

# Curvature Effects on Flutter Critical Aerodynamic Pressures of Shallow Cylindrical Shells

Chenguang Fan\*, Chengdong Dai, Yiren Yang

School of Mechanics and Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu Sichuan  
Email: \*weight\_80@163.com, daichengdonghappy@163.com, yangriren05@126.com

Received: Dec. 1<sup>st</sup>, 2016; accepted: Jan. 3<sup>rd</sup>, 2017; published: Jan. 6<sup>th</sup>, 2017

Copyright © 2016 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

---

## Abstract

The curvature effects on the flutter critical aerodynamic pressure were investigated. Using the piston theory to calculate supersonic flow, the aeroelastic equations of the shallow cylindrical shells were established. Two-dimensional differential quadrature method was used to discretize the motion equations. The curvature effects on the flutter critical aerodynamic pressures were studied by eigenvalue analysis. The results show that, with the increase of curvature, more and more low orders of frequencies are arranged in the circumferential direction, and the frequency of the flutter is also increased. With the increase of curvature, the critical dynamic pressure of flutter grows exponentially.

## Keywords

Flutter, Shallow Cylindrical Shells, Curvature, Supersonic, Critical Aerodynamic Pressure

---

# 曲率对圆柱形扁壳颤振临界动压的影响

范晨光\*, 代成栋, 杨翊仁

西南交通大学力学与工程学院, 四川 成都

Email: \*weight\_80@163.com, daichengdonghappy@163.com, yangriren05@126.com

---

\*通讯作者。

收稿日期：2016年12月1日；录用日期：2017年1月3日；发布日期：2017年1月6日

## 摘要

为研究曲率对圆柱形扁壳在超声速轴向气流中的颤振行为的影响，采用活塞理论计算超声速气动力，建立了圆柱形扁壳的超声速气动弹性运动方程。采用二维微分求积法(DQM)离散方程，运用特征值方法分析了不同曲率下线性系统的颤振临界动压。结果表明，在长宽比不变的情况下，随着曲率的增加，越来越多的低阶频率在周向上分布越密集，颤振的频率也随之增大。随着曲率的增大，颤振临界动压呈指数增长。

## 关键词

颤振，圆柱形扁壳，曲率，超声速，临界动压

## 1. 引言

圆柱形扁壳作为超声速/高超声速飞行器的一种结构形式，其颤振特性一直是气动弹性研究领域不可忽视的重要问题。对圆柱形扁壳/大开口圆柱壳高超声速气动弹性颤振问题的研究起步较晚，相关文献并不多。最早以圆柱形扁壳为对象的气动弹性研究始于 Anderson [1] [2]，他用 Galerkin 方法预测了一圆柱壳块的颤振边界。Ganapathi [3]采用双曲四面体壳单元研究了层合双曲壁板的颤振临界动压及铺层方式的影响。Algazin [4]用有限差分法求解了任意气流偏角的圆柱形扁壳和扁球壳的颤振临界动压及模态。Wang [5]用一种样条有限模态法及子结构法对棱柱形复合材料板/壳的颤振进行了研究，并对比他人结果，验证了该方法的计算精度和有效性。Oh [6]用基于多场分层理论的非线性单元研究了压电圆柱形扁壳的颤振临界动压，考虑了气动力、热和压电效应。Shin [7]用有限元方法研究了杂交复合材料粘弹性圆柱形扁壳的颤振问题，对比了不同铺层方式对结果的影响。Singha [8]采用 16 节点的退化等参壳单元研究了曲率、铺层方式、气流方向以及边界条件对圆柱形扁壳颤振临界动压的影响，并考虑了面内压力及剪应力等因素。

由于圆柱形扁壳结构的复杂性和多样性，其在轴向流中发生颤振的临界动压、周向波数、颤振频率对曲率等参数都非常敏感，目前对这一问题尚缺乏较为系统地研究。为深入了解圆柱形扁壳曲率由小到变化时，系统的气动弹性特性，在基于活塞理论的气动力作用下，通过建立圆柱形扁壳气动弹性运动方程，采用二维的微分求积法离散，运用特征值方法，求解了不同曲率参数对线性系统的颤振临界动压的影响。

## 2. 圆柱形扁壳的气动弹性运动方程

基于线性理论，在某一轴向临界流速下，壳体由于流体的动压作用会产生失稳。适用于超声速/高超声速颤振分析的气动力理论主要有[9]线性活塞理论(Linear Piston Theory)，准定常理论(Quasisteady Theory)，细长体理论(Slender-body Theory)，势流理论(Exact Potential Theory)。由于活塞理论[10]的气动力可以表述为较为简单的解析形式，因此为绝大多数的研究者所采用。一阶线性活塞理论公式

$$\Delta p = -\frac{2q}{M_a} \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{U} \frac{\partial w}{\partial t} \right) \quad (1)$$

对于圆柱壳，需要添加曲率修正项，文献[11]给出了适用于圆柱壳颤振分析的准定常活塞理论气动力公式

$$\Delta p = -\frac{2q}{\sqrt{M_a^2-1}} \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{M_a^2-2}{M_a^2-1} \frac{1}{U} \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{1}{2R\sqrt{M_a^2-1}} w \right) \quad (2)$$

其中,  $R$  为半径。

根据唐纳尔简化理论, 大开口圆柱壳或者圆柱形扁壳只包含法向位移的小挠度振动方程, 写作如下形式[12]

$$D\nabla^2\nabla^2 w + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \Delta p \quad (3.a)$$

$$Eh \frac{\partial^2 w}{R\partial x^2} - \nabla^2 \nabla^2 f = 0 \quad (3.b)$$

其中,  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{R^2\partial\theta^2}$ ,  $f$  为 Airy 应力函数,  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$  为弯曲刚度,  $E$  为杨氏模量,  $\nu$  为泊松比,

$h$  为壳的厚度,  $R$  为圆弧半径,  $\rho$  为材料密度,  $x$  为轴向坐标,  $\theta$  为周向坐标,  $t$  为时间变量,  $w$  为径向位移,  $f$  为 Airy 应力函数。

考虑四边简支的圆柱形扁壳, 其边界条件可以写做下列形式

$$\begin{aligned} x=0, \quad x=L \text{ 时}, \quad v=w=N_x=M_x=0 \\ \theta=0, \quad \theta=\theta_0 \text{ 时}, \quad u=w=N_\theta=M_\theta=0 \end{aligned} \quad (4)$$

由于在振动方程中不显含变量  $u$  和  $v$ , 因此将  $u=0$  和  $v=0$  写成

$$u=0: N_{\theta x} + \frac{M_{\theta x}}{R_x} = 0; \quad v=0: N_{x\theta} + \frac{M_{x\theta}}{R_\theta} = 0 \quad (5)$$

式中  $N_x$ ,  $N_\theta$ ,  $N_{x\theta}$ ,  $N_{\theta x}$ ,  $M_x$ ,  $M_\theta$ ,  $M_{x\theta}$ ,  $M_{\theta x}$  均表示内力分量。

将气动力公式(2)代入方程(3), 并引入下列无量纲量:

$$\begin{aligned} \alpha = \frac{R}{L}, \quad \beta = \frac{12(1-\nu^2)L^2}{h^2}, \quad \varepsilon = \frac{x}{L}, \quad \varphi = \frac{\theta}{\theta_0}, \quad \eta = \frac{w}{L}, \quad \mu = \frac{f}{D}, \quad \tau = \left[ \frac{D}{\rho h} \right]^{0.5} \frac{t}{L^2}, \\ u = \frac{\rho_0 L^2 U}{[D\rho h]^{0.5}}, \quad \gamma = \frac{\rho h}{\rho_0 L} \end{aligned} \quad (6)$$

其中,  $L$  为轴向长度,  $\theta_0$  为周向角度。无量纲处理后的圆柱形扁壳气动弹性方程如下:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 \eta}{\partial \varepsilon^4} + \frac{2}{\alpha^2 \theta_0^2} \frac{\partial^4 \eta}{\partial \varepsilon^2 \partial \varphi^2} + \frac{1}{\alpha^4 \theta_0^4} \frac{\partial^4 \eta}{\partial \varphi^4} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial^2 \mu}{\partial \varepsilon^2} + \frac{1}{\sqrt{M_a^2-1}} \gamma u^2 \frac{\partial \eta}{\partial \varepsilon} + \frac{M_a^2-2}{(M_a^2-1)^{1.5}} u \frac{\partial \eta}{\partial \tau} - \\ - \frac{1}{2\alpha(M_a^2-1)} \gamma u^2 \eta + \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau^2} = 0 \end{aligned} \quad (7.a)$$

$$\frac{\beta}{\alpha} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \varepsilon^2} - \left( \frac{\partial^4 \mu}{\partial \varepsilon^4} + \frac{2}{\alpha^2 \theta_0^2} \frac{\partial^4 \mu}{\partial \varphi^2 \partial \varepsilon^2} + \frac{1}{\alpha^4 \theta_0^4} \frac{\partial^4 \mu}{\partial \varphi^4} \right) = 0 \quad (7.b)$$

相应边界条件表示为

$\varepsilon=0, \quad \varepsilon=1$  时,  $v=w=N_\varepsilon=M_\varepsilon=0$ , 即

$$\frac{\partial^2 \mu}{\partial \varepsilon \partial \varphi} + \frac{1-\nu}{\alpha} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \varphi \partial \varepsilon} = 0; \quad \eta = 0; \quad \frac{\partial^2 \mu}{\partial \varphi^2} = 0; \quad \frac{\partial^2 \eta}{\partial \varepsilon^2} + \frac{\nu}{\alpha^2 \theta_0^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \varphi^2} = 0;$$

$\varphi = 0, \varphi = 1$  时,  $u = w = N_\varphi = M_\varphi = 0$ , 即

$$\frac{\partial^2 \mu}{\partial \varepsilon \partial \varphi} = 0; \quad \eta = 0; \quad \frac{\partial^2 \mu}{\partial \varepsilon^2} = 0; \quad \frac{1}{\alpha^2 \theta_0^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \varphi^2} + \nu \frac{\partial^2 \eta}{\partial \varepsilon^2} = 0. \quad (8)$$

### 3. 二维微分求积法离散

依据微分求积法(以下简称 DQM)二维问题的离散化方法[13], 在  $0 \leq \varepsilon \leq 1, 0 \leq \varphi \leq 1$  的区域内, 分别在  $\varepsilon$  和  $\varphi$  方向上置入  $N$  和  $M$  个网格点, 于是在平行于  $\varepsilon$  的任一直线  $\varphi = \varphi_j$  上,  $j = 1, 2, \dots, M$ , 函数  $\eta(\varepsilon, \varphi)$  在网格点  $(\varepsilon_i, \varphi_j)$  处, 对  $\varepsilon$  的一阶~四阶偏导可近似写为:

$$\begin{aligned} \eta_\varepsilon(\varepsilon_i, \varphi_j) &= \sum_{k=1}^N A_{ik}^{(1)} \eta_{kj}, \quad \eta_{\varepsilon\varepsilon}(\varepsilon_i, \varphi_j) = \sum_{k=1}^N A_{ik}^{(2)} \eta_{kj}, \\ \eta_{\varepsilon\varepsilon\varepsilon}(\varepsilon_i, \varphi_j) &= \sum_{k=1}^N A_{ik}^{(3)} \eta_{kj}, \quad \eta_{\varepsilon\varepsilon\varepsilon\varepsilon}(\varepsilon_i, \varphi_j) = \sum_{k=1}^N A_{ik}^{(4)} \eta_{kj}. \end{aligned} \quad (9.a)$$

同样地, 在任一圆弧  $\varepsilon = \varepsilon_i$  上,  $i = 1, 2, \dots, N$ , 函数  $\eta(\varepsilon, \varphi)$  在网格点  $(\varepsilon_i, \varphi_j)$  处, 对  $\varphi$  的一阶~四阶偏导可近似写为

$$\begin{aligned} \eta_\varphi(\varepsilon_i, \varphi_j) &= \sum_{l=1}^M B_{jl}^{(1)} \eta_{il}, \quad \eta_{\varphi\varphi}(\varepsilon_i, \varphi_j) = \sum_{l=1}^M B_{jl}^{(2)} \eta_{il}, \\ \eta_{\varphi\varphi\varphi}(\varepsilon_i, \varphi_j) &= \sum_{l=1}^M B_{jl}^{(3)} \eta_{il}, \quad \eta_{\varphi\varphi\varphi\varphi}(\varepsilon_i, \varphi_j) = \sum_{l=1}^M B_{jl}^{(4)} \eta_{il}. \end{aligned} \quad (9.b)$$

同理, 对应力函数  $\mu$  的各阶偏导也可以写做类似形式。其中, 权系数 A 和 B 的确定参见文献[13]。根据式(9.a)和(9.b), 可以将无量纲形式的圆柱形扁壳气动弹性方程(7)写为下列 DQM 离散后的形式:

$$\begin{aligned} \ddot{\eta}_{ij} + \frac{Ma^2 - 2}{(Ma^2 - 1)^{1.5}} u \dot{\eta}_{ij} + \sum_{k=1}^N A_{ik}^{(4)} \eta_{kj} + \frac{2}{\alpha^2 \theta_0^2} \sum_{k=1}^N A_{ik}^{(2)} \sum_{l=1}^M B_{jl}^{(2)} \eta_{kl} + \frac{1}{\alpha^4 \theta_0^4} \sum_{l=1}^M B_{jl}^{(4)} \eta_{il} + \\ + \frac{1}{\alpha} \sum_{k=1}^N A_{ik}^{(2)} \mu_{kj} + \frac{1}{\sqrt{Ma^2 - 1}} \gamma u^2 \sum_{k=1}^N A_{ik}^{(1)} \eta_{kj} - \frac{1}{2\alpha(Ma^2 - 1)} \gamma u^2 \eta_{ij} = 0 \end{aligned} \quad (10.a)$$

$$\frac{\beta}{\alpha} \sum_{k=1}^N A_{ik}^{(2)} \eta_{kj} - \sum_{k=1}^N A_{ik}^{(4)} \mu_{kj} - \frac{2}{\alpha^2 \theta_0^2} \sum_{k=1}^N A_{ik}^{(2)} \sum_{l=1}^M B_{jl}^{(2)} \mu_{kl} - \frac{1}{\alpha^4 \theta_0^4} \sum_{l=1}^M B_{jl}^{(4)} \mu_{il} = 0 \quad (10.b)$$

边界条件的(8)的 DQM 形式如下:

$$\sum_{k=1}^N A_{1k} \sum_{l=1}^M B_{jl} \mu_{kl} + \frac{1-\nu}{\alpha} \sum_{k=1}^N A_{1k} \sum_{l=1}^M B_{jl} \eta_{kl} = 0, \quad \sum_{k=1}^N A_{Nk} \sum_{l=1}^M B_{jl} \mu_{kl} + \frac{1-\nu}{\alpha} \sum_{k=1}^N A_{Nk} \sum_{l=1}^M B_{jl} \eta_{kl} = 0$$

$$\eta(1, j) = \eta(N, j) = 0, \quad \eta(i, 1) = \eta(i, M) = 0$$

$$\sum_{l=1}^M B_{jl}^{(2)} \mu_{1l} = \sum_{l=1}^M B_{jl}^{(2)} \mu_{Nl} = 0, \quad \sum_{k=1}^N A_{ik}^{(2)} \mu_{k1} = \sum_{k=1}^N A_{ik}^{(2)} \mu_{kM} = 0$$

$$\sum_{k=1}^N A_{1k}^{(2)} \eta_{kj} + \frac{\nu}{\alpha^2 \theta_0^2} \sum_{l=1}^M B_{jl}^{(2)} \eta_{1l} = 0, \quad \sum_{k=1}^N A_{Nk}^{(2)} \eta_{kj} + \frac{\nu}{\alpha^2 \theta_0^2} \sum_{l=1}^M B_{jl}^{(2)} \eta_{Nl} = 0$$

$$\sum_{k=1}^N A_{1k} \sum_{l=1}^M B_{1l} \mu_{kl} = 0, \quad \sum_{k=1}^N A_{ik} \sum_{l=1}^M B_{Ml} \mu_{kl} = 0$$

$$\frac{1}{\alpha^2 \theta_0^2} \sum_{l=1}^M B_{il}^{(2)} \eta_{il} + \nu \sum_{k=1}^N A_{ik}^{(2)} \eta_{k1} = 0, \quad \frac{1}{\alpha^2 \theta_0^2} \sum_{l=1}^M B_{M,l}^{(2)} \eta_{il} + \nu \sum_{k=1}^N A_{ik}^{(2)} \eta_{k,M} = 0 \quad (11)$$

将方程(10)写成 DQM 的矩阵形式为:

$$\begin{aligned} [\ddot{\eta}] + \frac{M_a^2 - 2}{(M_a^2 - 1)^{1.5}} u [\dot{\eta}] + [A^{(4)}][\eta] + \frac{2}{\alpha^2 \theta_0^2} [A^{(2)}][\eta][B^{(2)}]^\top + \frac{1}{\alpha^4 \theta_0^4} [\eta][B^{(4)}]^\top + \\ + \frac{1}{\alpha} [A^{(2)}][\mu] + \frac{1}{\sqrt{M_a^2 - 1}} \gamma u^2 [A^{(1)}][\eta] - \frac{1}{2\alpha(M_a^2 - 1)} \gamma u^2 [\eta] = 0 \end{aligned} \quad (12.a)$$

$$\frac{\beta}{\alpha} [A^{(2)}][\eta] - [A^{(4)}][\mu] - \frac{2}{\alpha^2 \theta_0^2} [A^{(2)}][\mu][B^{(2)}]^\top - \frac{1}{\alpha^4 \theta_0^4} [\mu][B^{(4)}]^\top = 0 \quad (12.b)$$

这里  $[\eta]$  为不含边界变量的无量纲位移矩阵,  $[\mu]$  为不含边界变量的无量纲 Airy 应力函数矩阵, 可写做下述形式:

$$\begin{bmatrix} \eta_{3,3} & \eta_{3,4} & \cdots & \eta_{3,M-2} \\ \eta_{4,3} & \eta_{4,4} & \cdots & \eta_{4,M-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \eta_{N-2,3} & \eta_{N-2,4} & \cdots & \eta_{N-2,M-2} \end{bmatrix} \text{和} \begin{bmatrix} \mu_{3,3} & \mu_{3,4} & \cdots & \mu_{3,M-2} \\ \mu_{4,3} & \mu_{4,4} & \cdots & \mu_{4,M-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{N-2,3} & \mu_{N-2,4} & \cdots & \mu_{N-2,M-2} \end{bmatrix} \quad (13)$$

引入边界条件(11), 一般矩阵形式的气动弹性方程可以写做

$$[M][\ddot{\zeta}] + [C][\dot{\zeta}] + \sum_{i=1}^5 [L_d^{(i)}][\zeta][R_d^{(i)}] + \sum_{i=1}^{16} [L_b^{(i)}][\zeta][R_b^{(i)}] = 0 \quad (14)$$

此处,  $[M]$  为质量阵,  $[C]$  为阻尼阵,  $[R_d]$  为不含边界变量的右刚度系数阵,  $[L_d]$  为不含边界变量的左刚度系数阵,  $[R_b]$  为边界变量的右刚度系数阵,  $[L_b]$  为边界变量的左刚度系数阵,  $[\zeta]$  为包含所有位移变量和应力变量的矩阵, 第三项中的求和指标“5”表示方程 12 中的包含  $[\eta]$  五项系数, 第三项中的求和指标“16”表示对应的边界条件方程 11 中的系数。

利用“Kronecker”转换简化方程(14)的形式。原矩阵形式的位移变量矩阵可以展开为一维的列向量, 相应的系数阵可以写成

$$\begin{aligned} [\tilde{M}] &= [M] \otimes [I], \quad [\tilde{C}] = [C] \otimes [I] \\ [\tilde{K}] &= \sum_{i=1}^5 [L_d^{(i)}] \otimes [R_d^{(i)}]^\top + \sum_{i=1}^{16} [L_b^{(i)}] \otimes [R_b^{(i)}]^\top \end{aligned} \quad (15)$$

这里,  $[I]$  为单位阵。由此方程可以简化为下面的形式

$$[\tilde{M}]\{\ddot{\zeta}\} + [\tilde{C}]\{\dot{\zeta}\} + [\tilde{K}]\{\zeta\} = 0 \quad (16)$$

对方程(16)的求解最后转化为标准特征值问题。其中特征值虚部表示系统的无量纲自振频率。随着流速的增大, 可以得到对应于动压的一系列特征值, 当特征值实部大于零, 且虚部不为零时, 系统发生颤振失稳, 特征值实部为零的动压就称为是颤振临界动压。

#### 4. 曲率对颤振临界动压的影响

取计算参数如文献[14],  $\nu = 0.22$ ,  $L/h = 600$ ,  $\rho/\rho_0 = 3875$ , 保持其他参数不变, 固定长宽比为 1, 也就是  $\alpha\theta_0 = 1$ , 反比例变化  $\alpha$  和  $\theta_0$ 。当  $\alpha$  很大,  $\theta_0$  很小时, 可以近似认为曲率为零, 圆柱形扁壳方程可以近似作为平板方程。取  $M_a = 3$ ,  $\alpha = 200$ ,  $\theta_0 = 0.005$ , 图 1 给出了特征值  $\Omega$  实虚部随无量纲动压变

化的情况。与平板气动弹性颤振研究的文献[14]比较得知，两者无量纲频率变化规律及无量纲颤振临界动压基本一致，皆为 $\lambda_{cr} = 512$ 。为研究一带有微小曲率的扁壳，取 $\alpha = 20$ ， $\theta_0 = 0.05$ ，图2给出了特征值 $\Omega$ 实虚部随无量纲动压变化的情况。对于大曲率的扁壳，取 $\alpha = 5$ ， $\theta_0 = 0.2$ ，图3给出了特征值 $\Omega$ 实虚部随无量纲动压变化的情况。

从图1至图3可以看出，在长宽比不变的情况下，随着曲率的增加，越来越多的低阶频率在周向上分布越密集，颤振的频率也随之增大。当 $\alpha = 200$ 时，在相对较大的动压范围内，发生耦合颤振的模式较为单一，随着 $\alpha$ 的减小，越来越多的高阶模式加入到颤振的行列，使情况变得更加复杂，这对结构的颤振设计而言是非常不利的。图4描述了颤振临界动压 $\lambda_{cr}$ 与 $\alpha$ 的关系曲线，可以看到，随着 $\alpha$ 的减小， $\lambda_{cr}$ 呈指数增长。由图可以看到，在保持 $\alpha\theta_0 = 1$ 不变的情况下，当 $\alpha$ 较大时(对应于接近平板的情况)， $\alpha$ 较大幅度的减小并不能引起颤振临界动压参数的显著增长，这是因为在 $\alpha$ 较大的范围内(图中 $\ln(\alpha) > 4$ )，系统仍就处于接近于平板的状态。只有当 $\alpha$ 减小到一定程度时(图中 $\ln(\alpha) < 4$ )，曲率的变化才能显著影响颤振临界动压。

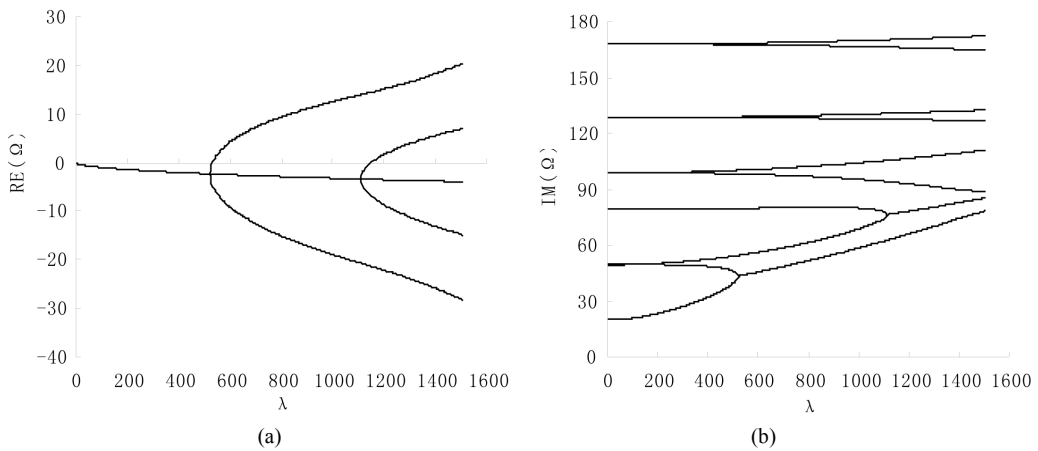


Figure 1. The real parts and imaginary parts of eigenvalues vs. non-dimensional aerodynamic pressure as  $\alpha = 200$ ,  $\theta_0 = 0.005$

图1.  $\alpha = 200$ ， $\theta_0 = 0.005$ 时，特征值 $\Omega$ 实虚部随无量纲动压变化

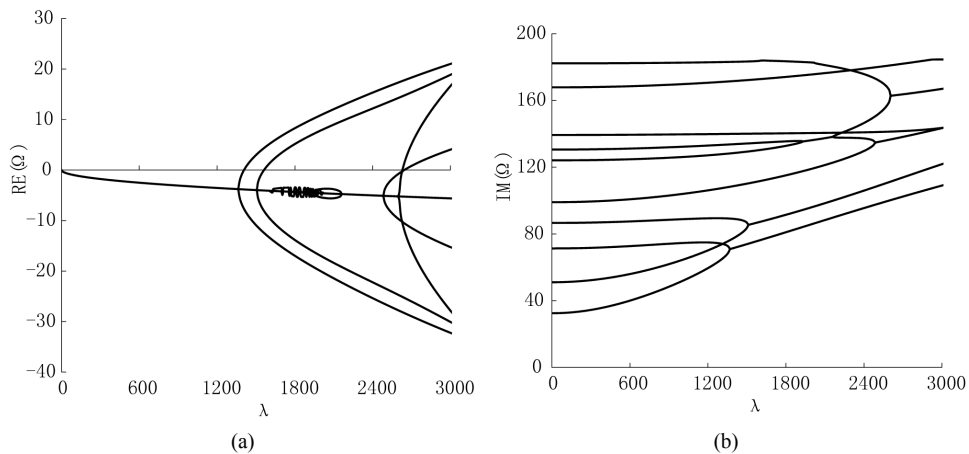
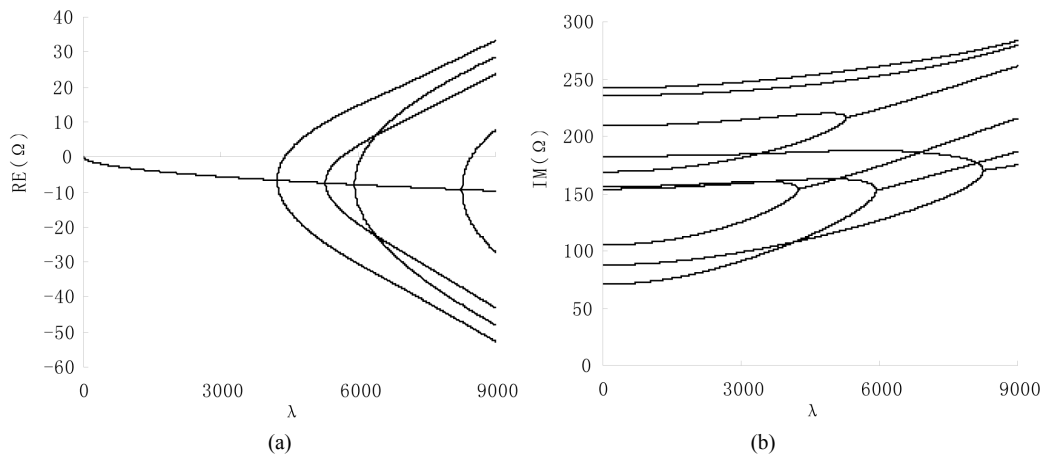


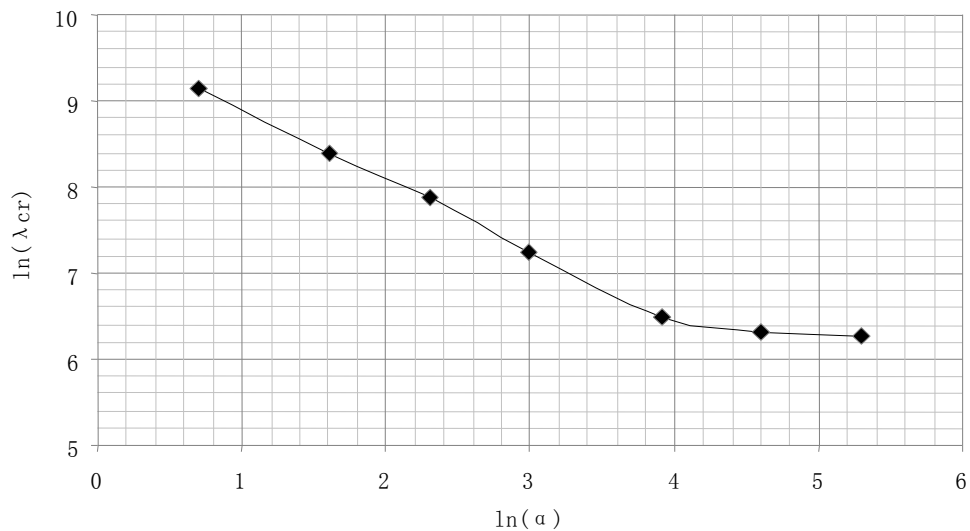
Figure 2. The real parts and imaginary parts of eigenvalues vs. non-dimensional aerodynamic pressure as  $\alpha = 20$ ,  $\theta_0 = 0.05$

图2.  $\alpha = 20$ ， $\theta_0 = 0.05$ 时，特征值 $\Omega$ 实虚部随无量纲动压变化



**Figure 3.** The real parts and imaginary parts of eigenvalues vs. non-dimensional aerodynamic pressure as  $\alpha = 5$ ,  $\theta_0 = 0.2$

**图 3.**  $\alpha = 5$ ,  $\theta_0 = 0.2$  时, 特征值  $\Omega$  实虚部随无量纲动压变化



**Figure 4.** Flutter critical aerodynamic pressure  $\lambda_{cr}$  vs.  $\alpha$

**图 4.** 颤振临界动压  $\lambda_{cr}$  随  $\alpha$  变化图

## 5. 结论

本文给出了超声速轴向流中, 圆柱形扁壳气动弹性系统的小挠度运动方程, 利用二维的微分求积法进行了离散, 运用特征值方法求解了不同曲率对线性系统颤振临界动压的影响, 结论如下:

- 1) 曲率很小的圆柱形扁壳结构的颤振临界动压接近于平板的颤振临界动压;
- 2) 在长宽比不变的情况下, 随着曲率的增加, 越来越多的低阶频率在周向上分布越密集, 发生颤振的频率也随之增大。
- 3) 随着曲率的增加, 系统颤振临界动压呈指数增长。

## 基金项目

国家自然科学基金(11302181); 高等学校博士点新教师基金(20110184120025)。



## 参考文献 (References)

- [1] Anderson, W.J. (1967) Panel Flutter of Cylindrical Shells. Final Report of ORA Project 08079, NASA NGR-23-005-166.
- [2] Anderson, W.J. and Hsu, K.-H. (1970) Engineering Estimates for Supersonic Flutter of Curved Shell Segments. *AIAA Journal*, **8**, 446-451. <https://doi.org/10.2514/3.5688>
- [3] Ganapathi, M. and Varadan, T.K. (1995) Supersonic Flutter of Laminated Curved Panels. *Defence Science Journal*, **45**, 147-159. <https://doi.org/10.14429/dsj.45.4114>
- [4] Algazin, S.D. and Kiyko, I.A. (1999) Numerical Analysis of the Flutter of a Shallow Shell. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, **40**, 1082-1087. <https://doi.org/10.1007/BF02469177>
- [5] Wang, S. (1999) High-Supersonic/Hypersonic Flutter of Prismatic Composite Plate/Shell Panels. *Journal of Spacecraft and Rockets*, **36**, 750-757. <https://doi.org/10.2514/2.3489>
- [6] Oh, I.K. and Lee, I. (2006) Supersonic Flutter Suppression of Piezolaminated Cylindrical Panels Based on Multifield Layerwise Theory. *Journal of Sound and Vibration*, **291**, 1186-1201. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2005.07.033>
- [7] Shin, W.-H. (2006) Aeroelastic Characteristics of Cylindrical Hybrid Composite Panels with Viscoelastic Damping Treatments. *Journal of Sound and Vibration*, **296**, 99-116. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2006.01.068>
- [8] Singha, M.K. and Mandal, M. (2008) Supersonic Flutter Characteristics of Composite Cylindrical Panels. *Composite Structures*, **82**, 295-301. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2007.01.007>
- [9] Parthan, S. and Johns, D.J. (1972) Aeodynamic Generalized Forces for Supersonic Shell Flutter. *AIAA Journal*, **10**, 1369-1371. <https://doi.org/10.2514/3.6626>
- [10] Ashley, H. and Zartarian, G. (1956) Piston Theory: A New Aerodynamic Tool for Aeroelastician. *Journal of the Aeronautical Sciences*, **23**, 1109-1118. <https://doi.org/10.2514/8.3740>
- [11] Barr, G.W. and Stearman, R.O. (1970) Influence of a Supersonic Flowfield on the Elastic Stability of Cylindrical Shells. *AIAA Journal*, **8**, 993-1000. <https://doi.org/10.2514/3.5821>
- [12] Nowacki, W. (1963) Dynamics of Elastic Systems. John Wiley & Sons, Inc., New York.
- [13] Bert, C.W. and Malik, M. (1996) Differential Quadrature Method in Computational Mechanics: A Review. *Applied Mechanics Reviews*, **49**, 1-28. <https://doi.org/10.1115/1.3101882>
- [14] Guo, X.Y. and Mei, C. (2002) Using Aeroelastic Modes for Nonlinear Panel Flutter at Arbitrary Supersonic Yawed Angle. *The 43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, Denver, 22-25 April 2002, 1. <https://doi.org/10.2514/6.2002-1486>

### 期刊投稿者将享受如下服务:

1. 投稿前咨询服务 (QQ、微信、邮箱皆可)
2. 为您匹配最合适的期刊
3. 24 小时以内解答您的所有疑问
4. 友好的在线投稿界面
5. 专业的同行评审
6. 知网检索
7. 全网络覆盖式推广您的研究

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱: [ojav@hanspub.org](mailto:ojav@hanspub.org)