

# GRAPES模式温度产品误差统计订正方法比较研究

潘睿, 蔡宏珂

成都信息工程大学, 四川 成都

收稿日期: 2022年10月12日; 录用日期: 2022年11月15日; 发布日期: 2022年11月23日

## 摘要

为了提高GRAPES模式下的温度产品的准确性, 本文采用2021年全年GRAPES模式下的温度数据作为预报数据, 欧洲中心的ERA产品作为实况数据, 数据点分布为格点分布。研究区域为 $30.61^{\circ}\text{N}\sim 30.73^{\circ}\text{N}$ ,  $103.78^{\circ}\text{E}\sim 103.90^{\circ}\text{E}$ , 将该范围内的25个网格点上的数据, 按照每1个小时一次的时间间隔, 通过Kriging插值处理预报数据的初值场插值到靠近温江站的格点 $30.7^{\circ}\text{N}$ ,  $103.8^{\circ}\text{E}$ , 得到较为稳定的预报数据后, 运用线性拟合从总体距平值最小的角度分析最为符合预报-实况温度的拟合线; 运用三次样条插值拟合从点与点之间的斜率关系分析最为符合预报和实况温度的拟合线; 还运用神经网络分析训练, 以尽量减小预报温度和实况温度间的异常大的差为目的, 来拟合最符合预报和实况温度的曲线。对于订正结果, 分析对比订正后拟合结果与实际观测数据的残差, 来判定某一订正方法的可信度高低。结果表明: 1) 经过Kriging插值处理过后的初值场, 残差数值大小从整体上已经呈现出小值多, 大值少, 和实况数据较为贴近。2) 三种订正方法的拟合结果, 均比原来Kriging插值的初值场更加贴近实况数据, 残差数值小的区域均数值点更加密集。3) 三种订正方法对比, 三次样条插值拟合的残差数值大的区域有较多的拟合数据点, 尤其是残差超过 $5^{\circ}\text{C}$ 的区域, 容易引起部分时间点, 拟合和实况有较大出入; 线性拟合与神经网络分析训练的拟合结果的残差数值小的区域数据分布均很稀疏, 但是二者对比, 神经网络分析训练的拟合结果, 拟合数据与实况数据的残差分布大半都集中在 $-2^{\circ}\text{C}\sim 2^{\circ}\text{C}$ 的小值区域, 结果与实况大致相同。

## 关键词

GRAPES模式, 温度产品, 线性拟合, 三次样条拟合, 神经网络, 残差评分

## Comparison on Statistical Correction Methods of Temperature Product Error in GRAPES Model

Rui Pan, Hongke Cai

Chengdu University of Information Engineering, Chengdu Sichuan

## Abstract

In order to improve the accuracy of the temperature products under the GRAPES model, this paper uses the temperature data under the GRAPES model for the whole year of 2021 as the forecast data, the ERA product of the European Center as the live data, and the data points are distributed as grid points. The study area is 30.61°N~30.73°N, 103.78°E~103.90°E. The data on the 25 grid points within the range are processed by Kriging interpolation according to the time interval of every 1 hour. The initial value field interpolation of the forecast data to the grid point 30.7°N, 103.8°E near Wenjiang Station, after obtaining relatively stable forecast data, use linear fitting to analyze the fitting line that best fits the forecast and actual temperature from the angle with the smallest overall anomaly value; use cubic spline interpolation. The fitting is based on the slope relationship analysis between the points and the fitting line that best fits the forecast and actual temperature; a neural network is also used to analyze the training, in order to minimize the abnormally large difference between the forecast temperature and the actual temperature, to fit Combine the curve that best matches the forecast and actual temperature. For the correction results, the residuals between the fitting results after correction and the actual observation data are analyzed and compared to determine the reliability of a correction method. The results show that: 1) In the initial value field after Kriging interpolation, the overall residual value has more small values and less large values, which is closer to the real data. 2) The fitting results of the three correction methods are all closer to the real data than the original Kriging interpolation initial value field, and the mean value points in the area with small residual values are denser. 3) Compared with the three correction methods, the area with large residual value of cubic spline interpolation fitting has more fitting data points, especially the area with residual error exceeding 5°C, which is easy to cause some time points, fitting and there is a big discrepancy between the actual situation; the data distribution in the area where the residual value of the fitting result of the linear fitting and the neural network analysis training is small is very sparse, but the comparison between the two, the fitting result of the neural network analysis training, the fitting data and the actual data are very sparse. Most of the residual distribution of the data is concentrated in the small value region of -2°C to 2°C. The results are much the same as the actual situation.

## Keywords

GRAPES Model, Temperature Product, Linear Fit, Cubic Spline Fit, Neural Network, Residual Score

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

### 1.1. 研究背景

温度产品一直以来都在不断追求预报精确度的提高, 包括长时效预报和短时效的预报, 用各种订正方法作用于不同的模式, 寻求最契合实况的预报方式。随着科学的不断发展, 气象预报技术的不断升级, 温度预报的准确性也在逐渐提高。尤其是近年来, 随着人工智能, 机器深度学习等一系列新兴技术兴起后, 都被融入到属于预报的工作中[1] [2], 类似分类回归, 随机森林等机器学习方法被融入雷达观测的降

雨预报之中, 亦或者基于神经网络分析训练的订正方法诸如卷积神经网络、递归神经网络, 对抗神经网络等, 通过深度学习精细化预报效果。但是无论如何精细化, 仍然与实况温度存在着误差[1] [3] [4], 以 GRAPES 模式为例, 就去年 2021 年全年预报温度与实况温度对比, 温江站地区的预报温度和实况温度最大残差可达 7℃ 以上, 对此, 本文试图寻求订正方法。

对于 GRAPES 存在的观测异常亦或者运行失常的情况, 现有研究显示[5] [6], 主要原因集中在两种情况: 1) T213 的资料没有收集全, 由于 GRAPES 模式下不同时刻和不同的等压面均有文件, 所以大量的数据文件, 容易导致资料缺失, 弥补该问题的插值补齐方法难以应对最后一个资料缺失的情况, 进而导致 GRAPES 模式运行失常。2) 异常停止了三维变分同化模块, 未曾生成分析场; 亦或者在主模块的积分过程中异常停滞, 导致没有生成全面的预报结果。

对于 GRAPES 预报模式的预报偏差, 目前现存的基于个别站点的订正方法有空间局限性, 而选择基于格点进行分析, 则有较好的普遍性和参考价值。除了模式本身存在的缺陷, 初值场的不确定性也会导致数值模式预报存在误差对于以上两点存在的问题, 选用合理的插值算法对初值场减小误差, 再利用误差订正技术对数值预报产品进行解释应用, 可以有效地提高预报数据的准确度。

## 1.2. 研究现状

目前, GRAPES\_Meso 和 SCMOC 均为气象预报提供了参考模式, 其中, 全球中期数值预报系统 (GRAPES-GFS) 和区域中尺度预报系统 (GRAPES-MESO) 为我国具有独立知识产权的数值天气预报业务系统。在此基础上开发的 GRAPES 全球和区域台风预报系统、海浪预报系统、集合预报系统以及环境模式, 可为气象防灾减灾及行业用户提供重要支撑。GRAPES\_Meso 自 2006 年投入运行以来, 在科技水平不断提高的过程中, 其时空分辨率和预报水平也得到了很大的提高[7], 但是其预报温度与实况温度相比总体而言呈现偏高的状态, 需要采用合理的订正方法对其预报精确度进行提升[8]。

现有的订正算法中, 一元线性拟合订正算法[9] [10], 是在最小二乘法的基础上, 以追求总体上最佳距平值的为前题, 寻求最佳的拟合函数[11]。但是在实际情况下, 线性拟合的状态是一个理想化的状态, 粗略地将自变量与因变量之间的变化看作是线性变化容易造成拟合结果有极大的误差, 最终导致部分异常大值的出现, 尤其是在气象数据中, 初值场本身就有较大的不稳定性。因此考虑使用样条拟合, 三次样条拟合是在原有的数据关系基础上, 对自变量定义域进行重新划分, 除去异常值重新拟合函数, 在保证拟合结果的方差的基础上, 也能估计到自变量与因变量之间的非线性关系。

不过在实际操作过程中, 三次样条拟合应对较小的自变量函数区域上, 极多的数值点时, 很难做到拟合函数拟合效果好的基础上, 仍能保持拟合函数的光滑, 对此, 便不得不舍弃部分数值点[12]。本文采用的数据, 在 -1℃~33℃ 的范围内共有 8760 个数值点, 故简单地使用三次样条拟合极易造成大量数据点丢失[13], 最终本文选择在第一遍对预报数据做完拟合曲线后, 设置隐藏层计算方式[14], 参考现行的诸多优秀订正算法如: 最优集合预报订正方法[15], 一元线性回归法, 卡尔曼滤波法[8], MOS 神经网络分析训练, 对拟合曲线进一步进行神经网络分析训练, 弥补其中的数据损失值, 尽可能提高最终的订正算法的可信度。

## 1.3. 研究意义

温度产品的预报误差, 会极大地影响人民群众的生活质量, 进而会使人们质疑气象预报的可信性。同时温度产品还影响各行各业, 其中尤其是精细化的工作, 如: 火箭发射, 大型会议召开。针对性的观测探查, 这些工作均对温度产品的精确度有着极高的要求。因此, 对现有的 GRAPES 模式下的温度产品进行合理的订正, 以提高其精确度, 是当前诸多实际工程的现实需求。与此同时, 每一次对预报温度精确度的改善提高, 都是气象预报发展的一份助力, 寻求更优的订正方法, 是对于提高我国气象预报精确度做出一份贡献。

气候序列中个别时间段亦或者个别等压面上由于非自然原因造成的系统偏差, 诸如包括台站迁移、观测规则、观测仪器改变、卫星更替等。这些因素可能会导致误报气候变化或其影响的定量评估, 也会影响气候变化的原因探索。均一化即检测和校订时间序列中的非均一性, 所谓非均一性, 即认为两段数据之间的统计特征不一致了, 比如均值和方差误差很大。几乎所有长期气象观测序列都混杂有多种非均一性, 难以通过特定物理校订进行全面的均一化。由于上述原因, 导致风速的观测值明显减小, 造成资料的非均一性。为了使得较长时间段的风速资料保持统一, 通过均一性订正, 能去除城市化的影响。

现有的气象预报数据订正方法普遍以一元线性回归拟合为主, 该订正算法有效避免了预报温度在长期预报时的不稳定的影响。但是在短期预报中, 线性拟合订正算法容易舍弃部分数据, 最终导致拟合结果在部分时间段有异常大的残差。针对此情况, 本文考虑了三次样条拟合, 对拟合结果做神经网络分析训练, 进一步减少部分时间点, 异常大残差给气象预报带来的误差。

## 2. 资料和方法

### 2.1. 数据资料

本文中, 预报数据采用的是 GRAPES 模式下的 `grib` 文件资料, 这些温度产品的是 GRAPES\_MESO 区域集合预报业务系统产生的东亚区域模式预报产品。模式产品空间分辨率 10 km, 时间分辨率 3 小时。预报时效最高 72 小时, 要素包括气压、位势高度、温度、假相当位温、温度露点差、风的  $u$ 、 $v$  分量、垂直速度、相对湿度、降水量、水汽通量、水汽通量散度等。数据资料每天发 0 和 12 时次。采用 `grib` 文件, 因为是基于格点分布, 有效地提高了预报数据的普适性。

GRAPES\_MESO 中国及周边区域数值预报产品, 主要针对的是东亚地区的气候数据观测, 实时预报。自 2015 年 12 月 29 日开始获取数据至今, 更新频率为 1 天 2 次。资料来源于中国气象局数值预报中心 GRAPES 区域集合预报系统。该模式对于强降水等强天气过程具有一定的预报能力, 特别是高时空分辨率的产品能够在一定程度上较好地描述过程的发生发展。

采用的实况数据为 ERA5 数据文件, ERA5 是欧洲天气预报中心的最新产品。ERA-Interim 是再分析数据, 其中提供有提供两套数据, 一个是同化分析数据, 一个是预报数据。

同化分析数据, 以 6 小时的时间间隔, 每 12 小时循环一次。例如, 0、6、12 和 18UTC 分别产生一天四次的的数据, 而事实上, 同化分析数据在 12UTC 时做过一次误差校正。

再分析数据是通过对各种来源(地面、船舶、无线电探空、测风气球、飞机、卫星等)的观测资料进行质量控制和同化处理, 而获得了一套完整的再分析资料集, 与观测资料相似度较高。

### 2.2. 研究方法

本文主要采用残差来评价订正方法的可信度, 首先是原始数据经过 Kriging 插值后的温度与实况温度的残差, 在随后的订正方法中, 分别有线性拟合[16], 三次样条拟合, 神经网络分析后的订正值与实况的残差, 选取残差总体较小, 过大异常值少的方法作为更优的订正算法。

三种订正方法的参数如下:

1) 线性拟合的斜率  $k$  以及截距  $b$ , 均依赖于距平值分布确定最契合所有点的曲线。对于自变量  $x$  和因变量  $y$  的函数关系  $y = kx + b$ , 当该函数是为关于  $b$  的线性函数时, 称这种拟合方法为线性拟合[17] [18]。本文中的线性拟合选用基于距平值确定斜率和截距的方法。

最终结果的评估参数有总体平方和(SST, 用于评价整体距平值)和误差平方和 SSE, 二者之差是回归平方和(SSR), 拟合优度( $R^2$ )综合体现 SSR 和 SST。 $R^2$ 越接近 1, 意味效果越好, 拟合数据更接近于实况。

2) 三次样条拟合, 是对于原有的数据点, 进行一次、二次、三次拟合确定各点间的曲线, 然后对自变量区间重新划分, 最终呈现出最合适的拟合曲线且曲线凹凸性无突变[19] [20] [21]。本文中较小的自变量范围内(-1.4℃~34.7℃)有大量的数据点(8760 个), 该因素可能是导致最终拟合误差较大的因素。3) 在神经网络分析训练中, 根据输入数据中的重要性(赋予权重), 通过激活函数后进行拟合。输入值、权重和激活函数会产生不同的影响[22]。

本文采用的是前向神经网络, 通过对单个神经元的输入层数据进行训练, 拟合出最佳的曲线[23]。选用多层感知器, 设有一层隐藏层(SDG 算法), 针对输入数据, 先进行线性的训练, 再拟合部分异常值, 尽可能确保最终拟合结果在整体上没有过分异常的数据, 而后呈现出较符合实况数据的拟合数据。

3) 评分标准, 本文中采用的温度预报温度评分标准公式为:

预报准确率:

$$TT_K = \frac{N_{r_k}}{N_{f_k}} * 100\% \quad (1)$$

其中,  $F_i$  表示站点的预报温度,  $O_i$  表示站点的实况温度,  $K$  为 1, 2, 分别指代预报温度与实况温度的差值小于 1℃或 2℃, 这就是本文中展现订正方法拟合水平高低的残差值, 将作为评分体现各个订正方法的优劣,  $N_{r_k}$  表示预报准确的次数,  $N_{f_k}$  表示预报总次数。

### 3. 三种订正方法的拟合结果

本文采用的线性拟合方法的拟合公式为:

$$\text{拟合数据} = 0.805 * \text{预报数据} + 1.565 \quad (2)$$

由此最终确定的  $R^2$  为 0.7 左右, 误差较小, 该订正方法可以有效提高预报数据与实况数据的拟合程度。

而本文中的神经网络训练拟合分为两步, 第一步做 3000 次线性训练; 第二步做(5000 次)精细化拟合训练, 尽可能保证其曲率光滑。对应的数据损失函数如图 1。

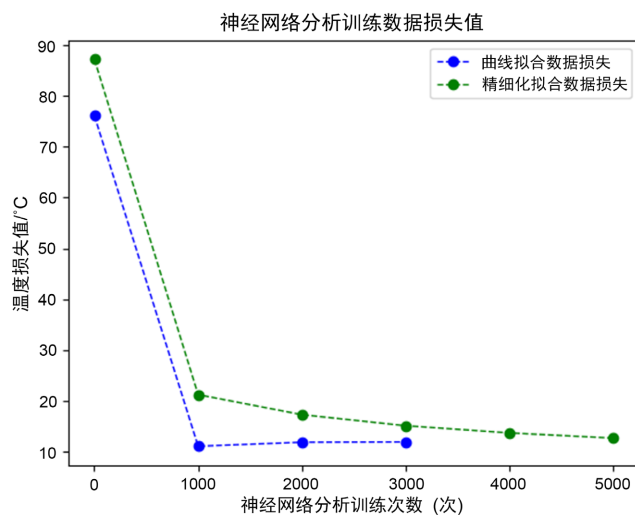


Figure 1. Training process of neural network

图 1. 神经网络训练过程

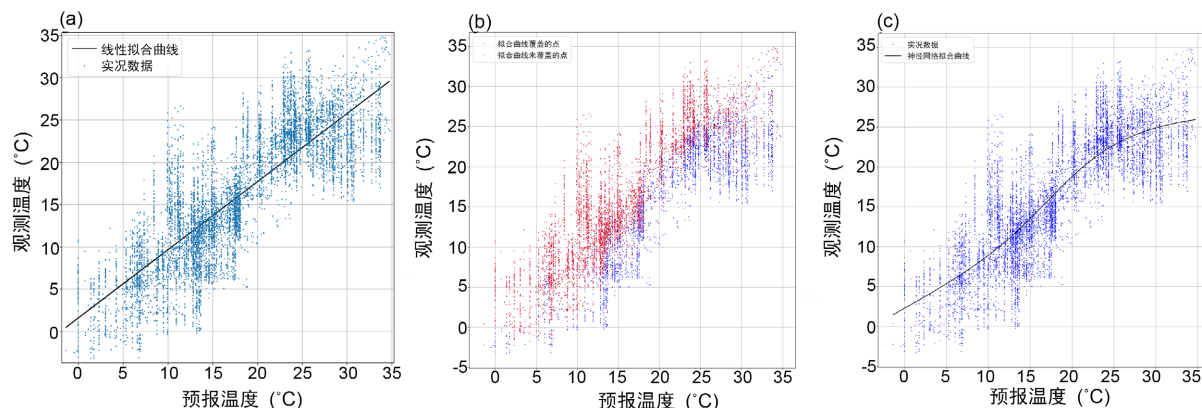
#### 3.1. 不同订正方法的拟合曲线和实况分布

如图 2(a)所示, 为了拟合距平的最佳曲线, 线性拟合会舍弃部分点, 出现与实况残差数值较大的点。

其中, 实况数据整体分布于拟合曲线两侧, 且靠近拟合曲线, 实况数据亦为分布密集区, 但有少量的零星实况数据点较为离散。

受限于预报数据中, 在 $-1.4^{\circ}\text{C}\sim 34.7^{\circ}\text{C}$ 的范围中, 为了拟合效果, 仅选择一次样条。样条拟合曲线与实况数据分布如图 2(b)所示。样条拟合曲线并未覆盖的点主要是低的观测温度或预报温度比观测值低, 即三次样条拟合在高温区域的拟合效果较差。

与线性拟合和三次样条拟合相比, 神经网络分析训练后拟合曲线(图 2(c))的曲率变化, 更加贴近实况数据分布的密集区, 在线性训练基础上的进一步拟合, 大大提高了拟合曲线的拟合效果。

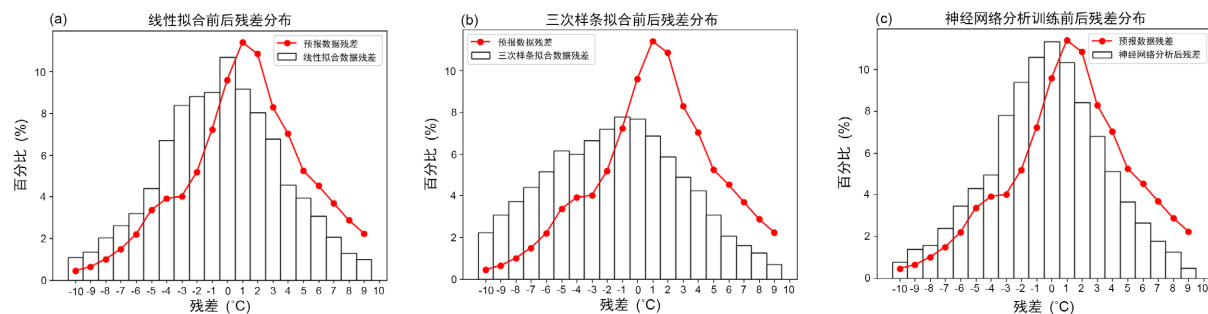


**Figure 2.** The curve of (a) Linear fitting, (b) Spline fitting, (c) Neural network fitting and live data distribution

**图 2.** (a) 线性拟合、(b) 样条拟合和(c) 神经网络训练拟合的曲线与实况数据分布

### 3.2. 不同订正方法的残差分布图

经过线性拟合后(图 3(a)), 拟合数据残差的主要分布, 集中于 $-3^{\circ}\text{C}\sim 3^{\circ}\text{C}$ 这一区间, 相比起原先的插值数据仅有 $1^{\circ}\text{C}\sim 2^{\circ}\text{C}$ 这一区间分布较为密集; 整体上拟合数据都更加贴近实况, 能有效提升实际的预报效果。样条拟合后的残差分布(图 3(b)), 聚集在 $0^{\circ}\text{C}$ 附近, 即多数实况 - 预报数据点的残差较小; 但因数据损失, 残差异常大值也增多。神经网络分析(图 3(c)), 在线性训练后进行再拟合, 故不仅确保了残差主要分布在 $0^{\circ}\text{C}$ 附近, 也有效规避了异常大值的出现。



**Figure 3.** Residual distribution of (a) Linear fitting, (b) Spline fitting, (c) Neural network fitting

**图 3.** (a) 线性拟合、(b) 样条拟合和(c) 神经网络训练拟合的残差分布

## 4. 比较各种订正方法的优劣

### 4.1. 订正前后残差对比

线性拟合和三次样条拟合订正后残差对比情况如图 4 所示, 横坐标为预报数据与实况数据的残差,

纵坐标为拟合数据与实况数据的残差。

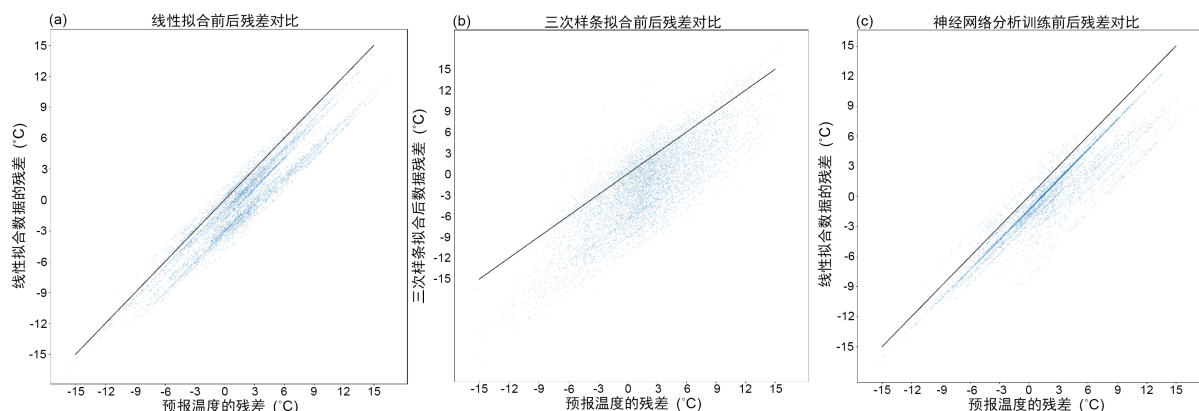


Figure 4. Residual of (a) Linear fitting, (b) Spline fitting, (c) Neural network fitting

图 4. (a) 线性拟合、(b) 样条拟合和(c) 神经网络训练拟合的残差

残差点均在线性拟合三次样条的正比例函数线下，整体残差减小，即预报效果有所提升。但是不同在于：1，线性拟合后，残差点集中在 0°C 附近，向两边逐渐稀疏，即残差值较小。而三次样条函数拟合后，部分残差点在 ±15°C 外，引起预报误差；2，在线性拟合中，残差增大的点集中在 0°C 附近，订正引入的误差不明显。但三次样条拟合，订正后残差增幅 3°C~5°C，引起更大误差。故线性拟合优于三次样条拟合。

由图 4 可以发现线性拟合后，残差从正比例函数曲线下移长度不等，分布较乱，但是神经网络分析训练后，残差点密集线集中在正比例函数曲线向下 1°C 左右，即神经网络分析训练订正后的效果比较统一，订正效果较为稳定。

#### 4.2. 残差分布

如前文所述，线性拟合，三次样条拟合，神经网络训练分析均在原预报函数的基础上，有效地将残差分布的密集区向 0°C 附近聚集，如图 5 所示，三者对于数据订正均为有效且有不足。

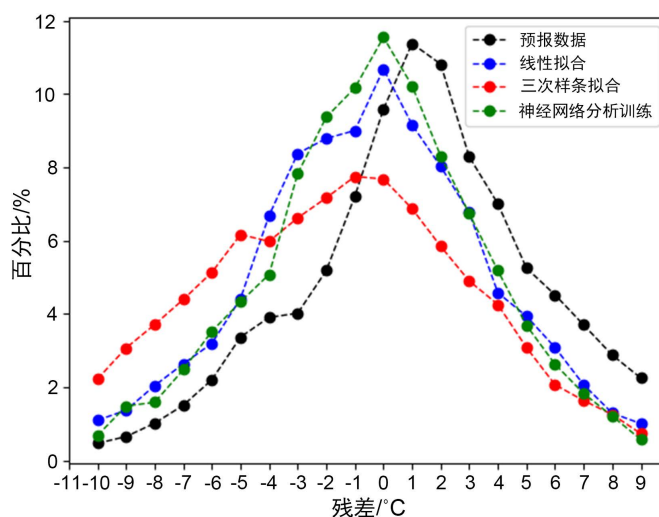


Figure 5. Comparison of three correction methods and residual distribution of original forecast data

图 5. 三种订正方法及原预报数据的残差分布对比

图 5 中, 三种订正方法均为残差较小的区域拟合值点密集, 其中神经网络分析的小残差占比最高, 在 $-2^{\circ}\text{C}\sim 2^{\circ}\text{C}$ 的残差区间内, 每个小区间值点占比均比线性拟合高 2~3 个百分点, 这意味着神经网络训练的拟合结果整体上以残差小值为主, 极为贴近实际数据。同时, 注意到在残差大值区域, 尤其是在残差超过 $-5^{\circ}\text{C}$ 的几个小区间内, 容易因拟合引入其他误差。

三次样条拟合残差分布较为扁平,

相比起原来预报数据的残差(黑色点虚线), 残差分布的最密集区从 $1^{\circ}\text{C}\sim 3^{\circ}\text{C}$ 转移到了 $-1^{\circ}\text{C}\sim 2^{\circ}\text{C}$ , 意味着整体上残差数值变小了, 三个订正方法均为有效, 但神经网络分析最佳。

对此, 令 $-2^{\circ}\text{C}\sim 2^{\circ}\text{C}$ 区间为残差小值区,  $T \leq -5^{\circ}\text{C}$ 或 $T \geq 5^{\circ}\text{C}$ 的区间为残差大值区间, 三种订正方法的各自占比如表 1 所示。

**Table 1.** Proportion of small residual error and large residual error in the three correction methods

**表 1.** 三种订正方法中残差小值, 大值占比

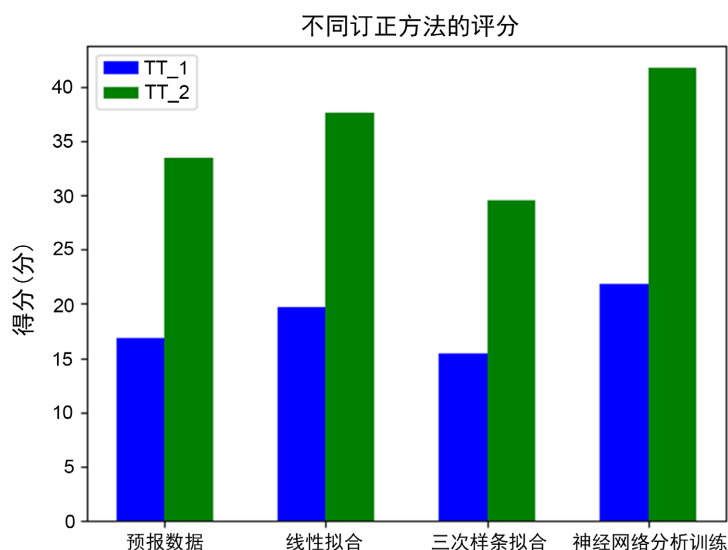
参数 \ 订正方法	线性拟合	三次样条拟合	神经网络分析训练
残差小值占比/%	0.457	0.353	0.496
残差大值占比/%	0.261	0.334	0.239

神经网络分析训练的残差小值占比最高, 残差大值占比最低, 故神经网络分析训练的订正效果更佳。

### 4.3. 评分效果

在采用了与实况残差 $1^{\circ}\text{C}$ ,  $2^{\circ}\text{C}$ 的评分标准后, 原插值数据的评分以及三种订正方法的评分如图 6 所示, 评分结果见表 2。

经过订正后, 线性拟合与神经网络分析训练的评分均提高, 但由于三次样条拟合在面对较小的自变量范围内大量的数据点时, 容易因为自变量的变化趋势迅速改变, 引起三次样条拟合数据遗失过多,  $TT_1$ 评分有所降低。



**Figure 6.** Scoring results of each revised algorithm

**图 6.** 各个订正算法评分结果



**Table 2.** Specific scoring data of each revised algorithm  
**表 2.** 各个订正算法具体评分数据

订正方法 评分标准	预报数据	线性拟合	三次样条拟合	神经网络分析训练
TT <sub>1</sub>	16.8%	19.7%	15.4%	21.8%
TT <sub>2</sub>	33.4%	37.6%	29.5%	41.7%

本次实验中, 与实况观测数据, 通过 TT<sub>1</sub> 和 TT<sub>2</sub> 综合评分对比, 神经网络分析训练的订正效果更佳, 拟合后的数据更为贴近实际数据。

## 5. 结论

总结全文, 本文中采用的数据是针对具体地温江站附近, 2021 年全年的温度数据, 故结果是在一个较小的范围内, 分析的数据量较大。三次样条拟合显然在三种订正方法中效果最差, 这主要是因为三次样条拟合对于大量数据点之间迅速的变化率改变难以有效适应, 导致过多的数据点遗失, 最终拟合效果甚至比之 Kriging 插值后的预报数据尚且不足。

而线性拟合与神经网络分析训练两种订正算法。线性拟合是在兼顾整体的方差, 采用了线性回归, 确实能提高整体的预报准确率, 但是因为初值场本身变化、部分范围内数据分布分散, 导致线性拟合的拟合效果差异较大。神经网络分析训练进一步能提升效果, 均匀地减小残差数值, 方便了预报实际操作。同时, 神经网络分析训练很大程度上拟合了预报数据中的异常值, 最终残差的大值极少, 近半数偏差在  $\pm 2^{\circ}\text{C}$  以内, 提升了预报准确度。故神经网络分析训练有效提升 GRAPES 模式的预报准确率。

## 参考文献

- [1] 陈静, 李晓莉. GRAPES 全球/区域集合预报系统 10 年发展回顾及展望[J]. 气象科技进展, 2020, 10(2): 9-18+29.
- [2] 张延彪, 陈明轩, 韩雷, 宋林焯, 杨璐. 数值天气预报多要素深度学习融合订正方法[J]. 气象学报, 2022, 80(1): 153-167.
- [3] 陈德辉, 薛纪善, 杨学胜, 等. GRAPES 新一代全球/区域多尺度统一数值预报模式总体设计研究[J]. 科学通报, 2008(20): 2396-2407.
- [4] 黄丽萍, 陈德辉, 邓莲堂, 等. GRAPES\_Meso V4.0 主要技术改进和预报效果检验[J]. 应用气象学报, 2017, 28(1): 25-37.
- [5] 吴晶, 李照荣, 颜鹏程, 等. 西北四省(区)GRAPES 模式降水预报的定量评估[J]. 气象, 2020, 46(3): 346-356.
- [6] 张利红, 陈静. GRAPES 模式业务运行中出现的问题及成因分析[J]. 四川气象, 2007(4): 5-6+11.
- [7] 郑晓辉, 徐国强, 贾丽红, 等. GRAPES\_Meso 区域模式积云计算方案引进及预报效果检验[J]. 大气科学, 2016, 40(5): 907-919.
- [8] 杨璐, 宋林焯, 荆浩, 等. 复杂地形下高精度风场融合预报订正技术在冬奥会赛区风速预报中的应用研究[J]. 气象, 2022, 48(2): 162-176.
- [9] 梁英, 杨含, 李强, 等. 基于线性规划和带重节点三次样条的 Lorenz 曲线逼近方法[J]. 统计与决策, 2019, 35(7): 9-12.
- [10] 王丹, 王建鹏, 白庆梅, 等. 递减平均法与一元线性回归法对 ECMWF 温度预报订正能力对比[J]. 气象, 2019, 45(9): 1310-1321.
- [11] 张继龙, 甄蜀春, 曹鹏, 等. 实验数据的曲线拟合方法及其应用[J]. 测试技术学报, 2003(3): 255-257.
- [12] 高晓, 杨志强, 库新勃, 等. 基于三次样条插值实现无人机高动态运动轨迹插值[J]. 全球定位系统, 2020, 45(1): 37-42.
- [13] 冀东丽. 基于三次样条趋势滤波和知识指导的大规模不等长时序族聚类[J]. 山东师范大学学报(自然科学版), 2019, 34(2): 193-202.

- 
- [14] 吴启树, 韩美, 郭弘, 等. MOS 温度预报中最优训练期方案[J]. 应用气象学报, 2016, 27(4): 426-434.
- [15] 郝翠, 张迎新, 王在文, 等. DELLE MONACHE Luca 最优集合预报订正方法在客观温度预报中的应用[J]. 气象, 2019, 45(8): 1085-1092.
- [16] Boeing, G. (2016) Visual Analysis of Nonlinear Dynamical Systems: Chaos, Fractals, Self-Similarity and the Limits of Prediction. *System*, **4**, 37-54. <https://doi.org/10.3390/systems4040037>
- [17] Iosa, M., Cereatti, A., Merlo, A., *et al.* (2014) Assessment of Waveform Similarity in Clinical Gait Data: The Linear Fit Method. *BioMed Research International*, **2014**, Article ID: 214156. <https://doi.org/10.1155/2014/214156>
- [18] Vogels, J., Tas, A.C., Venekamp, J., *et al.* (1996) Partial Linear Fit: A New NMR Spectroscopy Preprocessing Tool for Pattern Recognition Applications. *Journal of Chemometrics*, **10**, 425-438. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1099-128X\(199609\)10:5/6<425::AID-CEM442>3.0.CO;2-S](https://doi.org/10.1002/(SICI)1099-128X(199609)10:5/6<425::AID-CEM442>3.0.CO;2-S)
- [19] 柴果, 王天军. 非线性常微分方程边值问题的三次样条解[J]. 黑龙江大学自然科学学报, 2017, 34(5): 544-548.
- [20] 陈为政, 彭来湖, 唐麒麟. 基于三次样条拟合模型的喷雾加油装置油位检测算法改进[J]. 软件工程, 2022, 25(4): 48-53.
- [21] Tjahjowidodo, T., Dung, V.T. and Han, M.L. (2015) A Fast Non-Uniform Knots Placement Method for B-spline Fitting. 2015 *IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)*, Busan, 7-11 July 2015, 1490-1495. <https://doi.org/10.1109/AIM.2015.7222752>
- [22] Sarle, W.S. (1994) Neural Networks and Statistical Models.
- [23] Tong, Y., Yu, L., Li, S., *et al.* (2021) Polynomial Fitting Algorithm Based on Neural Network. *ASP Transactions on Pattern Recognition and Intelligent Systems*, **1**, 32-39. <https://doi.org/10.52810/TPRIS.2021.100019>