

Algorithm to Check and Reach the Log-Consistency of Intuitionistic Multiplicative Judgement Matrices

Chuanyu Xu, Zhenming Ma

School of Mathematics and Statistics, Linyi University, Linyi Shandong
Email: 201501110120@lyu.edu.cn, dmgywto@126.com

Received: Jan. 31st, 2019; accepted: Feb. 14th, 2019; published: Feb. 21st, 2019

Abstract

Intuitionistic multiplicative judgement matrices, which can reflect our intuition more objectively, have been extensively investigated. In this paper, based on the existing work on intuitionistic multiplicative judgement matrices, the consistency of the intuitionistic multiplicative judgement matrices is investigated. Concretely, the concept of Log-consistency and its formula of intuitionistic multiplicative matrices is provided; then algorithms to check and modify the Log-consistency of single or several intuitionistic multiplicative judgement matrices are given, which can keep the initial judgement information as much as possible.

Keywords

Intuitionistic Multiplicative Number, Intuitionistic Multiplicative Judgement Matrix, Log-Consistency

直觉积性判断矩阵的对数一致性及其检验与修正算法

许传钰, 马振明

临沂大学数学与统计学院, 山东 临沂
Email: 201501110120@lyu.edu.cn, dmgywto@126.com

收稿日期: 2019年1月31日; 录用日期: 2019年2月14日; 发布日期: 2019年2月21日

摘要

直觉积性判断矩阵能够客观的反映决策者直觉而被广泛研究。本文在已有直觉积性判断矩阵工作基础上

对其一致性问题进行研究, 包括提出直觉积性判断矩阵对数一致性的概念, 给出构造其对数一致性的公式; 给出检验与修正单个(多个)直觉积性判断矩阵对数一致性检验与修正算法, 该算法能够在修正一致性的同时尽可能保留最初的判断信息, 通过实例说明算法有效性。

关键词

直觉积性数, 直觉积性判断矩阵, 对数一致性

Copyright © 2019 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

经典判断矩阵主要分为积性判断矩阵[1]和模糊判断矩阵[2] [3]两类, 其元素为单一实数值。由于社会经济环境复杂性或者是某些知识的缺乏, 决策者在实际决策过程中通常很难用单一实数值来表达偏好信息。为此, 文献[4] [5]提出了直觉模糊判断矩阵, 其矩阵元素为直觉模糊数[6], 能够更好的描述决策者的判断信息。因此, 许多学者对直觉模糊判断矩阵进行了充分研究[7] [8] [9]。文献[10]指出直觉模糊判断矩阵的基础为 0.1~0.9 标度不符合某些实际决策需要, 而 1~9 标度恰能够补充其不足, 进而提出了直觉积性集和直觉积性判断矩阵。文献[12] [13] [14]对直觉积性集上的集成算子进行了研究; 文献[15] [16]研究了基于直觉积性集的层次分析法; 文献[17]给出了直觉积性判断矩阵的排序区间。我们知道, 判断矩阵一致性是判断矩阵理论研究的核心内容, 而通常模糊判断矩阵一致性分为加性一致和积性一致性, 积性判断矩阵只有积性一致性。

本文在已有模糊判断矩阵积性一致性[2] [3]和直觉积性判断矩阵积性一致性[10] [16]工作基础上提出直觉积性判断矩阵对数一致性概念, 并提出单个和多个直觉积性判断矩阵一致性检验与修正算法, 其优点是能够尽可能的保留决策者最初的判断信息, 最后通过实例说明算法有效性。

2. 预备知识

本节我们简要介绍直觉积性集和直觉积性判断矩阵相关概念。

定义 2.1 [10]: 设 X 为论域集, 称 $D = \{(x, \rho(x), \sigma(x)) | x \in X\}$ 为直觉积性集, 其中 $\rho(x)$ 表示隶属度, $\sigma(x)$ 表示非隶属度, 两者满足条件 $0 < \rho(x)\sigma(x) \leq 1$, $1/9 \leq \rho(x), \sigma(x) \leq 9$ 。

为了表示方便, 称 $(\rho(x), \sigma(x))$ 为直觉积性数。为了对直觉积性数进行比较, 文献[10]引入如下方法:

定义 2.2 [10]: 设 $\alpha = (\rho_\alpha, \sigma_\alpha)$ 为直觉积性数, 称 $s(\alpha) = \rho_\alpha / \sigma_\alpha$ 为 α 的得分函数, $h(\alpha) = \rho_\alpha \sigma_\alpha$ 为 α 的准确函数:

1) 如果 $s(\alpha_1) > s(\alpha_2)$, 那么 $\alpha_1 > \alpha_2$;

2) 如果 $s(\alpha_1) = s(\alpha_2)$, 那么

如果 $h(\alpha_1) > h(\alpha_2)$, 那么 $\alpha_1 > \alpha_2$;

如果 $h(\alpha_1) = h(\alpha_2)$, 那么 $\alpha_1 = \alpha_2$ 。

定义 2.3 [11]: 对两个直觉积性数 $\alpha_1 = (\rho_1, \sigma_1), \alpha_2 = (\rho_2, \sigma_2)$, 定义如下距离测度:

$$d(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{1}{8 \ln 3} \left(\left| \ln \frac{\rho_1}{\rho_2} \right| + \left| \ln \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right| \right).$$

定义 2.4 [10]: 设 X 为论域集, 称矩阵 $P = (p_{ij})_{n \times n}$ 为直觉积性判断矩阵, 其中 p_{ij} 为直觉积性数, 且满足 $p_{ij} = p_{ji}^c, i \neq j, p_{ii} = (1, 1)$ 。

为了描述决策者给出的双曲直觉积性判断矩阵 P, Q 间的偏差, 我们定义如下距离测度:

$$D(P, Q) = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i < j} d(p_{ij}, q_{ij}).$$

不难发现, 偏离测度反映了 P, Q 偏差的平均值。

3. 直觉积性判断矩阵对数一致性及其检验与修正算法

3.1. 直觉积性判断矩阵对数一致性

本节给出直觉积性判断矩阵对数一致性。首先, 我们给出如下引理:

引理 3.1: 对 $x, y \in [-1, 1]$, 有

$$1) \mu(x, y) = \frac{(1+x)(3-y)-4}{4-(1+x)(1+y)} \in [-1, 1];$$

$$2) \mu(x, y) + \mu(y, x) \leq 0.$$

证明: 1) 由于 $x, y \in [-1, 1]$, 我们有

$$(1+x)(3-y)-4+4-(1+x)(1+y) = 2(1+x)(1-y),$$

$$4-(1+x)(1+y)-(1+x)(3-y)+4 = 4(1-x) \geq 0,$$

$$4-(1+x)(1+y) \geq 0,$$

所以 $\mu(x, y) \in [-1, 1]$;

$$2) \mu(x, y) + \mu(y, x) = \frac{(1+x)(3-y)-4}{4-(1+x)(1+y)} + \frac{(1+y)(3-x)-4}{4-(1+x)(1+y)} = \frac{-2(1-x)(1-y)}{4-(1+x)(1+y)} \leq 0.$$

定义 3.1: 设 P 为直觉积性判断矩阵, 对所有 ijk 如果满足

$$i(\log_9 \rho_{ij} + 1)(\log_9 \rho_{jk} + 1)(\log_9 \rho_{ki} + 1) = (\log_9 \rho_{ji} + 1)(\log_9 \rho_{kj} + 1)(\log_9 \rho_{ik} + 1),$$

则称 P 具有对数一致性。

众所周知, 具有一致性的判断矩阵与排序向量之间有密切的关系, 我们给出直觉积性排序向量的概念以确定具有对数一致性的直觉积性判断矩阵与直觉积性排序向量之间的联系。

定义 3.2: 称 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ 为直觉积性排序向量, 其中 $\omega_i = (\rho_i, \sigma_i)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 为直觉积性数。

定理 3.2: 设 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ 为直觉积性排序向量, 则 $\hat{P} = (\hat{p}_{ij})$, 其中 $\hat{p}_{ij} = 9^{\frac{(1+\log_9 \rho_i)(3-\log_9 \rho_j)-4}{4-(1+\log_9 \rho_i)(1+\log_9 \rho_j)}}$ 且

$\hat{\sigma}_{ij} = 9^{\frac{(1+\log_9 \rho_j)(3-\log_9 \rho_i)-4}{4-(1+\log_9 \rho_i)(1+\log_9 \rho_j)}}$, $i \neq j$, $\hat{p}_{ii} = \hat{\sigma}_{ii} = 1$, 为直觉积性对数一致性判断矩阵。

证明: 首先证明 \hat{P} 为直觉积性判断矩阵。由于 $\rho_i, \rho_j \in [\frac{1}{9}, 9]$, 由引理 3.1 不难验证 $\hat{\rho}_{ij}, \hat{\sigma}_{ij} \in [\frac{1}{9}, 9]$ 且 $\hat{\rho}_{ij} \hat{\sigma}_{ij} \leq 1$, 因此 \hat{p}_{ij} 为直觉积性数。显然 $\hat{p}_{ij} = \hat{\sigma}_{ji}, \hat{\sigma}_{ij} = \hat{p}_{ji}$, 所以, P 为直觉积性判断矩阵。下证, P 为对数一致的,

$$\begin{aligned}
 & (\log_9 \hat{\rho}_{ij} + 1)(\log_9 \hat{\rho}_{jk} + 1)(\log_9 \hat{\rho}_{ki} + 1) \\
 &= \frac{(1 + \log_9 \rho_i)(2 - 2 \log_9 \rho_j)}{4 - (1 + \log_9 \rho_i)(1 + \log_9 \rho_j)} \frac{(1 + \log_9 \rho_j)(2 - 2 \log_9 \rho_k)}{4 - (1 + \log_9 \rho_j)(1 + \log_9 \rho_k)} \frac{(1 + \log_9 \rho_k)(2 - 2 \log_9 \rho_i)}{4 - (1 + \log_9 \rho_k)(1 + \log_9 \rho_i)} \\
 &= \frac{(1 + \log_9 \rho_j)(2 - 2 \log_9 \rho_i)}{4 - (1 + \log_9 \rho_i)(1 + \log_9 \rho_j)} \frac{(1 + \log_9 \rho_k)(2 - 2 \log_9 \rho_j)}{4 - (1 + \log_9 \rho_j)(1 + \log_9 \rho_k)} \frac{(1 + \log_9 \rho_i)(2 - 2 \log_9 \rho_k)}{4 - (1 + \log_9 \rho_k)(1 + \log_9 \rho_i)} \\
 &= (\log_9 \hat{\rho}_{ji} + 1)(\log_9 \hat{\rho}_{kj} + 1)(\log_9 \hat{\rho}_{ik} + 1)
 \end{aligned}$$

所以 \hat{P} 为对数一致的。综上, \hat{P} 为直觉积性对数一致性判断矩阵。

3.2. 单个直觉积性判断矩阵对数一致性判断与修正算法

在实际决策中, 决策者给出的直觉积性判断矩阵往往不能满足上述对数一致性要求, 通常要求其具有可接受的一致性, 即, 决策者提供的直觉积性判断矩阵与直觉积性对数一致性判断矩阵之间的偏差可接受, 否则对其进行修正, 使其具有可接受一致性。修正的原则是既要达到一致性要求, 又要尽可能的保留决策者最初的判断信息。

定义 3.3: 设 P 为直觉积性判断矩阵, \hat{P} 为直觉积性对数一致性判断矩阵, 如果对给定阈值 $a \in [0, 1]$, 有 $D(P, \hat{P}) < a$, 则称 P 具有可接受对数一致性。

对给定直觉积性判断矩阵 P , 我们给出如下检验与修正单个直觉积性判断矩阵对数一致性算法。主要包括如下步骤:

步骤 1: 建立数学模型 $\min D(P, \hat{P})$ 确定排序向量 ω 和相应的直觉积性对数一致性判断矩阵 \hat{P} ;

步骤 2: 计算 $D = D(P, \hat{P})$, 如果 $D < a$, 则具有可接受对数一致性, 转向步骤 4; 否则, 不具有可接受对数一致性, 从而需要对 P 进行修正, 转下一步;

步骤 3: 计算 P, \hat{P} 对应位置上元素之间的距离测度 $d_{ij} = d(p_{ij}, \hat{p}_{ij})$, 如果 $d_{ij} > D$, 则修正 p_{ij} 为 \tilde{p}_{ij} , 修正后的直觉积性判断矩阵记为 \tilde{P} , 转向步骤 1;

步骤 4: 由定义 2.2 计算排序。

容易验证上述算法具有收敛性。

注: 上述算法的优点是在对不具有对数一致性的直觉积性判断矩阵进行修正的同时还尽可能的保留决策者最初的判断信息。

例 3.1: 设决策者提供直觉积性判断矩阵

$$P = \begin{pmatrix} (1,1) & (2,2/5) & (1/4,5/3) & (1/2,2) \\ (2/5,2) & (1,1) & (2,1/3) & (8/7,1/3) \\ (5/3,1/4) & (1/3,2) & (1,1) & (5,1/7) \\ (2,1/2) & (1/3,8/7) & (1/7,5) & (1,1) \end{pmatrix},$$

步骤 1: 取 $a = 0.1$, 建立数学模型 $\min D(P, \hat{P})$, 可以确定排序向量

$$\omega = ((1.06, 0.915), (2.218, 0.415), (3.238, 0.309), (1.029, 0.966))$$

和相应的直觉积性对数一致性判断矩阵

$$\hat{P} = \begin{pmatrix} (1,1) & (0.336, 1.045) & (0.264, 1.667) & (0.5, 0.48) \\ (1.045, 0.336) & (1,1) & (0.478, 1.057) & (1.061, 0.328) \\ (1.667, 0.264) & (1.057, 0.478) & (1,1) & (1.691, 0.259) \\ (0.48, 0.5) & (0.328, 1.061) & (0.259, 1.691) & (1,1) \end{pmatrix};$$

步骤 2: 计算 $D = D(P, \hat{P}) = 0.163 > 0.1$, 所以 P 不具有可接受对数一致性, 从而需要对 P 进行修正, 转下一步;

步骤 3: 计算 P, \hat{P} 对应位置上元素之间的距离测度 $d_{ij} = d(p_{ij}, \hat{p}_{ij})$, 有

$$d_{12} = 0.312 > D, d_{13} = 0.006, d_{14} = 0.162, d_{23} = 0.294 > D, d_{24} = 0.01, d_{34} = 0.191 > D,$$

修正 p_{12}, p_{23}, p_{34} 为 $\tilde{p}_{12}, \tilde{p}_{23}, \tilde{p}_{34}$, 修正后的直觉积性判断矩阵记为 \tilde{P} ;

步骤 4: 建立数学模型 $\min D(\tilde{P}, \hat{P})$, 可以确定排序向量

$$\omega = ((0.98, 0.77), (2.21, 0.36), (2.4, 0.29), (0.95, 0.68))$$

和相应的直觉积性对数一致性判断矩阵

$$\hat{P} = \begin{pmatrix} (1,1) & (0.318, 1.081) & (0.303, 1.188) & (0.484, 0.462) \\ (1.081, 0.318) & (1,1) & (0.619, 0.722) & (1.1, 0.31) \\ (1.188, 0.303) & (0.722, 0.619) & (1,1) & (1.209, 0.296) \\ (0.462, 0.484) & (0.31, 1.1) & (0.296, 1.209) & (1,1) \end{pmatrix}$$

修正后的直觉积性判断矩阵

$$\tilde{P} = \begin{pmatrix} (1,1) & (0.318, 1.068) & (1/4, 5/3) & (1/2, 2) \\ (1.068, 0.318) & (1,1) & (0.620, 0.722) & (8/7, 1/3) \\ (5/3, 1/4) & (0.722, 0.620) & (1,1) & (1.209, 0.2957) \\ (2, 1/2) & (1/3, 8/7) & (0.2957, 1.209) & (1,1) \end{pmatrix}$$

步骤 5: 计算 $D = D(\tilde{P}, \hat{P}) = 0.041$, 所以 \tilde{P} 具有可接受对数一致性。

步骤 6: 计算得分 $s(x_1) = 1.28, s(x_2) = 0.35, s(x_3) = 6.19, s(x_4) = 0.15$, 因此排序为 $x_3 \succ x_1 \succ x_2 \succ x_4$ 。

3.3. 多个直觉积性判断矩阵对数一致性检验与修正算法

为了适应群体决策需要, 我们给出多个直觉积性判断矩阵的对数一致性检验与修正算法。

定义 4.1: 设 P_1, P_2, \dots, P_n 为 n 个直觉积性判断矩阵, \hat{P} 为具有对数一致性的直觉积性判断矩阵。如果 $D(P_i, \hat{P}) < a$, 则称 P_1, P_2, \dots, P_n 相对 \hat{P} 具有群体可接受对数一致性。

我们提供如下算法来实现多个直觉进行判断矩阵对数一致性的检验与修正:

步骤 1: 建立数学模型 $\min \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D(P_i, \hat{P})$ 确定排序向量 ω 和直觉积性对数一致性判断矩阵 \hat{P} , 如果 $D(P_i, \hat{P}) < a$, 则转到步骤 4; 否则, 不满足群体对数一致性, 需要对 P_1, P_2, \dots, P_n 中某些矩阵进行修正, 转到下一步;

步骤 2: 记 $D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D(P_i, \hat{P})$, 挑选直觉积性判断矩阵 P_i 使得 $D(P_i, \hat{P}) > D$;

步骤 3: 计算 P_i, \hat{P} 相应位置上元素 p_{ijt}, \hat{p}_{ijt} 之间的距离 $d_{ijt} = (p_{ijt}, \hat{p}_{ijt})$, 如果 $d_{ijt} > D$, 则将修正 P_i 中的元素 p_{ijt} 为 \tilde{p}_{ijt} , 相应直觉积性判断矩阵记为 \tilde{P}_i , 转向步骤 1;

步骤 4: 计算直觉积性对数一致性判断矩阵 \hat{P} 排序向量 ω 的得分值, 进行排序。

与单个直觉积性判断矩阵对数一致性检验与修正算法类似, 这里多个直觉积性判断矩阵对数一致性检验与修正算法也具有收敛性。

注: 上述算法优点在于能够在修正对数一致性的同时, 尽可能的保留了决策者最初的判断信息。

例 3.2: 设在一群体决策过程中三位专家给出的直觉积性判断矩阵 P_1, P_2, P_3 如下:

$$P_1 = \begin{pmatrix} (1,1) & (2,2/5) & (1/4,5/3) & (1/2,2) \\ (2/5,2) & (1,1) & (2,1/3) & (8/7,1/3) \\ (5/3,1/4) & (1/3,2) & (1,1) & (5,1/7) \\ (2,1/2) & (1/3,8/7) & (1/7,5) & (1,1) \end{pmatrix},$$

$$P_2 = \begin{pmatrix} (1,1) & (1/2,6/5) & (1,2/3) & (1/7,3) \\ (6/5,1/2) & (1,1) & (2,1/5) & (1/4,2/3) \\ (2/3,1) & (1/5,2) & (1,1) & (3/4,1) \\ (3,1/7) & (2/3,1/4) & (1,3/4) & (1,1) \end{pmatrix},$$

$$P_3 = \begin{pmatrix} (1,1) & (1/3,3/2) & (1,3/5) & (1/3,3) \\ (3/2,1/3) & (1,1) & (2,2/5) & (1,6/7) \\ (3/5,1) & (2/5,2) & (1,1) & (1/3,2) \\ (3,1/3) & (6/7,1) & (2,1/3) & (1,1) \end{pmatrix}.$$

通过以下步骤对 P_1, P_2, P_3 的对数一致性进行检验与修正:

步骤 1: 建立数学模型 $\min \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 D(P_i, \hat{P})$ 确定排序向量 ω 和直觉积性对数一致性判断矩阵 \hat{P} , 我们有

$$\omega = ((2.016, 0.184), (4.226, 0.163), (2.016, 0.29), (3.738, 0.243))$$

$$\hat{P} = \begin{pmatrix} (1,1) & (0.333, 1.702) & (0.637, 0.637) & (0.379, 1.401) \\ (1.702, 0.333) & (1,1) & (1.702, 0.333) & (0.959, 0.667) \\ (0.637, 0.637) & (0.333, 1.702) & (1,1) & (0.379, 1.401) \\ (1.401, 0.379) & (0.667, 0.959) & (1.401, 0.379) & (1,1) \end{pmatrix}$$

$$D(P_1, \hat{P}) = 0.221, \quad D(P_2, \hat{P}) = 0.114, \quad D(P_3, \hat{P}) = 0.05;$$

步骤 2: 计算 $D = 0.129$, $D(P_1, \hat{P}) = 0.221 > D$, 因此需对 P_1 进行修正;

步骤 3: 计算 P_1, \hat{P} 对应位置上元素之间的距离测度 $d_{ij1} = d(p_{ij1}, \hat{p}_{ij})$, 有

$$d_{121} = 0.369 > D, d_{131} = 0.216 > D, d_{141} = 0.072, d_{231} = 0.018, d_{241} = 0.099, d_{341} = 0.553 > D,$$

修正 $p_{121}, p_{131}, p_{341}$ 为 $\tilde{p}_{121}, \tilde{p}_{131}, \tilde{p}_{341}$, 修正后的直觉积性判断矩阵记为 \tilde{P}_1 ;

步骤 4: 建立数学模型 $\min \frac{1}{3} (D(\tilde{P}_1, \hat{P}) + D(P_2, \hat{P}) + D(P_3, \hat{P}))$ 确定排序向量 ω 和直觉积性对数一致性

判断矩阵 \hat{P} , 我们有

$$\omega = ((1.454, 0.374), (3.503, 0.143), (1.305, 0.755), (3.172, 0.293))$$

$$\hat{P} = \begin{pmatrix} (1,1) & (0.309, 1.571) & (0.597, 0.508) & (0.334, 1.369) \\ (1.571, 0.309) & (1,1) & (1.668, 0.286) & (0.856, 0.668) \\ (0.508, 0.597) & (0.286, 1.668) & (1,1) & (0.308, 1.456) \\ (1.369, 0.334) & (0.668, 0.856) & (1.456, 0.308) & (1,1) \end{pmatrix},$$

修正后的直觉积性判断矩阵

$$\tilde{P}_1 = \begin{pmatrix} (1,1) & (0.309, 1.58) & (0.597, 0.508) & (1/2, 2) \\ (1.58, 0.309) & (1,1) & (2, 1/3) & (8/7, 1/3) \\ (0.508, 0.597) & (1/3, 2) & (1,1) & (0.308, 1.506) \\ (2, 1/2) & (1/3, 8/7) & (1.506, 0.308) & (1,1) \end{pmatrix},$$

$$D(\tilde{P}_1, \hat{P}) = 0.041, \quad D(P_2, \hat{P}) = 0.118, \quad D(P_3, \hat{P}) = 0.055;$$

步骤 5: 计算 $D = 0.071$, $D(P_2, \hat{P}) = 0.118 > D$, 因此需对 P_2 进行修正;

步骤 6: 计算 P_2, \hat{P} 对应位置上元素之间的距离测度 $d_{ij2} = d(p_{ij2}, \hat{p}_{ij})$, 有

$$d_{122} = 0.086, d_{132} = 0.09, d_{142} = 0.186 > D, d_{232} = 0.061, d_{242} = 0.14 > D, d_{342} = 0.144 > D,$$

修正 $p_{142}, p_{242}, p_{342}$ 为 $\tilde{p}_{142}, \tilde{p}_{242}, \tilde{p}_{342}$, 修正后的直觉积性判断矩阵记为 \tilde{P}_2 ;

步骤 7: 建立数学模型 $\min \frac{1}{3} (D(\tilde{P}_1, \hat{P}) + D(\tilde{P}_2, \hat{P}) + D(P_3, \hat{P}))$ 确定排序向量 ω 和直觉积性对数一致性

判断矩阵 \hat{P} , 我们有

$$\omega = ((1.17, 0.642), (3.103, 0.188), (0.677, 1.478), (1.916, 0.512))$$

$$\hat{P} = \begin{pmatrix} (1,1) & (0.29, 1.499) & (0.657, 0.326) & (0.395, 0.842) \\ (1.499, 0.29) & (1,1) & (1.916, 0.21) & (1.111, 0.431) \\ (0.326, 0.657) & (0.21, 1.916) & (1,1) & (0.264, 1.093) \\ (0.842, 0.395) & (0.431, 1.111) & (1.093, 0.264) & (1,1) \end{pmatrix},$$

$$\tilde{P}_2 = \begin{pmatrix} (1,1) & (1/2, 6/5) & (1, 2/3) & (0.395, 0.837) \\ (6/5, 1/2) & (1,1) & (2, 1/5) & (1.111, 0.431) \\ (2/3, 1) & (1/5, 2) & (1,1) & (0.264, 1.093) \\ (0.837, 0.395) & (0.431, 1.111) & (1.093, 0.264) & (1,1) \end{pmatrix},$$

$$D(\tilde{P}_1, \hat{P}) = 0.057, \quad D(\tilde{P}_2, \hat{P}) = 0.038, \quad D(P_3, \hat{P}) = 0.093$$

所以, 修正后的直觉积性判断矩阵 $\tilde{P}_1, \tilde{P}_2, P_3$ 具有可接受对数一致性。

步骤 8: 计算得分 $s(x_1) = 1.82, s(x_2) = 0.21, s(x_3) = 16.47, s(x_4) = 0.28$, 因此排序为 $x_3 \succ x_1 \succ x_4 \succ x_2$ 。

4. 小结

本文在已有判断矩阵及其一致性工作基础上引入了直觉积性判断矩阵对数一致性, 并给出了能够尽可能保留决策者判断信息的一致性检验与修正算法, 通过例子说明了算法的有效性。

共识性是基于判断矩阵群体决策的另一重要研究内容, 作为本文的进一步研究, 我们将给出能够同时兼顾直觉积性判断矩阵共识性和一致性的新算法。

基金项目

临沂大学大学生创新创业训练项目(No. 201710452004); 山东省自然科学基金(No. ZR2017MG027)。

参考文献

- [1] Saaty, T.L. (1980) Multicriteria Decision Making: The Analytic Hierarchy Process. McGraw-Hill, New York.
- [2] Orlovsky, S.A. (1978) Decision-Making with a Fuzzy Preference Relation. *Fuzzy Sets and Systems*, **1**, 155-167. [https://doi.org/10.1016/0165-0114\(78\)90001-5](https://doi.org/10.1016/0165-0114(78)90001-5)
- [3] Tanino, T. (1984) Fuzzy Preference Orderings in Group Decision Making. *Fuzzy Sets and Systems*, **12**, 117-131. [https://doi.org/10.1016/0165-0114\(84\)90032-0](https://doi.org/10.1016/0165-0114(84)90032-0)
- [4] Szmidt, E. and Kacprzyk, J. (2003) A Consensus-Reaching Process under Intuitionistic Fuzzy Preference Relations. *International Journal of Intelligent Systems*, **18**, 837-852. <https://doi.org/10.1002/int.10119>
- [5] Xu, Z. (2007) Intuitionistic Preference Relations and Their Application in Group Decision Making. *Information*

- Sciences*, **177**, 2363-2379. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2006.12.019>
- [6] Xu, Z. (2007) Intuitionistic Fuzzy Aggregation Operators. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **15**, 1179-1187. <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2006.890678>
- [7] Liao, H.C. and Xu, Z. (2016) An Enhanced Consensus Reaching Process in Group Decision Making with Intuitionistic Fuzzy Preference Relations. *Information Sciences*, **329**, 274-286. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2015.09.024>
- [8] Wan, S., Xu, G. and Dong, J. (2016) A Novel Method for Group Decision Making with Interval-Valued Atanassov Intuitionistic Fuzzy Preference Relations. *Information Sciences*, **372**, 53-71. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2016.08.019>
- [9] Xu, Z. and Liao, H. (2015) A Survey of Approaches to Decision Making with Intuitionistic Fuzzy Preference Relations. *Knowledge-Based Systems*, **80**, 131-142. <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2014.12.034>
- [10] Xia, M., Xu, Z. and Liao, H. (2013) Preference Relations Based on Intuitionistic Multiplicative Information. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **21**, 113-133. <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2012.2202907>
- [11] Jiang, Y., Xu, Z. and Yu, X. (2013) Compatibility Measures and Consensus Models for Group Decision Making with Intuitionistic Multiplicative Preference Relations. *Applied Soft Computing*, **13**, 2075-2086. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2012.11.007>
- [12] Qian, W. and Niu, L. (2016) Intuitionistic Multiplicative Preference Relation and Its Application in Group Decision Making. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, **30**, 2859-2870. <https://doi.org/10.3233/IFS-151836>
- [13] Xia, M. and Xu, Z. (2013) Group Decision Making Based on Intuitionistic Multiplicative Aggregation Operators. *Applied Mathematical Modelling*, **37**, 5120-5133. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2012.10.029>
- [14] Yu, D. and Fang, L. (2014) Intuitionistic Multiplicative Aggregation Operators with Their Application in Group Decision Making. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, **27**, 131-142.
- [15] Ren, P., Xu, Z. and Liao, H. (2016) Intuitionistic Multiplicative Analytic Hierarchy Process in Group Decision Making. *Computers & Industrial Engineering*, **101**, 513-524. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2016.09.025>
- [16] Zhang, Z. and Pedrycz, W. (2018) Intuitionistic Multiplicative Group Analytic Hierarchy Process and Its Use in Multi-criteria Group Decision-Making. *IEEE Transactions on Cybernetics*, **48**, 1950-1962. <https://doi.org/10.1109/TCYB.2017.2720167>
- [17] Xu, Z. (2013) Priority Weight Intervals Derived from Intuitionistic Multiplicative Preference Relations. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **21**, 642-654. <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2012.2226893>

知网检索的两种方式:

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>
下拉列表框选择: [ISSN], 输入期刊 ISSN: 2163-1476, 即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>
左侧“国际文献总库”进入, 输入文章标题, 即可查询

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>
期刊邮箱: orf@hanspub.org