$\mathbf{n}_s \cdot \mathbf{J}_{ps} = -\mathbf{n}_m \cdot \mathbf{J}_{pm} \quad (36)$$

式(33)到(36)中 $\mathbf{n}_m \cdot \mathbf{J}_{nm}$ —— 金属内的外法向电子电流;

$\mathbf{n}_s \cdot \mathbf{J}_{ns}$ —— 远离半导体的外法向电子电流;

ν_{nm} 和 ν_{pm} —— 金属的电子与空穴的复合速度;

ν_{ns} 和 ν_{ps} —— 半导体的电子与空穴的复合速度。

金属/半导体异质结构内的电子与空穴的复合速度被定义为:

$$v_{nm} = \frac{A_{nm}^* T^2}{qN_m} \quad (37)$$

$$v_{ns} = \frac{A_{ns}^* T^2}{qN_C} \quad (38)$$

$$v_{pm} = \frac{A_{pm}^* T^2}{qN_m} \quad (39)$$

$$v_{ps} = \frac{A_{ps}^* T^2}{qN_V} \quad (40)$$

式(37)到(38)中有效 Richardson's 系数给出如下:

$$A_{nm}^* = \frac{4\pi m_{em}^* k_B^2}{h^3} q \quad (41)$$

$$A_{ns}^* = \frac{4\pi m_{es}^* k_B^2}{h^3} q \quad (42)$$

$$A_{pm}^* = \frac{4\pi m_{hm}^* k_B^2}{h^3} q \quad (43)$$

$$A_{ps}^* = \frac{4\pi m_{hs}^* k_B^2}{h^3} q \quad (44)$$

式(41)至式(44)中 m_{em} ——金属内电子的质量;

m_{hm} ——金属内空穴的质量;

m_{es} ——半导体内电子的质量;

m_{hs} ——半导体内空穴的质量。

金属向半导体传递热电子的方式分为两种: 电子隧穿和越过势垒。对于金属/绝缘层/半导体三明治结构, 加入中间绝缘层的目的是为热电子搭建隧穿通道, 因此在模拟中越过势垒这一迁移方式被略去, 假设在中间界面的电子传递方式为隧穿。当载流子的能垒厚度等于或小于衰减长度时, 量子隧穿效应将发挥重要作用。通过引入 Wentzel-Kramers-Brillouin (WKB) 隧道模型来模拟异质结或肖特基接触的边界条件, 形象化表征异质结构界面的隧穿行为。WKB 模型适用于计算任意形状势垒的晶界隧穿电流, 考虑的是隧穿电子的动能近似接近于势垒顶部[15]。WKB 近似假设提出隧穿电流会向热离子电流增加一个分数因子 δ [16], 应用于金属/半导体模型内, 金属表示为材料 1, 半导体表示为材料 2, 在式(33)和式(34)给出的电子与空穴电流密度中引入额外的 δ , 即量子隧穿注入半导体的电子与空穴电流密度近似于:

$$n'_1 \cdot J'_{n1} = n_m \cdot J_{nm} / (1 + \delta) \quad (45)$$

$$n'_1 \cdot J'_{p1} = n_m \cdot J_{pm} / (1 + \delta) \quad (46)$$

$$-n'_1 \cdot J'_{n1} = n'_2 \cdot J'_{n2} \quad (47)$$

$$-n'_1 \cdot J'_{p1} = n'_2 \cdot J'_{p2} \quad (48)$$

这其中分数因子 δ 被定义为:

$$\delta = \frac{q}{k_B T} e^{\frac{qV_{max}}{k_B T}} \int_{V_{min}}^{V_{max}} e^{-\frac{qV_x}{k_B T}} e^{-\frac{4\pi}{h} \int_1^2 \sqrt{\max(0, 2m(E_b - qV_x))} dl} dV_x \quad (49)$$

式(49)中 l ——电场线;

V_x ——能量轴 X ;

h ——普朗克常数;

$\int_1^2 \dots dl$ ——在选择的势垒域中两个相反边界 1 和 2 之间的电场线的线积分。

能量积分的限制条件给出如下:

$$V_{\min} = \max(E_{b1}, E_{b2})/q \quad (50)$$

$$V_{\max} = \max(E_b)/q \quad (51)$$

式(50)中 E_{b1} 和 E_{b2} ——跨过势垒的两个相反边界 1 和 2 处的电场 E_b 值, 1 和 2 间通过电场线连接, 在选择的势垒域外计算。

在势垒的域选择范围内取式(51)的最大函数, 势垒变量 E_b 为:

$$E_b = \begin{cases} E_C & \text{electrons} \\ -E_V & \text{holes} \end{cases} \quad (52)$$

3. 结论

可视化金属/半导体界面的电子迁移的表征体系的建立, 可改良表征电子生成、聚集和运动的模拟手段的单一性。可视化表征体系建立的前提是厘清独立的物理场间的相互连接和作用。本文基于 COMSOL 软件的多物理场特性, 耦合电磁场和半导体, 将入射光连结致使半导体内光跃迁行为发生, 对基于 COMSOL 软件中波动光学模块、半导体模块的基础性麦克斯韦方程、漂移-扩散方程, 代入金属接触和薄绝缘栅等边界条件, 以此推导适用于金属/半导体模型和多物理场耦合条件下的偏微分方程组, 建立电场强度、载流子浓度的数学物理模型。

基金项目

江苏省高等学校基础科学(自然科学)研究重大项目(项目编号: 22KJA460008)。

参考文献

- [1] Clough, R.W. (1960) The Finite Element Method in Plane Stress Analysis. *2nd Conference on Electronic Computation*, Pittsburg, 1960, 345-378.
- [2] Zimmerman, W.B.J. COMSOL Multiphysics 有限元法多物理场建模与分析[M]. 北京: 人民交通出版社, 2007.
- [3] 李淑君, 王惠泉, 赵文玉, 等. 基于 COMSOL 多物理场耦合仿真建模方法研究[J]. 机械工程与自动化, 2014(4): 19-23.
- [4] Kolb, D.M., Przasnyski, M. and Gerischer, H. (1974) Optical Interfacial Electron-Transfer between Metal Adatoms and a Semiconductor Electrode. *Zeitschrift Fur Physikalische Chemie-Frankfurt*, **93**, 1-14. <https://doi.org/10.1524/zpch.1974.93.1-6.001>
- [5] Elsharif, A.M. (2018) The Effect of the Electron Tunneling on the Photoelectric Hot Electrons Generation in Metallic-Semiconductor Nanostructures. *Chemical Physics Letters*, **691**, 224-230. <https://doi.org/10.1016/j.cplett.2017.11.004>
- [6] Rossani, A. (2018) Generation-Recombination Models in the Matrix Kinetic Approach to Spintronics. *Journal of Computational and Theoretical Transport*, **47**, 28-45. <https://doi.org/10.1080/23324309.2017.1419976>
- [7] Landé, A. (1926) Zur Quantentheorie der Strahlung. *Physikalische Zeitschrift*, **35**, 317-322. <https://doi.org/10.1007/BF01380146>
- [8] Yariv, A. (2007) Photonics: Optical Electronics in Modern Communications. 6th Edition, Oxford University Press, New York.
- [9] Knezevic-Miljanovic, J. (2013) On a Shockley-Read-Hall Model for Semiconductors. *Theoretical and Applied Mechanics*, **40**, 65-70. <https://doi.org/10.2298/TAM1301065K>

-
- [10] Kelly, K.L., Coronado, E., Zhao, L.L., *et al.* (2003) The Optical Properties of Metal Nanoparticles: The Influence of Size, Shape, and Dielectric Environment. *Journal of Physical Chemistry B*, **107**, 668-677. <https://doi.org/10.1021/jp026731y>
- [11] Peiris, S., Mcmurtrie, J. and Zhu, H.Y. (2016) Metal Nanoparticle Photocatalysts: Emerging Processes for Green Organic Synthesis. *Catalysis Science & Technology*, **6**, 320-338. <https://doi.org/10.1039/C5CY02048D>
- [12] Ritchie, R.H. (1957) Plasma Losses by Fast Electrons in Thin-Films. *Physical Review*, **106**, 874-881. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.106.874>
- [13] Yang, K., East, J.R. and Haddad, G.I. (1993) Numerical Modeling of Abrupt Heterojunctions Using a Thermionic-Field Emission Boundary Condition. *Solid-State Electronics*, **36**, 321-330. [https://doi.org/10.1016/0038-1101\(93\)90083-3](https://doi.org/10.1016/0038-1101(93)90083-3)
- [14] Okuto, Y. and Crowell, C.R. (1975) Threshold Energy Effect on Avalanche Breakdown Voltage in Semiconductor Junctions. *Solid State Electronics*, **18**, 161-168. [https://doi.org/10.1016/0038-1101\(75\)90099-4](https://doi.org/10.1016/0038-1101(75)90099-4)
- [15] Nguyen, V.H. *et al.* (2018) Electron Tunneling through Grain Boundaries in Transparent Conductive Oxides and Implications for Electrical Conductivity: The Case of ZnO: Al Thin Films. *Materials Horizons*, **5**, 715-726. <https://doi.org/10.1039/C8MH00402A>
- [16] Duke, C.B. and Lambe, J. (1973) Tunneling in Solids. *Physics Today*, **26**, 63-64. <https://doi.org/10.1063/1.3128102>