

Modeling and Simulation of Voltage Controlled Buck Converter

Yi Wang, Wenqing Huang

College of Electrical and Information Engineering, Hunan University, Changsha
Email: hsmwy0210@163.com

Received: Mar. 19th, 2013; revised: Apr. 15th, 2013; accepted: Apr. 28th, 2013

Copyright © 2013 Yi Wang, Wenqing Huang. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Abstract: This paper researches on the Modeling and Simulation of Buck DC-DC converter based on the small signal analysis method in non-ideal conditions. And a controller is designed by PID compensation network. At last, the circuit is simulated by the Saber software; the results verify the reasonableness of the controller.

Keywords: Buck; Small Signal Analysis; PID Compensation; Saber

压控型 Buck 变换器的建模与仿真

王毅, 黄文清

湖南大学电气信息与工程学院, 长沙
Email: hsmwy0210@163.com

收稿日期: 2013 年 3 月 19 日; 修回日期: 2013 年 4 月 15 日; 录用日期: 2013 年 4 月 28 日

摘要: 本文对 Buck 直流变换器进行了建模与仿真。通过小信号分析法研究连续导电模式下压控型 Buck 变换器的模型, 并采用 PID 补偿网络进行控制器的设计, 最后通过 Saber 仿真软件对电路进行仿真, 仿真结果验证了控制器设计的合理性。

关键词: Buck; 小信号分析; PID 补偿; Saber

1. 引言

DC-DC 变换器的作用是进行能量的传递与交换, 为实现能量的传递与交换, 开关变换器由采样网络, 控制器, PWM 环节, 驱动器等控制电路组成系统闭环运行。但该系统是一个离散的非线性系统, 欲建立这个系统的精确数学模型, 国内较为典型的方法有状态空间平均法, 离散时域法等。在上述两类方法之上, 又可分为大信号分析法和小信号分析法。目前由于开关电源技术的不断成熟, 对其动态性能要求越来越高, 这就需要设计出比较好的系统补偿网络, 以满足系统种动态特性的要求。本文采用小信号分析法

进行开关变换器的建模, 搭建了非理想 Buck 直流变换器的模型, 通过对传递函数的求解计算出合理的补偿网络, 最后运用 Saber 进行仿真验证。

2. 非理想 Buck 变换器建模

在大电流开关变换器的建模分析中, 需要考虑开关器件的寄生参数, 如 MOSFET 的开通电阻, 二极管的正向导通电阻以及导通压降, 电感电容的等效串联电阻等。其等效电路如图 1 所示^[1], 其中 MOSFET 等效为一个理想开关 S 和一个开通电阻 R_S , 二极管等效为一个理想开关 D 和压降 V_D 以及串联电阻 R_D , 电

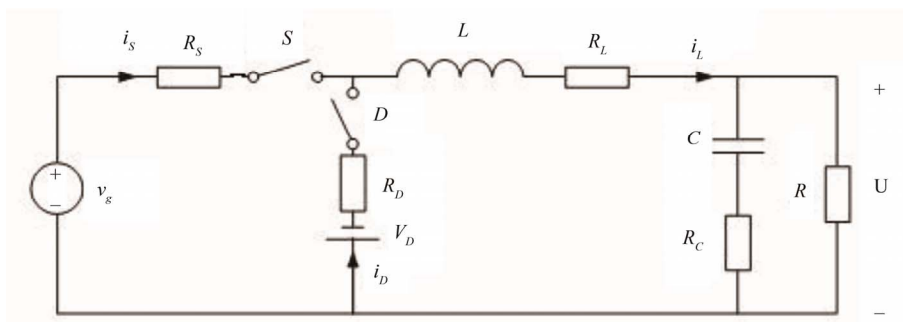


Figure 1. Equivalent circuit of the non-ideal Buck converter
图 1. 非理想 Buck 变换器等效电路

感 L 等效为理想电感和其串联电阻 R_L , 电容等效为理想电容和其等效串联电阻 R_C 。

从图 1 中可以看出,

瞬时电流

$$i_s = \begin{cases} i_L & 0 \leq t \ll dT_s \\ 0 & dT_s \leq t \ll T_s \end{cases} \quad (1-1)$$

瞬时电压

$$u_{cp} = \begin{cases} u_{ap} & 0 \leq t \ll dT_s \\ 0 & dT_s \leq t \ll T_s \end{cases} \quad (1-2)$$

$$\text{平均电流 } \langle i_s(t) \rangle T_s = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_s dt = di_L$$

$$\text{平均电压 } \langle u_{cp}(t) \rangle T_s = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} u_{cp} dt = du_{cp}$$

$$\text{电感电流平均值 } I_L = \frac{I_s}{D} = \frac{U}{R}$$

式中 dT_s 为开关管开通时间, T_s 为开关周期, u_{cp} 为电感 L 输入端与开关 D 之间的电压, u_{ap} 为开关 S 与开关 D 之间的电压。

再将平均寄生元器件折算到电感支路中, 就会得到简化的 Buck 变换器在 CCM (连续导电模式) 下的模型, 如图 2 所示, 其中 $R_E = DR_{on} + (1-D)R_{VD} + R_L$ 。

由前面分析可知平均值为稳态分量和扰动分量之和, 所以可得

$$\begin{cases} u_g = U_g + \hat{u}_g(t) \\ u = U + \hat{u}(t) \\ i_L = I_L + \hat{i}_L(t) \\ d = D + \hat{d}(t) \\ di_L = [D + \hat{d}(t)][I_L + \hat{i}_L(t)] \\ du_{ap} = du_g = [D + \hat{d}(t)][U_g + \hat{u}_g(t)] \end{cases} \quad (1-3)$$

在分析小信号模型时, 我们假设:

$\hat{d}(t) \ll D; \hat{u}(t) \ll U; \hat{i}_L(t) \ll I_L; \hat{u}_g(t) \ll U_g$, 可以得到

$$\begin{cases} di_L = DI_L + I_L \hat{d}(t) + D \hat{i}_L(t) \\ du_{ap} = du_g = DU_g + U_g \hat{d}(t) + D \hat{u}_g(t) \end{cases} \quad (1-4)$$

令式中的稳态分量为 0, 得

$$\begin{cases} di_L = +I_L \hat{d}(t) + D \hat{i}_L(t) \\ du_{ap} = du_g = U_g \hat{d}(t) + D \hat{u}_g(t) \end{cases} \quad (1-5)$$

由图 2 以及式(1-5)就得到了非理想 Buck 变换器在连续电流模式下的交流小信号等效电路, 如图 3。

2. 交流小信号等效电路模型分析

为进一步分析 Buck 变换器的低频动态特性, 将图 3 转化为 s 域等效电路模型^[2,4], 由此我们可以从中推出:

2.1. 输出电压对输入电压的传递函数

$$\begin{aligned} G_{ug}(s) &= \frac{\hat{u}(s)}{\hat{u}_g(s)} \Big|_{\hat{d}(s)=0} \\ &= D \cdot \frac{R // \left(\frac{1}{sC} + Rc \right)}{sL + R_E + \left[R // \left(\frac{1}{sC} + Rc \right) \right]} \end{aligned} \quad (2-1)$$

简化为标准二阶系统, 有

$$G_{ug}(s) = \frac{K_1 \left(1 + \frac{s}{w_{z0}} \right)}{\left(\frac{s}{w_0} \right)^2 + 2\zeta \frac{s}{w_0} + 1} \quad (2-2)$$

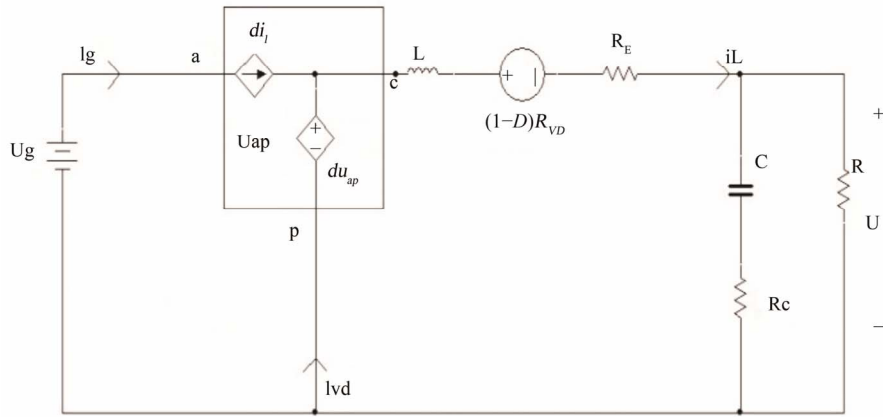


Figure 2. Simplified model of the Buck circuit in CCM
图 2. 简化 buck 变换器在 CCM 下的模型

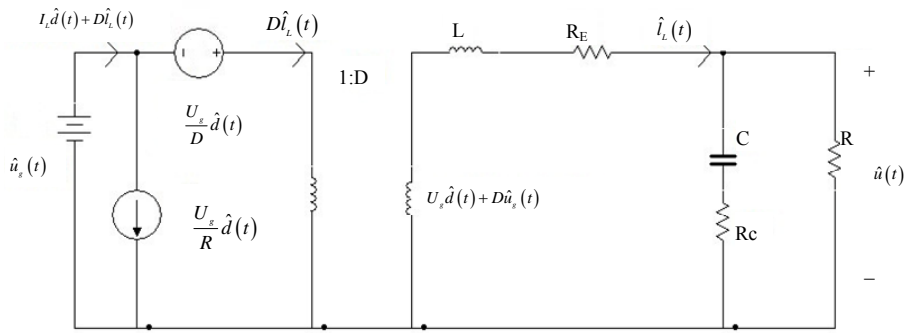


Figure 3. AC small-signal equivalent circuit of the non-ideal Buck Converter in CCM
图 3. 非理想 Buck 变换器在 CCM 下的交流小信号等效电路

由式(2-1)和式(2-2)可得

$$\text{放大倍数: } K_1 = \frac{DR}{R_E + R}$$

$$\text{转角频率: } \omega_0 = \sqrt{\frac{R_E + R}{(R_C + R)LC}}$$

$$\text{阻尼比: } \zeta = \frac{(R_E R + R_C R + R_E R_C)C + L}{2\sqrt{(R_E + R)(R_C + R)LC}}$$

$$\text{品质因数: } Q = \frac{1}{2\zeta}$$

$$\text{零点角频率: } \omega_{z0} = \frac{1}{R_C C}$$

转化为标准形式

$$G_{ud}(s) = \frac{K_2 \left(1 + \frac{s}{\omega_{z0}}\right)}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + 2\zeta \frac{s}{\omega_0} + 1} \quad (2-4)$$

对应后可得

$$K_2 = \frac{U_g R}{R_E + R} \quad (2-5)$$

2.2. 输出电压对控制变量的传递函数

$$G_{ud}(s) = \frac{\hat{u}(s)}{\hat{d}(s)} \Big|_{u_g(s)=0} = U_g \cdot \frac{R // \left(\frac{1}{sC} + R_C\right)}{sL + R_E + \left[R // \left(\frac{1}{sC} + R_C\right)\right]} \quad (2-3)$$

3. Buck 变换器在非理想情况下的仿真与分析

下面以实际 Buck 变换器的例子进行分析。

Buck 变换器主参数：输入电压 $U_g = 16.0 \text{ V}$ ，滤波电容 $C = 600 \text{ uF}$ ；电容的等效串联电阻 $R_C = 7.7 \text{ m}\Omega$ ；电感的等效串联电阻 $R_L = 55.0 \text{ m}\Omega$ ；CCM 模式下动态电感 $L = 42.5 \text{ uH}$ ，负载 $R = 1.0 \text{ }\Omega$ ，输出电压 $U = 5.1 \text{ V}$ ， $f_s = 50 \text{ kHz}$ 。

由第二节交流小信号分析所得公式可知，其控制输出的传递函数

$$G_{ud}(s) = \frac{K_2 \left(1 + \frac{s}{w_{z0}}\right)}{\left(\frac{s}{w_{z0}}\right)^2 + 2\zeta \frac{s}{w_0} + 1} \quad (3-1)$$

$$= \frac{15.238 \left(1 + \frac{s}{2.202 \times 10^5}\right)}{\frac{s^2}{4.086 \times 10^7} + \frac{s}{1.362 \times 10^4} + 1}$$

$$D = \frac{U + R_L I_L}{U_g} = 0.335$$

$$w_{p0} = \sqrt{\frac{R_L + R}{(R_C + R)LC}} = 6.3923 \times 10^3 \text{ rad/s}$$

$$f_{p0} = \frac{w_{p0}}{2\pi} = 1.0174 \text{ kHz}$$

$$w_{z0} = \frac{1}{CR_C} = 2.202 \times 10^5 \text{ rad/s}$$

$$f_{z0} = \frac{w_{p0}}{2\pi} = 35.05 \text{ kHz}$$

$$Q = \frac{1}{2\zeta} = 2.13$$

$$K_2 = \frac{U_g R}{R_E + R} = 15.238$$

3.1. 计算系统开环传递函数

一般电压控制型的开关调节系统框图如图 4 所示。图中的符号定义如下：

参考电压象函数： $\hat{U}_{ref}(s)$ 电压网络的传递函数 $G_C(s)$ 。

误差量象函数： $\hat{U}_e(s)$ 电压补偿网络的输出量象函数 $\hat{U}_c(s)$ 。

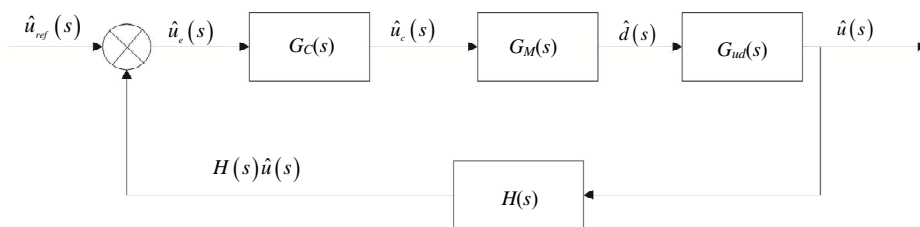


Figure 4. Block diagram of voltage-controlled switching regulator system
图 4. 电压控制型开关调节系统框图

占空比象函数： $\hat{d}(s)$ PWM 的传递函数 $G_M(s)$ 。
输出电压象函数： $\hat{U}(s)$ PWM 中锯齿波的幅值 V_M 。
控制 - 输出的传递函数： $G_{ud}(s)$ 电压采样网络的传递函数 $H(s)$ 。

由图 4 可知，系统的开环传递函数^[5,6]：

$$T(s) = G_C(s) \left(\frac{1}{V_M}\right) G_{ud}(s) H(s)$$

$$= G_C(s) \frac{A_{DC} \left(1 + \frac{s}{w_{z0}}\right)}{\left(\frac{s}{w_{p0}}\right)^2 + \frac{s}{Q_0 w_{p0}} + 1} = G_C(s) G_{udm}(s)$$

式中 $A_{DC} = K_2 G_M(s) H(s)$ 得到 $A_{DC} = 5.44$ 。系统的稳态误差为 $1/(1 + A_{DC}) = 15.33\%$ ，显然不合要求，所以需要设计补偿网络。

3.2 补偿网络的设计

由式(3-1)可知，该 Buck 变换器的控制 - 输出函数有一个零点和两个双重极点，所以采用双极点 - 双零点补偿网络。图 5 为双极点 - 双零点补偿网络的基本电路图。

计算得到加入补偿网络后的开环传递函数的穿越频率是开关频率的 1/6 左右^[7]，为 8.33 kHz，取第一零点频率 700 Hz，第二零点频率 4 kHz，第一极点频率为 35.05 kHz，第二极点频率为 12.50 kHz。

求得双极点 - 双零点补偿网络第一个曲线平坦段

的传递函数为 $G_C(s) \approx \frac{K \left(1 + \frac{s}{w_1}\right)}{s}$ ，幅度的近似表达式

$A_1 = |G_C(jw)| \approx \frac{K}{w_{z1}} = \frac{R_2}{R_1}$ ；第二个曲线平坦段的传递

函数为 $G_C(s) \approx \frac{Ks}{w_{z1}w_{z2} \left(1 + \frac{s}{w_{p1}}\right)}$ ，幅度的近似表达式

$$A_2 = |G_C(j\omega)| \approx \frac{Kw_{p1}}{w_{z1}w_{z2}} = \frac{R_2}{R_3}$$

得： $A_1 = 1.0$, $A_2 = 51.85$ 。

取 $R_1 = 20k\Omega$ ，则 $R_2 = A_1 R_1 = 1 \times 20 = 20k\Omega$ ，

$$R_3 = \frac{R_2}{A_2} = 386\Omega$$

$$C_1 = \frac{1}{2\pi f_c A_1 R_1} = 1nF$$

$$C_2 = \frac{1}{\pi f_{p0} R_2} = 15nF$$

$$C_3 = \frac{1}{\pi f_{p0} R_1} = 15nF$$

所以图 5 中各元件参数取电容

$$C_1 = 1nF, C_2 = 15nF, C_3 = 15nF,$$

$$R_1 = 20k\Omega, R_2 = 20k\Omega, R_3 = 386\Omega$$

3.3. 电路仿真与校验

根据上一节所求参数可得到仿真电路^[5,6]。图 6 为仿真电路图。

可以得到在负载为 1.2Ω 时的输出电压波形和电感电流波形以及驱动波形。

从图 7 中可以看出，电感电流波形与输出电压波形在经历 $5 ms$ 的响应后均稳定输出信号，并且输出电压稳定在 $12 V$ 左右附近，电感电流 $10 A$ 。

从图 8 可以看出，输出电流纹波小于 $0.8 A$ ，在 $10 A$ 左右稳定输出；输出电压纹波同样满足要求，在

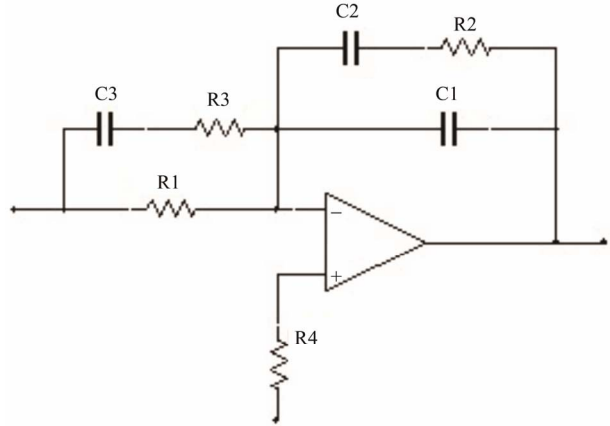


Figure 5. Double pole-zero compensation network
图 5. 双极点-双零点补偿网络

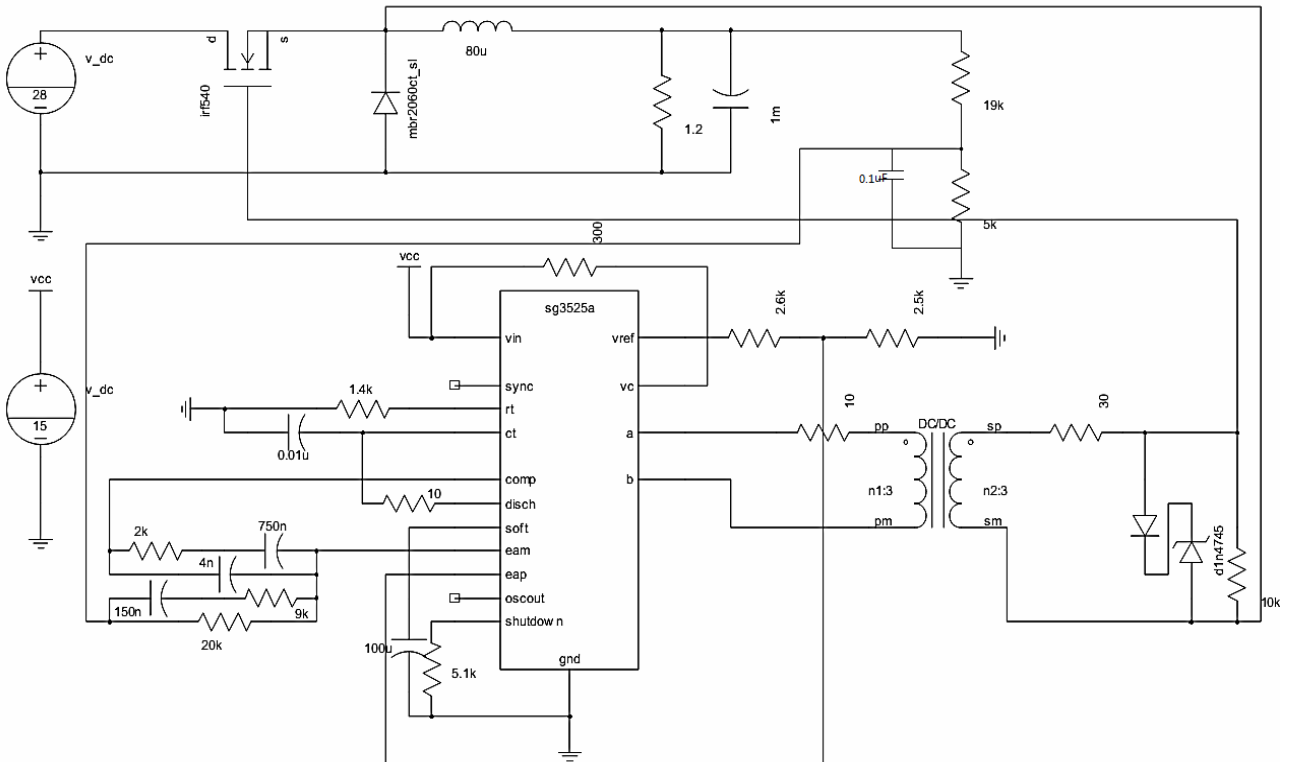


Figure 6. Simulation circuit
图 6. 仿真电路图

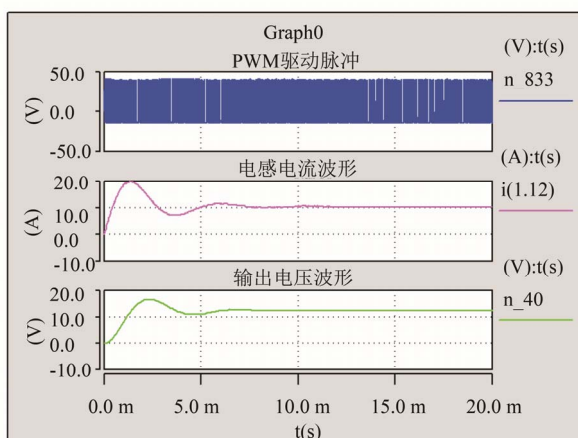


Figure 7. Output waveform of 1.2 ohm
图 7. 负载为 1.2 Ω 时的输出波形

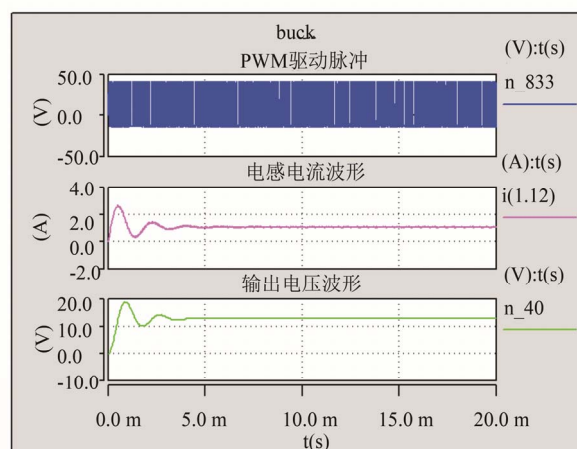


Figure 9. Output waveform of 12 ohm
图 9. 负载为 12 Ω 时的输出波形

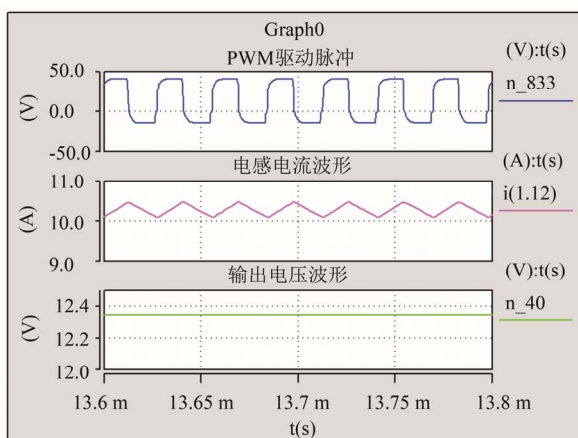


Figure 8. Output waveform of 1.2 ohm at 13.7 ms
图 8. 负载为 1.2 Ω 时在 13.7 ms 处局部放大波形

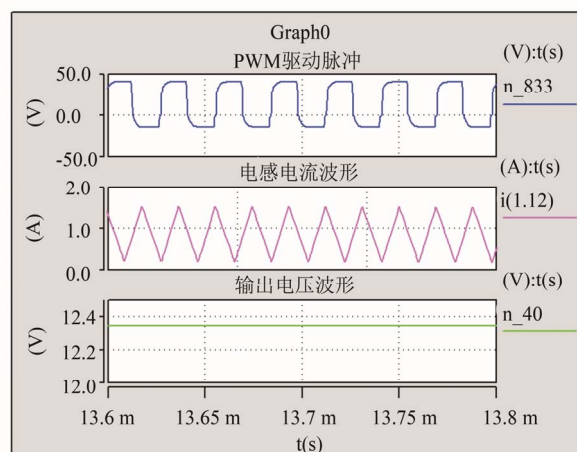


Figure 10. Output waveform of 12 ohm at 13.7 ms
图 10. 负载为 12 Ω 时在 13.7 ms 处局部放大波形

12 V 左右平稳波动，驱动脉冲波形正常。

负载为 12 Ω 时的输出电压波形和电感电流波形以及驱动波形。

由图 9，负载为 12 Ω 时，此时电感电流 1 A，电感电流仍然保持连续，证明所设计的模型依然在连续模式下导电，电感电流经历 5 ms 左右的响应时间后电流稳定在 1 A 左右，电压稳定输出在 12 V。

由图 10 可知，电感电流纹波比负载为 1.2 Ω 时略大，但最小值始终没有经过零点，且电压波形正常，证明模型依然在连续模式下导电，并且电压纹波始终满足要求。

图 11 是负载由 1.2 Ω 变动到 12 Ω 时的波形图。

由图 11 可知，负载突然变动时(10 ms 处)，电压电流波形会有一个明显的抖动，在经历 2 ms 左右的响

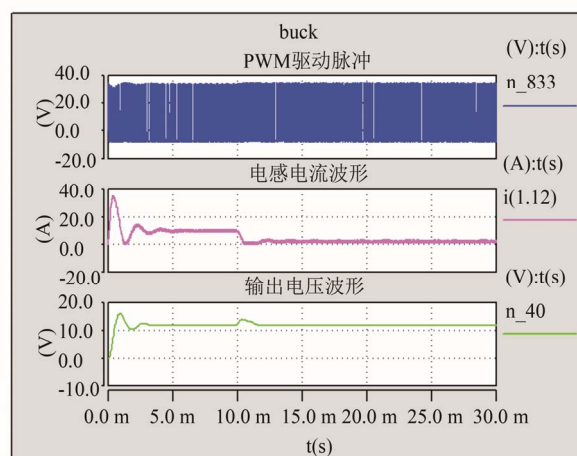


Figure 11. Output waveform of the changing load
图 11. 负载变动时的输出波形

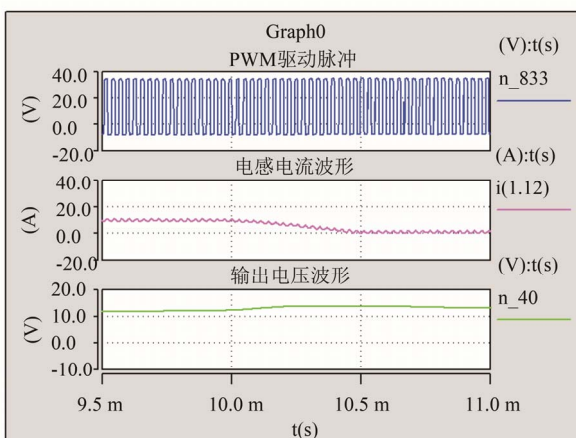


Figure 12. Output waveform of the changing load at 10 ms
图 12. 在负载变动时刻的局部放大波形

应后仍然能够稳定输出，最终趋于稳定，电流波形从稳定的 10 A 降到稳定的 1 A 左右，电压波形在经历 2 ms 的反馈控制后仍然输出稳定的 12 V 电压。

由图 12 可知，电压纹波依然满足要求，电流依然大于零安，电路始终工作在连续导电模式下。

仿真实验结果表明本文建立的根据小信号模型和 Bode 图法来设计补偿网络的方法 Buck DC-DC 开

关变换器系统设计中是可以实施的。

4. 结论

本文主要运用小信号分析法将非理想 Buck 变换器进行换算建模，同时根据模型制作 Saber 仿真电路。在模型中引入补偿网络后，系统的稳态增益以得到保障，并且输出电压趋于稳定。最终验证了本文的分析正确。

参考文献 (References)

- [1] 欧阳长莲. DC-DC 开关变换器的建模分析与研究[D]. 南京航空航天大学, 2004.
- [2] 陈亚爱, 张卫平, 刘元超. 电压控制型开关调节系统的建模仿真与测试[J]. 电测与仪表, 2008, 45(514): 62-66.
- [3] R. W. Erickson, D. Maksimovic. Fundamentals of power electronics. Norwell: Kluwer Academic Publishers, 2001.
- [4] 张卫平. 开关变换器的建模与控制[M]. 北京: 中国电力出版社, 2006.
- [5] 陆治国. 电源的计算机仿真技术[M]. 北京: 科学出版社, 2001: 43-46.
- [6] 宋受俊, 刘景林, 张智慧. Buck 变换器建模及其先进控制方法仿真[J]. 计算机仿真, 2006, 23(3): 294-300.