

The Research Progress of Acoustic Metamaterials

Hongxing Liu, Jiuhui Wu, Siwen Zhang, Li Shen

School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an
Email: ejhwu@mail.xjtu.edu.cn, ppliuhx@163.com, siwn1985@163.com

Received: Mar. 22nd, 2013; revised: Mar. 27th, 2013; accepted: Apr. 24th, 2013

Copyright © 2013 Hongxing Liu et al. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Abstract: Acoustic metamaterials are artificially fabricated materials. Because their structural unit sizes are smaller than the acoustic wavelength, they exhibit exotic characteristics beyond those found in nature, which expand acoustic materials and their application fields. In this article, the main advances in the research of acoustic metamaterials are reviewed, including the realization of negative effective acoustic parameters which provide possibilities to research the special nature of the acoustics. An overview is given for the development of the acoustic cloak, and discusses the possible development of acoustic metamaterials.

Keywords: Acoustic Metamaterials; Effective Mass Density; Effective Modulus; Local Resonance

声学超材料研究进展

刘红星, 吴九汇, 张思文, 沈礼

西安交通大学机械工程学院, 西安
Email: ejhwu@mail.xjtu.edu.cn, ppliuhx@163.com, siwn1985@163.com

收稿日期: 2013年3月22日; 修回日期: 2013年3月27日; 录用日期: 2013年4月24日

摘要: 声学超材料是人工制造的一种复合结构。由于它结构尺寸单元远小于声波波长, 具有很多自然材料所不具备的特殊性质, 极大地扩展了声学材料的内涵及其应用领域。文章介绍了近年来声学超材料的主要研究进展, 包括负等效声学参数(负等效质量密度及负等效模量)超材料及隐身超材料的实现方法及思路, 并对声学超材料的研究做了总结和展望。

关键词: 声学超材料; 等效质量密度; 等效模量; 局域共振

1. 引言

近 20 年来, 电磁波, 弹性波已成为热点研究问题^[1,2]。为了更好的利用这些波的特性, 人们对于传输材料进行着广泛的研究。1968 年, 前苏联理论物理学家 Veselago 首次提出了超材料(左手材料)的概念, 该材料磁导率和介电常数都为负, 当电磁波在其中传播时, 具有反常多普勒效应, 负折射等^[3]。其中负折射率是指电磁波通过超材料发生折射时, 入射能流和折射能流在法线的同侧, 和自然材料在法线异侧有明显

不同。然而, 当时对于这种特殊材料只是一个理论概念, 直到 20 世纪末期, 英国帝国理工大学 J. Pendry 利用 2 个开口的薄铜环相套形成的微结构单元, 才设计出了具有负磁导率和负介电常数的超材料^[1,4,5]。这种新型超材料的人工实现, 极大地推进了电磁波、材料学领域, 也使得超材料成为热点问题。

超材料这种人工结构和普通自然材料有显著的区别, 它的结构为亚波长尺寸, 即其结构尺寸远小于波长尺寸。这种特点使得波在超材料中传播时, 无法

分辨它的结构，可将超材料视为均匀介质，并利用等效参数(等效介电常数，等效质量密度等)来进行描述^[6]。

声学超材料和电磁超材料相对应，是指具有负等效质量密度和负等效模量的人工亚波长结构。它能够实现声波的负折射，声聚焦，超透镜，隐身等许多新奇特性^[7]。2000年，Liu等人通过研究局域共振声子晶体，首次实现了声学超材料^[8]。该局域共振理论实现了比声子晶体布拉格散射机理频率低两个数量级的人工带隙，而该带隙所对应的声学等效参数——等效质量密度为负^[9]。声学超材料发展十余年，吸引了大量物理学、材料学等学科的学者，已经从实现单一负等效质量密度或负等效模量，到同时具备负等效质量密度和负等效模量材料，成为人工结构研究领域不可缺少的一部分。

本文第2节首先对负等效质量密度超材料进行分析和总结，在出现偶极共振时，会产生负等效质量密度；第3节介绍了负等效模量超材料，在出现单极共振时，会产生负等效模量；第4节在前两节的基础上，介绍同时具有负等效质量密度和负等效模量的超材料结构；第5节结合超材料等效参数，介绍了目前非常热门的声隐身材料，并对相关实例进行简单介绍。全文从超材料的等效参数入手，介绍了近年来，声学超材料的研究进展状况，并对其发展做了一定的展望。

2. 负等效质量密度超材料

为了分析等效负质量密度的产生，我们从一维二组元结构进行讨论，如图1所示。其中组元1为质量为 m 的质量块，组元2为质量为 M 的基体，组元1和2靠弹簧连接。

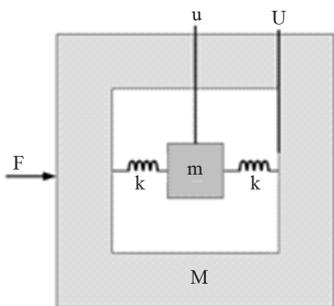


Figure 1. The physical model of a type of acoustic metamaterials
图1. 一维二组元超材料单元结构

当该系统处于静态时，该结构的等效质量密度 $\rho_{eff} = fD_1 + (1-f)D_2$ ，其中 D_1 、 D_2 分别代表组元1和组元2的静态质量密度， f 为组元1占整体的比例。当该系统在外部激励的作用下，若组元1和2仍然能够保持一致运动，那么它的等效质量密度等于静态质量密度。然而，当组元1和2运动步调不能保持一致，甚至相反是，它的等效质量密度将发生变化，可能出现负值。

在频率为 ω 外力 F 的作用下，组元1的位移为 u ，组元的运动位移为 U 。

对组元1应用胡克定律和牛顿第二定律可得

$$2k(U-u) = (-i\omega)^2 mu \quad (1a)$$

$$u = \frac{2k}{2k - m\omega^2} U \quad (1b)$$

再对整个单元应用牛顿第二定律可得

$$F - 2k(U-u) = (-i\omega)^2 (M_0)U \quad (2a)$$

其中 $M_0 = M + m$ 。

$$F = (-i\omega)^2 M_0 U + 2k(U-u) \quad (2b)$$

$$= (-i\omega)^2 (M_0 U + mu)$$

$$\rho_{eff} = \frac{M_0}{V} + m \frac{u}{UV} = \frac{M_0}{V} + \frac{m}{V} \frac{1}{1 - (\omega^2/\omega_0^2)} \quad (3)$$

其中 V 为单元总体积， $\omega_0^2 = 2k/m$ 。

从方程(3)可以看出，当 ω 大于 ω_0 时，即有可能出现负等效质量密度，如图2所示。

通过对一维二组元结构的分析，可以看出，等效负质量密度在质量块和基体运动失谐条件下就可能

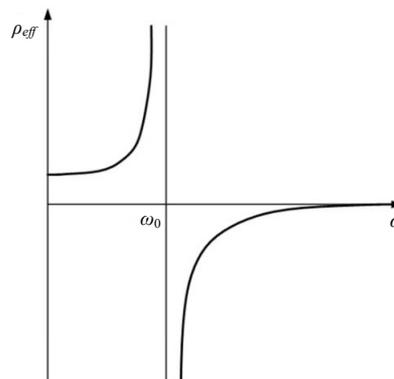


Figure 2. Dynamic effective mass density for one unit cell of the local resonant sonic material
图2. 动态质量密度频率变化曲线

实现。

2.1. 局域共振型超材料

2000年, Liu等人应用局域共振型声子晶体结构实现了等效负质量密度,把普通的声子晶体带隙频率降低了两个数量级,突破了布拉格带隙与结构特征长度匹配的限制,实现了小尺寸控制大波长的目的,这为声子晶体低频特性研究开辟了新的道路和方法。他们是通过引入局部共振单元,在低频处实现等效负质量密度。如图3所示,将用硅橡胶包裹的铅块,按立方晶格结构嵌入到环氧树脂的基体中,此时铅块充当质量块,硅橡胶起到弹簧的作用,环氧树脂作为基体。在低频处,就会出现铅块和基体运动失谐的情况,产生了负等效质量密度,同时由于铅块运动能吸收声波所传递的能量而在低频处产生禁带^[8]。

2.2. 薄膜型超材料

为了获得更低的带隙,及在实验上容易获得等效负质量,2008年, Yang等制作出了薄膜型等效负质量密度超材料,结构单元如图4(a)所示^[10]。在圆形弹性薄膜上固定质量块,并将薄膜固定在骨架上。该薄膜超材料在200~300 Hz的频率范围内,都能形成等效负质量密度,如图4(b)所示。

当声波垂直于薄膜平面入射时,只要入射频率和质量块在薄膜上的共振频率相匹配,就能够使得声波被完全反射,而不能透过。因此可以通过调整质量块和薄膜的弹性模量,就可以调整等效负质量密度出现的频率,实现对某个较窄频段声波的衰减。然而,由于质量块的共振频率为单一频率,要想实现宽频的降噪,可根据条件设计多层的薄膜材料来共同实现。

薄膜型超材料能够在200~300 Hz的频率范围内

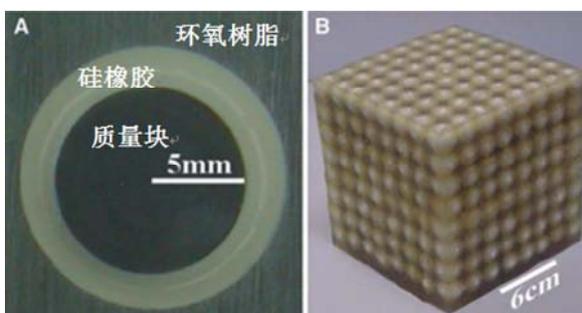
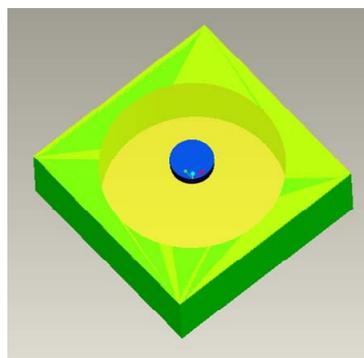
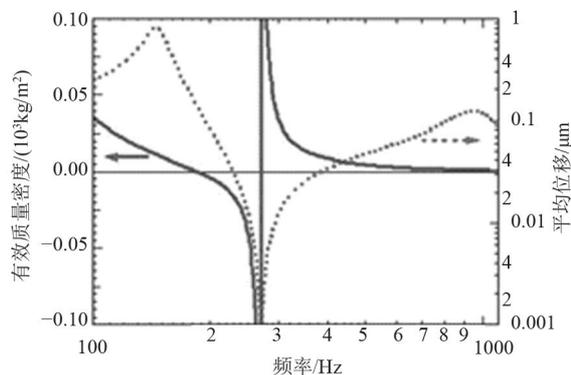


Figure 3. The structure of locally resonant sonic materials^[8]
图3. 局域共振声子晶体结构^[8]



(a)



(b)

Figure 4. (a) Typical sample structure of the membrane-type acoustic metamaterial; (b) The effective dynamic mass of the membrane-type acoustic metamaterial^[11]

图4. (a) 薄膜型超材料结构单元; (b) 计算得到有效质量密度^[11]

有效地衰减声波。而根据已有的质量定律,降低这个频段的声波所要求结构的尺寸及质量要远大于薄膜型超材料,实现了声波在亚波长尺度的衰减^[11]。

2012年, Mei等人将0.2 mm厚的矩形薄膜固定在刚性方格上,并在膜上固定多块半圆形的小板,形成的薄膜超材料的结构^[12]如图5(a)所示。由于结构的多重共振,在多个共振频率附近弯曲波能量都被结构所吸收。通过实验测试证明,这样的薄膜超材料在100~1000 Hz的低频范围具有优越的吸声特性,如图5(b)的吸声系数曲线所示。

无论局域共振型还是薄膜型超材料都是利用偶极共振原理,使得超材料的共振频率和声波频率相匹配实现负等效质量密度,达到降低噪声的目的^[9]。这两种声学超材料对于整体结构中单元排列方式等要求并不像布拉格散射声子晶体结构要求那么严格,而是更多强调了结构单元的设计。这两种声学超材料都能够实现声波在亚波长尺度衰减的目的,突破了质量定律的限制,对于低频降噪有着非常重要的意义。

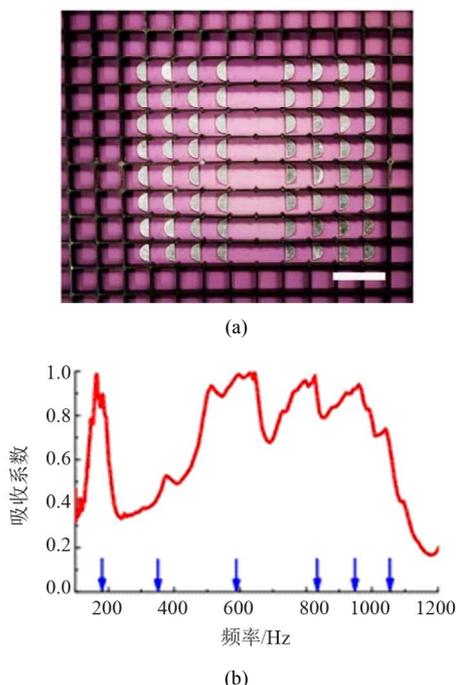


Figure 5. (a) The sample of the dark acoustic metamaterials; (b) The measured absorption coefficient^[12]
 图 5. (a) 矩形薄膜超材料结构样品; (b) 吸收特性^[12]

3. 负等效模量超材料

材料的弹性模量和质量密度一样对声波的传播有着决定性作用，它指的是外界施力作用下材料的变形。

为了分析负等效模量的产生，可采用一维弹簧质量系统进行分析，如图 6 所示。其中各弹簧端点采用销钉连接，保持点 A, B, C 在水平直线上，劲度系数为 k_2 和 k_1 的两弹簧夹角为 α ，圆盘的转动惯量为 I ^[13]。通过计算可以得出

$$k_{\text{eff}} = \frac{k_1}{2} + \frac{k_2(\cos \alpha)^2}{2} \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \right) \quad (4)$$

其中转动共振频率 $\omega_0 = \sqrt{2k_2 R^2 / I}$ 。

可以看出，在静态下，材料的弹性模量一直为正值。然而，在动态力的作用下，只要施加力的频率和材料的结构相匹配，就可能出现负等效模量。

当入射声场小于材料结构散射所引起的散射声场时，单元体积变化与动态声压变化反相，使得材料表现出负等效模量。因此，具有局部单级共振单元才能实现负等效模量。目前为止，通过大量的实验，可在主流体通道上采用较多周期排列亥姆赫兹共鸣器

作为支路来实现负等效模量^[14]，这种结构对材料本身的要求较小，而对几何尺寸有了比较严格的要求。

2006 年，美国伊利诺伊大学香槟分校的 Fang 等利用亥姆赫兹共鸣器一维阵列，实现了负等效模量^[15]，如图 7 所示。在波导管的一端用声源作为激励信号，激发了亥姆赫兹共鸣器的短管处的气流运动，当激励信号的频率接近亥姆赫兹共鸣器的共振频率时，负等效模量就会产生。负等效模量的产生实际上是由于亥姆赫兹共鸣器短管处的声波运动与外界提供的声波的声压场反相所导致的。

材料的负等效模量类似于负等效质量密度，它们都是材料的动态特性，在静态情况下不能为负。同时，负等效模量也能有效地对声波进行衰减。

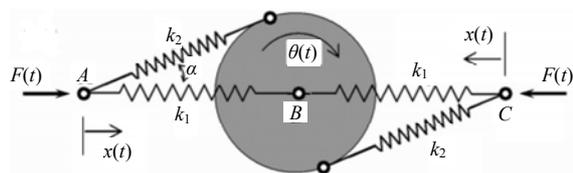


Figure 6. 1D representative mass-spring model^[13]
 图 6. 一维弹簧质量系统单元^[13]

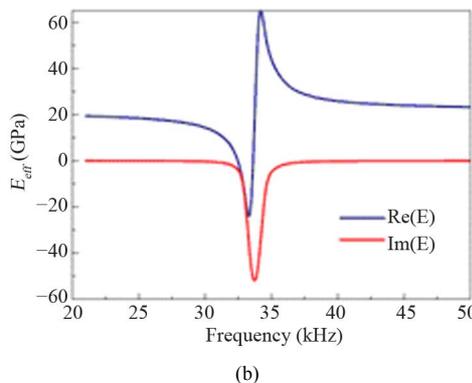
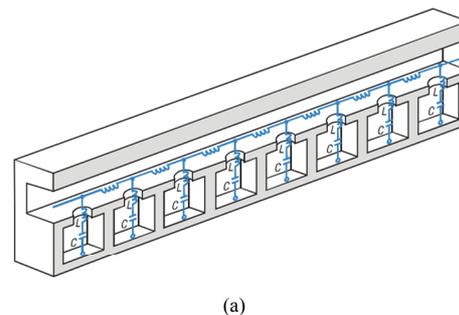


Figure 7. A new class of acoustic metamaterials consisting of arrays of subwavelength Helmholtz resonators (a); The calculated effective bulk modulus (b)^[15]
 图 7. 由周期排列的亚波长亥姆赫兹共鸣器组成的负等效模量超材料结构(a)及等效模量计算值(b)^[15]

4. “双负”超材料

前面已经提到，偶极共振能够形成负等效质量密度，单级共振可形成负等效模量，如果能够在一种结构中同时实现偶极和单极共振，那就能出现一种“双负”材料^[16]。要实现这种结构，则负等效质量密度形成频率和负等效模量形成频率需吻合。

2004年，Jensen Li等人提出了将软橡胶小球悬浮排列在水中形成“双负”超材料^[17]。2007年，Ding等人设计固体基的双共振单元^[18]，在一个散射体中同时包括两种共振单元，一种是用软橡胶包裹金属小球以面心立方排列在基体环氧树脂中；另一种是由注入小气泡的水以面心点阵置于同一环氧树脂单元中。前者用来实现负等效质量密度，后者用来实现负等效模量，实现“双负”超材料，同时该材料具有负泊松比。

2010年，“双负”声学超材料才首次被Lee等人通过实验成功验证^[19]。他们在主流体通道上采用较多周期排列亥姆赫兹共鸣器作为支路，利用单极共振来实现负等效模量，同时在通道中加入薄膜型超材料通过偶极共振来实现负等效质量密度，如图8所示。该结构具有两个临界频率，分别是单极共振频率 ω_{SH} 和偶极共振频率 ω_c 。当激励频率 ω 满足 $\omega_{SH} < \omega < \omega_c$ 时，结构只会出现负等效质量密度；当激励频率 ω 满足 $\omega < \omega_{SH}$ 时，结构会出现“双负”；当 $\omega > \omega_c$ 时，结构类似于静态，不会出现负等效质量密度和负等效模量。材料“双负”只能出现在动态时，静态中并不能

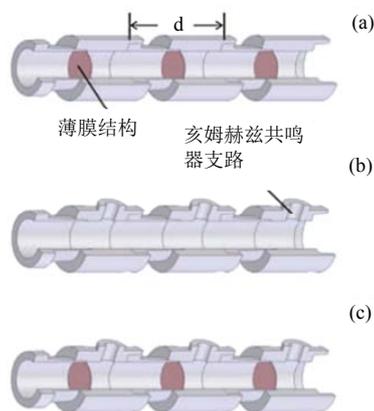


Figure 8. (a) The negative density structure with an array of thin membranes; (b) The negative modulus structure with an array of side holes; (c) The composite structure consisting of interspaced membranes and side holes, which exhibits acoustic double negativity^[19]

图8. (a) 薄膜负等效质量密度超材料; (b) 负等效模量超材料; (c) 薄膜和边孔结合构成的“双负”超材料^[19]

表现出来^[20]。“双负”声学超材料具有普通材料所不具备的特性，能够实现亚波长聚焦，超成像效应，声隐身等特性^[1,21]。

2011年，Lai等人研究了一种单元结构如图9所示的弹性体超材料^[22]。分析指出：在一定频率，四个质量块整体在一个方向上共振(即偶极子共振)，从而造成负的等效质量密度；在一些频率下，四个质量块相对方向运动，形成单极子或者四极子共振，结构表现出负的弹性模量；而在一些频率处，四个质量块具有偶极子与单极子或者四极子的复合运动形式，同时表现出负的等效质量密度和弹性模量(即“双负”)。

5. 声隐身超材料

随着声学超材料的发展，声隐身超材料得到越来越多的关注^[23-32]。它的设计理论是基于变换光学而发展起来的变换声学，由于声波方程和麦克斯韦方程都满足坐标变化不变性，因此变换光学理论可应用到变换声学领域，其核心是建立起坐标变换和材料参数分布之间的关系。坐标变换是人眼能看到的虚空间和实际客观存在的物理空间之间的映射关系，通过坐标变换，可以得到虚空间和实空间材料参数分布的关系。这种关系能够帮助人们获得一些新型的声学器件来控制声波的传输。

由于变换声学所要求的材料模量渐变，密度各向异性且渐变等，这些参数非常苛刻，所以在声隐身方面实验进展比较缓慢。目前，声隐身材料主要通过两种方法来获得。一种是利用声学电路网络结构，类比电路方程进行设计，通过改变亥姆赫兹共鸣器的尺寸来使等效密度和等效弹性模量与理论计算相一致。2011年，Zhang等人利用这种思想设计出了一种声波导腔结构^[33]，如图10所示。它能实现在水底明显降低声波并隐藏物体的目的。

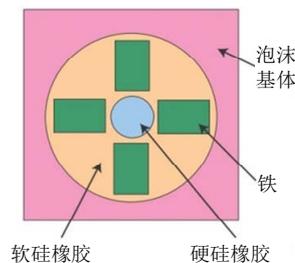


Figure 9. A unit cell of the elastic metamaterial^[22]
图9. 体超材料单元结构^[22]

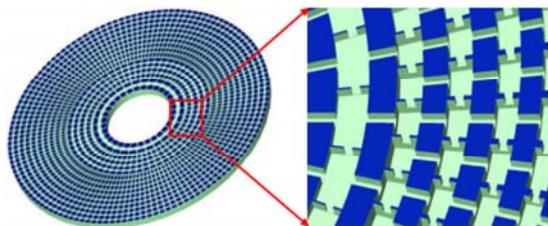


Figure 10. The configuration of the acoustic cylindrical cloak synthesized by an acoustic transmission line^[33]
图 10. 基于一系列波导腔制作的二维声隐身材料结构^[33]

另一种是结合变换声学和坐标变换设计出各向异性的材料参数，并通过在长波近似下调制材料的尺寸来实现所需的参数。2011 年，Popa 等人设计出了一种地毯式声隐身超材料^[34]，如图 11 所示。他们交替排列两种不同的片层结构以实现密度的各向异性，通过改变声波的传播路径实现了声波在空气中隐身的目的。

同年，Zhu 等人采用单负超材料构成的透镜来实现“非双盲”声隐身^[35]。该方法的核心是将被隐身物体等效成一团形状相似均匀媒质 A_1 ，若被隐身物体的等效模量小于环境媒质，则在映射过程中会在实空间中产生一个非联通盲区。此时，将单负超材料填入其中，可以实现声场的连续性。图 12(a), (b)为平面波入射情况下的隐身效果对比图；图 12(c), (d)为柱面波入射情况下的隐身效果对比图。

6. 结论及展望

声学超材料具有自然材料所难以具有的特性，近年来获得了迅猛的发展^[36]。它的等效参数(等效质量密度，等效模量)在动态情况可能为负，当出现局部偶极共振时，会产生负等效质量；单极共振时，会产生负等效模量；当偶极，单极共振同时出现在一个结构中时，等效参数就会出现双负。等效参数只能在动态时才能为负，静态时并不会出现。在负等效参数出现频率范围，声学超材料都能使声波明显衰减。

目前，现有的研究已经提出了各式各样实现等效参数在动态情况下为负的方法，大多处于理论研究阶段然而这些方法在实际制备声学超材料时还存在一定的困难。例如应用局域共振超材料，要求的结构就相对比较复杂，所采用的材料在恶劣环境中使用时容易失效等；负等效模量实现，需要利用亥姆赫兹共鸣器等，实际应用难度较大。同时，声学超材料利用局

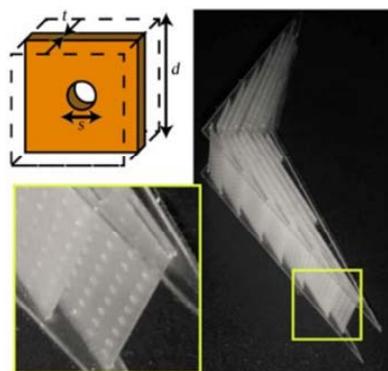


Figure 11. A class of two-dimensional acoustic cloaking coatings in air^[34]
图 11. 二维地毯式声隐身超材料^[34]

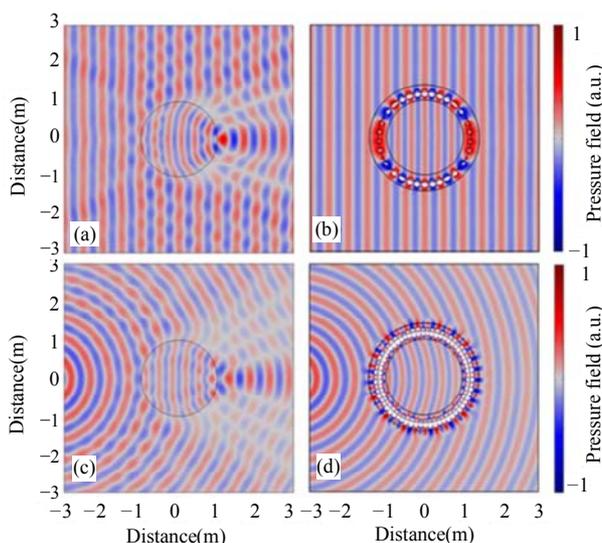


Figure 12. The effect of the acoustic signature reduced by the acoustic ground cloak^[35]
图 12. 超透镜隐身材料的隐身效果图^[35]

域共振实现负的横波模量还比较困难，这是由于有效横波模量对应的是散射矩阵角动量的高阶量，共振耦合会比较弱^[37]。因此，我们需要从理论和机制上寻求更加简单并易获得的超材料来实现等效负参数。

前面所提到的声学超材料都属于被动式的，即当超材料的结构固定后，在一定频率下的等效参数也是固定的，这就限制了已经制成的超材料的应用范围。现在也有研究将压电材料引入到结构中，从而可以主动地控制有效参数，如在管子内引入压电膜来控制等效质量密度^[38]。这种主动式的声学超材料的发展将对声波控制有着重要的意义，也将是声学超材料的一种发展趋势。

通过结构调节声学超材料的等效物理参数，可以

让其表现出很多特殊性质,如声学带隙、负折射、超棱镜、超透镜、声聚焦和异常隔声等。此外,对于噪声控制领域中的低频难题,或许我们可以通过调节声学超材料的等效物理参数(如负质量)等来实现。然而对于这些特殊性质的产生机理及工程应用还需要进一步深入研究。

声学超材料极大的拓展了人们对声学材料的理解,声学超材料的亚波长特性,将有利于元器件的尺寸缩小并能提高其集成度,克服了现有的材料的一些不足,为实际应用提供了很大的便利,为声学材料研究开辟了新的天地,将为声学特殊器件的研制提供重要的思路。基于声学超材料研究和设计新型的减振降噪结构和声学器件将成为以后研究的热点问题。

参考文献 (References)

- [1] J. B. Pendry. Negative refraction makes a perfect lens. *Physical Review Letters*, 2000, 85: 3966-3969.
- [2] D. Smith, J. B. Pendry and M. C. K. Wiltshire. Metamaterials and negative refractive index. *Science*, 2004, 305(5685): 788-792.
- [3] 祝雪丰, 梁彬, 程建春. 声超常材料与声隐身斗篷[J]. 现代物理知识, 2012, 24(2): 40-46.
- [4] J. B. Pendry, J. A. Holden, J. D. Robbins, et al. Low frequency plasmons in thin-wire structures. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 1998, 10: 4785.
- [5] J. B. Pendry, J. A. Holden, J. D. Robbins, et al. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1999, 47: 2075-2084.
- [6] 柯满竹, 邱春印, 彭莎莎, 刘正猷. 声学超构材料[J]. 物理, 2012, 41(10): 663-668.
- [7] J. H. Page, P. Sheng, H. P. Schriemer, et al. Group velocity in strongly scattering media. *Science*, 1996, 271: 634.
- [8] Z. Y. Liu, X. X. Zhang, Y. W. Mao, et al. Locally resonant sonic materials. *Science*, 2000, 289: 1734.
- [9] Z. Y. Liu, C. T. Chan and P. Sheng. Analytic model of phononic crystals with local resonances. *Physical Review B*, 2005, 71: 014103.
- [10] Z. Yang, J. Mei, M. Yang, et al. Membran-type acoustic metamaterial with negative dynamic mass. *Physical Review Letters*, 2008, 101: 204301.
- [11] 梅军, 杨旻, 杨志宇等. 薄膜型负质量密度声学超常介质[J]. 物理, 2010, 39(4): 243-247.
- [12] J. Mei, G. C. Ma, M. Yang, et al. Dark acoustic metamaterials as super absorbers for low-frequency sound. *Nature Communications*, 2012, 3: 756.
- [13] X. N. Liu, G. K. Hu, G. L. Huang, et al. An elastic metamaterial with simultaneously negative mass density and bulk modulus. *Physical Review Letters*, 2011, 98: 251907.
- [14] X. H. Hu, K.-M. Ho. Homogenization of acoustic metamaterials of Helmholtz resonators in fluid. *Physical Review B*, 2008, 77: 172301.
- [15] N. Fang, D. J. Xi, J. Y. Xu, et al. Ultrasonic metamaterials with negative modulus. *Nature Materials*, 2006, 5: 452-456.
- [16] Y. Cheng, J. Y. Xu and X. J. Liu. Broad forbidden bands in parallel-coupled locally resonant ultrasonic metamaterials. *Applied Physics Letters*, 2008, 92: 051913.
- [17] J. Li, C. T. Chan. Double-negative acoustic metamaterial. *Physical Review E*, 2004, 70: 055602.
- [18] Y. Q. Ding, Z. Y. Liu, C. Y. Qiu, et al. Metamaterial with simultaneously negative bulk modulus and mass density. *Physical Review Letters*, 2007, 99: 093904.
- [19] S. H. Lee, C. M. Park, Y. M. Seo, et al. Composite acoustic medium with simultaneously negative density and modulus. *Physical Review Letters*, 2010, 104: 054301.
- [20] Y. Cheng, J. Y. Xu and X. J. Liu. One-dimensional structured ultrasonic metamaterials with simultaneously negative dynamic density and modulus. *Physical Review B*, 2008, 77: 045134.
- [21] K. Deng, Y. Q. Ding, Z. J. He, et al. Theoretical study of sub-wavelength imaging by acoustic metamaterial slabs. *Journal of Applied Physics*, 2009, 105: 124909.
- [22] Y. Lai, Y. Wu, P. Sheng, et al. Hybrid elastic solids. *Nature Materials*, 2011, 10(8): 620-624.
- [23] G. W. Milton, M. Briane and J. R. Willis. On cloaking for elasticity and physical equations with a transformation invariant form. *New Journal of Physics*, 2006, 8: 248.
- [24] H. Chen, C. Chan. Acoustic cloaking in three dimensions using acoustic metamaterials. *Applied Physics Letters*, 2007, 91: 183518.
- [25] S. A. Cummer, D. Schurig. One path to acoustic cloaking. *New Journal of Physics*, 2007, 9: 45.
- [26] Y. Cheng, F. Yang, J. Y. Xu, et al. A multilayer structured acoustic cloak with homogeneous isotropic materials. *Applied Physics Letters*, 2008, 92: 151913.
- [27] J. Pendry, J. Li. An acoustic metafluid: Realizing a broadband acoustic cloak. *New Journal of Physics*, 2008, 10: 115032.
- [28] D. Torrent, J. Sánchez-Dehesa. Acoustic cloaking in two dimensions: A feasible approach. *New Journal of Physics*, 2008, 10: 063015.
- [29] S. A. Cummer, B. I. Popa, D. Schurig, et al. Scattering theory derivation of a 3d acoustic cloaking shell. *Physical Review Letters*, 2008, 100: 24301.
- [30] A. N. Norris. Acoustic cloaking theory. *Proceedings of the Royal Society A*, 2008, 464: 2411.
- [31] Y. Urzhumov, F. Ghezzo, J. Hunt, et al. Acoustic cloaking transformations from attainable material properties. *New Journal of Physics*, 2010, 12: 073014.
- [32] Y. Bobrovnikskii. Impedance acoustic cloaking. *New Journal of Physics*, 2010, 12: 043049.
- [33] S. Zhang, C. G. Xia and N. Fang. Broadband acoustic cloak for ultrasound waves. *Physical Review Letters*, 2011, 106: 024301.
- [34] B.-I. Popa, L. Zigoneanu and S. A. Cummer. Experimental acoustic ground cloak in air. *Physical Review Letters*, 2011, 106: 253901.
- [35] X. Zhu, B. Liang, W. Kan, et al. Acoustic cloaking by a superlens with single-negative materials. *Physical Review Letters*, 2011, 106: 014301.
- [36] 倪旭, 张小柳, 卢明辉等. 声子晶体和声学超构材料[J]. 物理, 2012, 41(10): 655-662.
- [37] Y. Wu, Z.-Q. Zhang. Dispersion relations and their symmetry properties of electromagnetic and elastic metamaterials in two dimensions. *Physical Review B*, 2009, 79: 195111.
- [38] A. Baz. The structure of an active acoustic metamaterial with tunable effective density. *New Journal of Physics*, 2009, 11: 123010.