

Optimizing Rail Program under the Maximum Satisfaction of Corporation and Passenger

Xuan Li, Xin Zhang

School of Transfer and Transportation, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou
Email: lixuan1127@163.com

Received: Jul. 8th, 2014; revised: Aug. 8th, 2014; accepted: Aug. 17th, 2014

Copyright © 2014 by authors and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).
<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

Abstract

When MTR Corporation is in the preparation of train plan, it is difficult to take into account the company's interests and the interests of society [1]. This paper builds an optimization model of the subway train dispatching scheme which is based on the benefit of subway company and passengers' satisfaction maximization. Firstly, this research takes the certain social benefit and economic benefit as the prerequisite and sets the ideal departure interval time. Then we get the train departure schedule. Also this paper provides the suggestions for the process of acquisition operation data. Secondly, it uses the analytic hierarchy process to calculate weight of the different influencing factors, and uses fuzzy mathematics to fit the calculated data. Finally, it gives an example to validate the feasibility of the model.

Keywords

Urban Rail Transit, Train Scheduling Scheme, Fuzzy Optimization Method, Hierarchical Analysis, Satisfaction

基于地铁公司和乘客满意度最大化的轨道交通列车开行优化方案

李 轩, 张 鑫

兰州交通大学交通运输学院，兰州
Email: lixuan1127@163.com

收稿日期：2014年7月8日；修回日期：2014年8月8日；录用日期：2014年8月17日

摘要

地铁公司在编制列车开行方案时，很难同时兼顾到公司自身利益与社会利益[1]。基于此，本文建立了基于地铁公司效益和乘客满意度最大化的地铁列车调度方案优化模型。文章首先以地铁公司获得一定社会效益和最大经济效益为前提，设定了理想发车间隔，得出了列车发车时刻表，对采集运营数据的过程提供了建议。其次，使用层次分析法计算不同影响因素的权重，并利用模糊数学的方法对计算数据进行拟合。最后，通过实例验证了该模型的可行性。

关键词

城市轨道交通，列车调度方案，模糊优化法，层次分析，满意度

1. 问题的提出

1.1. 线路构成

对于 1 条城市轨道交通线路，有 n 个车站，双线，列车从车辆段出发的方向为上行方向反之为下行方向。从始发站 1 开始沿上行方向环形逆转到下行方向，依次标记为车站 2, 3, ..., $n, n+1, 2n-1$ ，直至逆向终点站 $2n$ 。以下用 k 标记车站。实际上，车站 1 与 $2n$ ，2 与 $2n-1$ ， n 与 $n+1$ 分别具有相同的名称，但为了方便起见，本文仍按 2 个不同的车站区分它们[2]。

1.2. 列车运行特性

根据国内外城市轨道交通运营实践，不失一般性，做如下设定。轨道列车采用 2 站式的长交路运行，即始发站 1 为车辆段所在站，车站 n 为列车折返站；所有列车的编成辆数一致，即列车具有相同的载客能力，用 C 表示每列车的标准载客人数；列车运行速度恒定，即所有列车在同一区间内运行时间相同，用 V 表示列车的速度。

2. 符号约定

a_{ijk} ：上行或下行第 j 时段第 k 站上车人数。

b_{ijk} ：上行或下行第 j 时段第 k 站下车人数。

l_{ij} ：上行或下行第 j 时段最大客容量。

k_{ij} ：上行或下行第 j 段平均载客量。

N ：日所需总车次。

c_{ij} ：上行或下行第 j 时段的车次。

s_{ij} ：上行或下行第 j 时段平均发车时差。

p_{ij} ：上行或下行第 j 时段平均载客量。

t_{ij} ：上行或下行的平均发车时间间隔。

m_{gi} : 上行或下行时地铁公司日平均满意度。

m_{ci} : 上行或下行时乘客整体日平均满意度。

m_{gij} : 上行或下行时地铁公司各时段的满意度。

m_{cij} : 上行或下行时乘客各时段的满意度。

Q : 日所需列车数。

当 $i=1$: 表示为上行运动 ($1 \leq k \leq n$); 当 $i=2$: 表示为下行运动 ($n+1 \leq k \leq 2n$)。

3. 问题的分析

轨道列车调度问题的难点是要同时考虑到市民出行状况、提高地铁公司的经济和社会效益等诸多因素。如果仅考虑提高地铁公司的经济效益, 则只要提高轨道列车的满载率, 运用数据分析法可以方便地给出它的最佳调度方案; 如果仅考虑方便乘客出行, 只要在保证列车安全的情况下增加列车的发车次数, 运用统计方法同样可以方便地给出它的最佳调度方案[3]。显然这两种方案是对立的。于是我们将这种情况分成两个方面, 分别考虑: 1) 地铁公司的经济效益, 记为 M_g ; 公司的满意度; 2) 乘客的等待时间和乘车的舒适度, 记为 M_c : 乘客的满意度。

地铁公司的满意度取决于每一趟列车的满载率[4], 且满载率越高, 地铁公司的满意度越高; 乘客的满意度取决于乘客等待的时间和乘车的舒适度, 而乘客等待时间取决于列车的发车频率, 发车频率越高等待时间越少, 满意度越高; 乘客的舒适度取决于是否超载, 超载人数越少, 乘客越满意[5]。很明显, 地铁公司的满意度与乘客的满意度相互矛盾, 所以我们需要在这两个因素中找出一个合理的匹配关系, 使得双方的满意度达到最好。

4. 基本假设

- 1) 轨道列车在运营过程中, 不考虑天窗修以及因意外情况的发生而影响列车运行的情况。
- 2) 轨道列车: 发车间隔取整分钟, 到达终点站后调头变为始发车。
- 3) 乘客: 在每时段内到达车站的人数可看做是负指数分布, 乘客乘车时按照先到先乘车的原则, 且不用在两列车的间隔内等待太久。
- 4) “人数统计”通过刷卡记录, 数据准确、可信。

模型建立与求解

- 1) 上下行各时间段内最大客容量, 建立模型如下

$$l_{ij} = \begin{cases} \max \sum_{k=1}^n (a_{ijk} - b_{ijk}) & (i=1) \\ \max \sum_{k=n+1}^{2n} (a_{ijk} - b_{ijk}) & (i=2) \end{cases} \quad (1)$$

- 2) 车次数: 假设列车的满载率在 50%~120%之间, 即 $0.5C \leq k_{ij} \leq 1.2C$, 在满足列车满载率和载完各时段所有乘客前提下, 由模型:

$$c_{ij} = \begin{cases} \left\lceil \frac{l_{ij}}{k_{ij}} \right\rceil + 1, & \frac{l_{ij}}{k_{ij}} \notin Z^+ \\ \frac{l_{ij}}{k_{ij}}, & \frac{l_{ij}}{k_{ij}} \in Z^+ \end{cases} \quad (2)$$

可计算每个时段的详细列车次数 c_{ij} ，用 60 分钟除以列车次数，可以得到该时段列车平均发车间隔：
 $s_{ij} = 60/c_{ij}$ 。

3) 安排发车间隔，计算出的 s_{ij} ，如有小数出现，而现实中列车时刻表的最小单位为分钟，故间隔应取整数。当 s_{ij} 取整数时，可直接安排该时段发车 c_{ij} 次。当某个 s_{ij} 取小数时，不妨设 $F[s_{ij}]$ 和 $C[s_{ij}]$ 是与 s_{ij} 相邻的两个连续整数且 $F[s_{ij}] \leq s_{ij} \leq C[s_{ij}]$ ，由模型：

$$\begin{cases} m_{ij} \times F[s_{ij}] + n_{ij} \times C[s_{ij}] = 60 \\ m_{ij} + n_{ij} = c_{ij} \end{cases}, \quad (i = 1, 2; j = 0, 1, 2, \dots, 24) \quad (3)$$

可求出以 $F[s_{ij}]$ 为间隔的班次 m_{ij} 和以 $C[s_{ij}]$ 为间隔的班次 n_{ij} ，再分别以发车间隔为 $F[s_{ij}]$ 和 $C[s_{ij}]$ ，兼顾发车密度，将此时间段根据情况进行适当划分[6]。

①满意度的层次分析。根据问题分析，我们在设计两个起点站的发车时刻表时，应着重考虑到此时刻表带给公交公司和乘客两方的利益，即地铁公司和乘客对应的日平均满意度 m_{gi} 与 m_{ci} ，各时段的满意度 m_{gij} 和 m_{cij} 。为此，我们采用层次分析法来讨论影响总体性能的两个相关因素。

在乘客源一定的情况下，影响 m_{gij} 的最主要因素是车上的载客量 k_j ，其中，一般情况 $0.5C \leq k_j \leq 1.2C$ 。在多个站点位置固定的条件下，影响 m_{cij} 的最主要因素是乘客的等车时间 t_{ij} 与车上的平均载客量 p_{ij} 。设 m_{cij} ， m_{ciwj} 分别是各时段乘客因 t_{ij} 与 p_{ij} 的影响而产生的满意度，则 m_{cij} 即可表示为：

$$m_{cij} = A(m_{cij}, m_{ciwj})$$

其中， A 是关于因素 t_{ij} ， p_{ij} 的权重集。

考虑到，对于乘客， m_{cij} ， m_{ciwj} 对 m_{cij} 的影响是不相等的。上下车的乘客都在动态地变化着，担对列车而言，列车的满载率达 120% 时，最大超载的 20% 由于缺少座位，而注重舒适度的影响，无暇过份顾忌等待时间的影响；100% 的乘客因为有座，而无需过分考虑舒适，更多的是考虑等车时间的影响[7] [8]。

又设 $A = \begin{pmatrix} a_{ii} \\ a_{wi} \end{pmatrix}$ ，其中， a_{ii} ， a_{wi} 分别是因素 t_{ij} ， p_{ij} 的重要程度，用层次分析中的成对比较法，可知：

$$\frac{a_{ii}}{a_{wi}} = \frac{1.2C - 0.2C}{0.2C} = 5, \quad \text{同时，} A \text{ 应满足归一性和非负性条件，即：}$$

$$a_{ii} + a_{wi} = 1, \quad a_{ii}, a_{wi} \geq 0$$

可解得 $a_{ii} = \frac{5}{6}$ ， $a_{wi} = \frac{1}{6}$ ，因此

$$m_{cij} = \begin{pmatrix} a_{ii} \\ a_{wi} \end{pmatrix} (m_{cij}, m_{ciwj}) = \frac{5}{6} m_{cij} + \frac{1}{6} m_{ciwj} \quad (4)$$

②模糊解优化设计的了解。模糊优化设计问题的一般模型是：

$$\min_{x \in C} f(x)$$

其中 $f(x)$ 是关于 x 的 n 维设计变量的目标函数； C 是包括各种约束的模糊约束集，即

$$C = \bigcap_{v=1}^p c_j = \bigcap_{v=1}^p \left\{ x \mid x \in R^n, g_v(x) \leq \underline{b}_v^u, v = 1, 2, \dots, m-1; g_v(x) \geq \underline{b}_v^u, v = m, \dots, p \right\} \quad (5)$$

其中 \underline{b}_v^u 和 \underline{b}_v^l 分别是 v 约束的容许上下限。在求模糊目标优化设计问题时，必须确定出目标函数： $f(x), x \in R^n$ 的模糊优化解集的上确界 M 和下确界 m ，即

$$M = \sup_{x \in R^n} f(x) = f(x^*(1)) = \min_{x \in C_1} f(x); \quad m = \inf_{x \in R^n} f(x) = f(x^*(0)) = \min_{x \in C_0} f(x)$$

5. 实例分析

以下数据来自我国一大城市某条地铁线上的客流调查和运营资料。该条地铁运营线路共设 14 个站，表 1 给出的是典型的一个工作日 5:00~23:00 上行方向各站上下车的乘客数量统计。地铁公司给该线路同一型号的动车组，每列标准载客 1860 人，据统计动车组在该线路上运行的平均速度为 40 公里/小时。运营调度要求，乘客候车时间一般不要超过 10 分钟，早高峰时一般不要超过 5 分钟，车辆满载率不应超过 120%，一般也不低于 50%。

Table 1. Statistics of the passengers' number getting on and getting off in upstream direction

表 1. 上行方向各站上下车乘客数量统计表

站名	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
站间距(公里)		3.2	1	2	1.46	4.08	2.52	4.58	2	2.4	0.8	2	2.06	1.06	
5:00~6:00	上	6901	1116	967	800	1414	1674	893	1544	1581	484	837	837	205	0
	下	0	149	167	242	372	893	837	1507	595	335	446	465	1581	1060
6:00~7:00	上	37014	6994	6194	4762	10955	11048	5859	11569	9486	3274	5729	5710	1265	0
	下	0	1841	1953	3050	4445	10937	10081	14880	7570	3869	5580	5357	17131	11439
7:00~8:00	上	67444	11792	9821	8314	17633	16145	9728	17819	16814	4817	8649	8444	1841	0
	下	0	3813	4222	5059	8575	19679	20404	33350	14899	8723	10416	11830	34801	27137
8:00~9:00	上	38390	5989	5673	4371	8872	10211	5041	9040	8165	2920	5115	4352	1116	0
	下	0	1972	2288	3143	5580	11792	11551	18061	8184	4557	6305	7589	21055	14117
9:00~10:00	上	22060	3813	3088	2734	5227	5654	3199	6026	4966	1451	2660	3013	670	0
	下	0	1507	1395	2232	3367	7570	7645	10249	4650	2530	3478	4334	14396	8984
10:00~11:00	上	17168	2809	2232	2009	3999	3980	2213	3943	3739	1395	2288	2083	484	0
	下	0	967	1023	1507	2530	5561	5208	8221	3311	1953	2846	3106	9895	7161
11:00~12:00	上	17800	3367	2920	2474	4724	4910	2511	4706	4836	1376	2567	2176	558	0
	下	0	1004	1079	1562	2437	5971	5413	7812	3646	2213	2957	2846	9932	6324
12:00~13:00	上	16238	2623	2604	2009	3999	3794	2399	4315	4111	1209	1916	2083	484	0
	下	0	856	911	1321	2065	4892	4762	7235	3050	2065	2492	2753	9077	6194
13:00~14:00	上	14489	2623	1916	1562	3460	3441	1916	3925	3218	1228	2009	1804	428	0
	下	0	725	763	1302	1916	4111	3664	5524	2548	1581	2102	2158	7142	4892
14:00~15:00	上	11625	1934	2009	1525	3013	3348	1674	3441	3162	911	1395	1581	372	0
	下	0	670	725	874	1451	3515	3274	6305	2585	1488	1804	2232	7124	4445
15:00~16:00	上	11811	2306	1823	1525	2827	3348	1488	3441	2790	911	1581	1581	372	0
	下	0	670	725	1060	1637	3887	3646	6305	2399	1488	1990	2046	6566	4259
16:00~17:00	上	27770	5561	4464	3701	7366	7514	3906	7961	7254	2232	3869	3664	911	0
	下	0	1488	1581	2511	3608	8370	8203	13597	6231	2920	4743	4669	14880	10360
17:00~18:00	上	37405	7049	5785	4278	9244	8909	5506	10900	9449	2604	4650	4817	1135	0

续表

	下	0	2046	2195	3181	4780	12908	10658	17800	7254	4706	5450	7031	22841	14750
18:00~19:00	上	12853	2306	1990	1655	3106	3069	2009	3739	3608	986	1730	1525	409	0
	下	0	837	893	1488	2009	4408	4297	7254	2790	1655	2437	2325	7961	6250
19:00~20:00	上	6510	1190	1023	856	1693	1581	930	1637	1655	502	893	874	205	0
	下	0	409	428	632	1172	2158	2009	3646	1544	893	1190	1228	3794	2585
20:00~21:00	上	5654	930	800	670	1339	1395	744	1432	1116	409	707	688	167	0
	下	0	298	316	446	707	1488	1562	2660	1097	632	856	874	2976	2176
21:00~22:00	上	3887	688	595	484	986	1023	539	874	967	298	521	502	112	0
	下	0	260	260	391	614	1451	1172	2325	1153	558	744	763	2381	1711
22:00~23:00	上	353	56	56	37	93	93	56	93	93	19	56	37	19	0
	下	0	56	56	93	149	335	316	502	223	130	167	167	595	391

我们取各个时段的平均载客量 k_j 的满意度 λ_j 的平均数, 为地铁公司日载客量的平均满意度 m_{g1} 。不妨设 $k_j \rightarrow 1.2C$, 则 $m_{g1} = \frac{1}{S} \sum_{j=1}^s \lambda_j$, 而 $\lambda_j = \frac{k_j}{1.2C}$ ($s=1,2,3,\dots,e$) 且 $e \leq 18$, 通过模型对表中的数据进行分析, 可得出日平均载客量 $\bar{p} = \frac{1}{18} \sum_{j=1}^{18} p_{1j} = 2139$, 日平均发车时差 $\bar{s}_{ij} = \frac{1}{18} \sum_{j=1}^{18} s_{1j} = 7.24$, 日平均载客量的标准差 $\sigma_{11j} = 4.75$, 日平均发车时差的标准差 $\sigma_{2ij} = 5.147$ 。根据 3σ 检验法, 可发现模型中 $K_{18} = 19$ 时, 不满足, 故可看做是奇异值, 不予一起考虑。

此时, 可求得地铁公司的日平均满意度 $m_{g1} = \frac{1}{17} \sum_{j=1}^{17} \lambda_j = 0.9476$, 我们可以把 m_{c1tj}, m_{c1wj} 满意度函数看作是常见的降半梯形分布。

$$\begin{cases} 1 & t \leq 5 \\ \frac{10-t}{5} & 5 < t < 10 \\ 0 & t \geq 10 \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} 1 & w \leq 1860 \\ \frac{2232-w}{372} & 1860 < w < 2232 \\ 0 & w \geq 2232 \end{cases} \quad (7)$$

对于乘客, m_{ct}, m_{cw} 对 m_{ci} 的影响是不相等的。用成对比较法, 当在早高峰时, 上下车的乘客都在动态地变化着。但对于车辆而言, 车辆的满载率达 120% 时, 最大超载的 20%, 注重舒适度的影响, 不会过分估计等待时间的影响; 100% 的乘客因为有座, 而无需过分考虑舒适, 更多的是考虑等车时间的影响, 故

$$m_{ci} = \frac{372}{2232} m_{cw} + \frac{1860}{2232} m_{ct} = \frac{1}{6} m_{cw} + \frac{5}{6} m_{ct} \quad (8)$$

此时, 利用公式(6), (7), (8)可分别求得各个时段的 m_{ci} 。

$$m_c = \frac{1}{17} \sum_{i=1}^{17} m_{ci} = 0.7838$$

当列车平均满载率最大限度地接近于 50%时, 所需的车次最多, 地铁公司的满意度达到最小。相应的, 起始站的平均发车时间间隔最短, 即乘客的平均等待时间达到最小, 故此时乘客的满意度达到最大。

同理, 设 $k_j \rightarrow 0.5C$, 第 18 个时段数据 $K_{18} = 7$ 看做是特殊值。则 $m_{g1} = \frac{1}{17} \sum_{j=1}^{17} \lambda_j = 0.4324$, 此时, $m_{c1} = \frac{1}{17} \sum_{j=1}^{17} m_{c1j} = 1$ 。

因此, 对于上行方向, 地铁公司的满意度一般在 $0.4324 \leq m_{g1} \leq 0.9476$ 。乘客的满意度能满足 $0.7838 \leq m_{c1} \leq 1$ 。

根据 $(0.4324, 1)$ 和 $(0.9476, 0.7838)$, 我们可利用插值函数画出其曲线的大致走向。

用二次函数拟合曲线为函数 $f(m_{g1})$:

$$m_{c1} = 0.7737 + 0.91114m_{g1} - 0.897m_{g1}^2 \quad (0.4324 \leq m_{g1} \leq 0.9588)$$

若要求能最大限度地照顾到乘客与地铁公司双方的利益, 就要求 $R = m_{c1} + m_{g1}$ 能尽可能取大, 令 $m_{c1} = v \times m_{g1}$ 。通过对拟合曲线的分析, 可知当平行线 $R = m_{c1} + m_{g1}$ 与 $f(m_{g1})$ 相切, 如图 1 所示。

此刻, $v = 1$, 即: $m_{c1} = m_{g1}$ 。解得上行行驶时乘客和地铁公司双方的匹配问题的最优满意度为: $m_{c1} = m_{g1} = 0.8805$ 。可计算这种情形下, 各时段车次与平均发车时间间隔:

C_{1j} : 6, 25, 42, 23, 13, 10, 12, 10, 10, 10, 10, 18, 24, 10, 6, 6, 4, 3。

t_{1j} : 10, 2.4, 1.4, 2.6, 4.6, 6, 5, 6, 6, 6, 6, 3.3, 2.5, 6, 12, 15, 15, 20。

按照时间间隔 t_{1j} 从 5:00 开始计算, 可以得到该市上行区段的列车开行时刻表。

6. 结论

模型不仅解得了较优的调度方案, 而且还得出了该方案照顾到乘客和地铁公司双方利益的程度(即灵

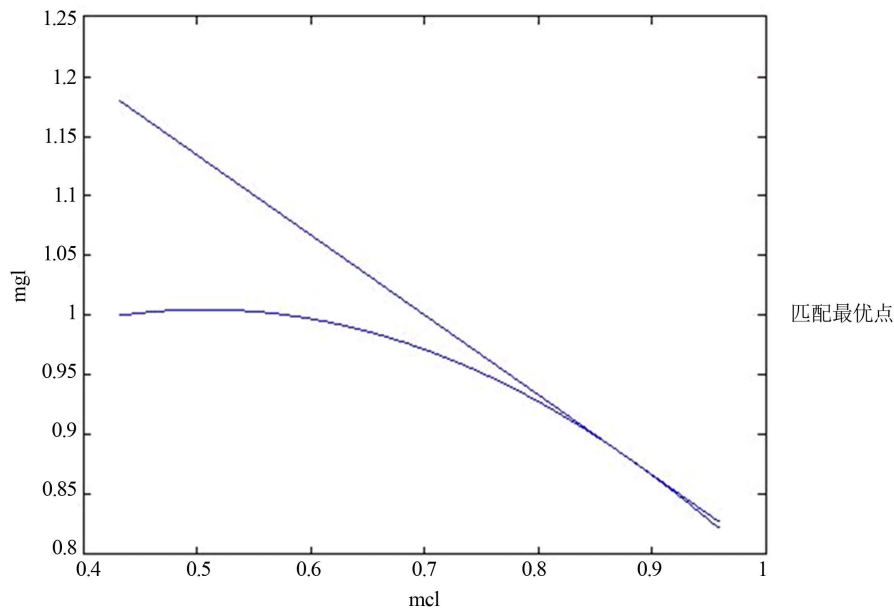


Figure 1. Fitting curve of up trian (m_{g1}, m_{c1})

图 1. 上行 (m_{g1}, m_{c1}) 的拟合曲线

敏度)。该模型较稳定,不随某一控制量的微小变化而导致方案的较大改变。该模型计算出的方案易操作,一方面地铁公司的时刻表比较合理可行,另一方面乘务人员能容易记住自己的上班时间,以避免时刻表混乱。不足之处是用光滑曲线拟合的方法无法模拟真实的客流量曲线。

根据该模型所建立的调度系统,可以很好地解决地铁列车的调度问题。然而在建模过程中,简化了许多因素,因而与实际问题有偏差,因此,要想建立更好的调度方案,可以对实际运营当中的运行过程进行计算机模拟,将调查得到的实际数据输入计算机程序,便可以得出更优的调度方案。

参考文献 (References)

- [1] 毛保华 (2006) 城市轨道交通系统运营管理. 人民交通出版社, 北京.
- [2] 牛惠民, 陈明明, 张明辉 (2011) 城市轨道交通列车开行方案的优化理论及方法. *中国铁道科学*, **4**, 128-133.
- [3] 邓连波, 曾强, 高伟, 等 (2010) 城市交通列车开行方案优化方法. *中国科技论文在线*, **10**, 767-772.
- [4] 袁敏捷, 刘维寿, 徐东鹤, 等 (2009) 地铁运营优化方案研究. *上海电机学院学报*, **3**, 235-239.
- [5] 徐雍, 张国宝 (2008) 地铁环线列车开行方案的比选研究. *都市快轨交通*, **3**, 12-16.
- [6] 郑晓龙, 马琳, 唐涛, 等 (2005) 城市轨道交通系统中列车间隔的有关分析. *交通与计算机*, **3**, 123-125.
- [7] 孙焰, 施其洲, 赵源 (2004) 城市轨道交通列车开行方案的确定. *同济大学学报*, **8**, 47-49.
- [8] 孟学雷, 贾利民, 等 (2004) 基于决策偏好可控的地铁列车开行方案设计研究. *铁道科学与工程学报*, **8**, 47-49.