

# TOPSIS Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Multi-Attribute Decision Making Based on Unknown Weights

Xia Wang, Jingrong Chen\*, Qiong Chen, Ji Zhang

School of Mathematics and Physics, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou Gansu  
Email: \*1461668657@qq.com

Received: Oct. 18<sup>th</sup>, 2019; accepted: Oct. 31<sup>st</sup>, 2019; published: Nov. 7<sup>th</sup>, 2019

---

## Abstract

For interval-valued intuitionistic fuzzy multiple-attribute decision making problems whose attribute weights is completely unknown, using TOPSIS decision-making method, the attribute weight is determined by the phase degree between attribute values. Using the Euclidean distance between interval fuzzy numbers, the proximity degree formula of interval-valued intuitionistic fuzzy number is given. According to the size of the degree of solution for ranking, the effectiveness of this method is shown by examples.

## Keywords

Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Number, Weight, Proximity Degree

---

# 基于未知权重的TOPSIS区间直觉模糊多属性决策

王霞, 陈京荣\*, 陈琼, 张继

兰州交通大学数理学院, 甘肃 兰州  
Email: \*1461668657@qq.com

收稿日期: 2019年10月18日; 录用日期: 2019年10月31日; 发布日期: 2019年11月7日

---

## 摘要

对于属性权重完全未知的区间直觉模糊多属性决策问题, 运用TOPSIS决策方法, 由属性值之间的相离度

\*通讯作者。

来确定属性权重, 利用区间模糊数之间的欧式距离, 给出区间直觉模糊数的贴近度公式, 根据贴近度的大小对方案优劣进行排序, 通过例子表明了该方法的有效性。

## 关键词

区间直觉模糊数, 权重, 贴近度

Copyright © 2019 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

随着事物复杂性的增加, 在解决多属性决策问题中, 直觉模糊数已经不能精确的描述不确定决策信息, 于是提出了区间直觉模糊数, 它可以做到极好的表达不确定的决策信息, 再结合 TOPSIS 法来解决此类问题, 使得在处理不确定决策信息更灵活、使用。

1989年 Atanassov 和 Gargov [1]提出了区间直觉模糊集, 并被应用到各个领域。龚日朝等[2]将区间直觉模糊集用于汽车、食品、电脑、军火这四个行业的资金投资方面; 杨少康等[3]把区间直觉模糊集应用到信息管理系统的评估与优选方面; 侯西倩等[4]将区间直觉模糊集运用到空战训练评估中; 汪瑞[5]在土地资源配置中用到了区间直觉模糊集。麻诗雪等[6]针对多无人机在不确定环境下面向 SEAD 约束的任务分配问题, 提出一种基于区间直觉模糊决策的多无人机任务分配方法。本文将区间直觉模糊集用到了对4个公司投资方面。

对区间模糊多属性决策问题中属性权重的求取是很重要的一部分。李福恒等[7]提出权重信息不完全确定, 并且评价信息为区间直觉模糊集的多属性排序法, 他们利用不完全确定的权系数来建立线性规划模型, 用 matlab 求解得到优化模型, 得到了最优准则权系数。尹胜等[8]利用改进的模糊熵来计算属性的权重值, 使属性的客观值有所提高。李沃源等[9]提出了用方案属性值的得分函数和方案偏好得分函数间的偏差进行求权重的方法。段传庆[10]将把直觉模糊集化为区间数来表示, 并引进了风险因子  $k$ , 构建了一种新的模型把区间数化为联系数, 计算出属性权重。李广博等[11]用线性规划的决策方法和模糊投影的决策方法, 用加权属性离差最大化建立模型得到了属性权重。张英俊等[12]对属性权重在条件约束下的决策问题, 给出了关于区间直觉模糊集精确函数的线性规划方法, 用其来计算属性权重。汪伦焰等[13]利用联系数的理论, 构建了联系数间的距离公式, 把区间数属性转化为联系数, 不用计算属性权重。郭子雪等[14]用离差最大化的方法来确定权重。

对区间直觉模糊多属性决策的排序问题。徐泽水[15]在区间直觉模糊多属性决策中用得分函数和精确函数, 得到了区间直觉模糊数的比较法则。王子迪等[16]提出了一种新的区间直觉模糊交叉熵, 并联系正理想解, 计算出每个方案和正理想解之间的加权相关系数, 根据相关系数进行排名。李光博[11]运用投影模型法对方案进行排序。汪伦焰[13]根据矩阵相对相离度的行向量相加后的向量进行归一化, 由归一化向量进行排序。本文利用 TOPSIS 思想, 计算了任意区间直觉模糊数与正理想点和负理想点的欧氏距离, 接着计算了相对正理想点的贴近度, 根据贴近度的大小对所有方案进行排序。

## 2. 预备知识

### 2.1. 区间直觉模糊集

定义 1 [17] 设  $X$  是一个非空集合,  $A = \{ \langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle | x \in X \}$  为直觉模糊集, 其中  $\mu_A(x)$  和  $\nu_A(x)$  分

别表示  $X$  中的元素  $x$  属于  $X$  隶属度  $\mu_A : X \rightarrow [0,1]$  和非隶属度  $\nu_A : X \rightarrow [0,1]$ ，且满足  $0 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1$ ， $\forall x \in X$ 。此外  $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x)$  表示  $X$  中的元素  $x$  属于  $X$  的犹豫度。

定义 2 [1] 设  $X$  是一个给定的论域，定义  $X$  上的一个区间直觉模糊集  $A$  为： $A = \{ \langle x, \tilde{\mu}_A(x), \tilde{\nu}_A(x) \rangle \mid x \in X \}$ 。其中， $\tilde{\mu}_A(x) : X \rightarrow [0,1]$ ， $\tilde{\nu}_A(x) : X \rightarrow [0,1]$ ，且对  $A$  上一切  $x \in X$ ，满足  $0 \leq \sup(\tilde{\mu}_A(x)) + \sup(\tilde{\nu}_A(x)) \leq 1$ 。

把区间直觉模糊集  $A$  记为  $A = \{ \langle x, [\mu'_A(x), \mu''_A(x)], [\nu'_A(x), \nu''_A(x)] \rangle \mid x \in X \}$ 。称  $\tilde{\pi}_A(x) = [\pi'_A(x), \pi''_A(x)]$  为  $X$  中元素  $x$  属于  $A$  的犹豫度，其中  $\pi'_A(x) = 1 - \mu'_A(x) - \nu'_A(x)$ ， $\pi''_A(x) = 1 - \mu''_A(x) - \nu''_A(x)$ 。

定义 3 [17] 设  $\tilde{\alpha} = ([a_1, b_1], [c_1, d_1])$ ， $\tilde{\beta} = ([a_2, b_2], [c_2, d_2])$  为两个区间直觉模糊数，则他们之间的欧氏距离为

$$d(\alpha, \beta) = \sqrt{\frac{1}{4} [(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 + (c_1 - c_2)^2 + (d_1 - d_2)^2]} \quad (1)$$

定义 4 [18] 记  $\tilde{\alpha}_1 = ([a_1, b_1], [c_1, d_1])$ ， $\tilde{\alpha}_2 = ([a_2, b_2], [c_2, d_2])$  为两个任意区间直觉模糊数，则

- 1)  $\tilde{\alpha}_1 + \tilde{\alpha}_2 = ([a_1 + a_2 - a_1 a_2, b_1 + b_2 - b_1 b_2], [c_1 c_2, d_1 d_2])$ ;
- 2)  $\tilde{\alpha}_1 \cdot \tilde{\alpha}_2 = ([a_1 a_2, b_1 b_2], [c_1 + c_2 - c_1 c_2, d_1 + d_2 - d_1 d_2])$ ;
- 3)  $\lambda \tilde{\alpha}_1 = ([1 - (1 - a_1)^\lambda, 1 - (1 - b_1)^\lambda], [c_1^\lambda, d_1^\lambda])$ ,  $\lambda > 0$ ;
- 4)  $\tilde{\alpha}_1^\lambda = ([a_1^\lambda, b_1^\lambda], [1 - (1 - c_1)^\lambda, 1 - (1 - d_1)^\lambda])$ ,  $\lambda > 0$ 。

定义 5 [19]

设  $A = \{ \langle x, [\mu'_A(x), \mu''_A(x)], [\nu'_A(x), \nu''_A(x)] \rangle \mid x \in X \}$ ， $B = \{ \langle x, [\mu'_B(x), \mu''_B(x)], [\nu'_B(x), \nu''_B(x)] \rangle \mid x \in X \}$ ，称  $d(A, B)$  是区间直觉模糊集  $A$  和  $B$  的加权 Hamming 距离

$$d(A, B) = \frac{1}{4} \sum \omega_j [ |\mu'_A(x_j) - \mu'_B(x_j)| + |\mu''_A(x_j) - \mu''_B(x_j)| + |\nu'_A(x_j) - \nu'_B(x_j)| + |\nu''_A(x_j) - \nu''_B(x_j)| ] \quad (2)$$

## 2.2. 确定属性权重

区间直觉模糊多属性决策矩阵  $R = (\langle [\mu'_{ij}, \mu''_{ij}], [\nu'_{ij}, \nu''_{ij}] \rangle)_{m \times n}$ ，对属性  $G_j$  来说，方案  $Y_i$  和其他方案  $Y_k$  间的距离记为  $D_{ij}(w)$  [14]，定义为

$$D_{ij}(w) = \sum_{k=1}^m d(R_{ij}, R_{kj}) = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^m w_j [ |\mu'_{ij} - \mu'_{kj}| + |\mu''_{ij} - \mu''_{kj}| + |\nu'_{ij} - \nu'_{kj}| + |\nu''_{ij} - \nu''_{kj}| ] \quad (3)$$

$(i, k = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n)$

令

$$D_j(w) = \sum_{i=1}^m D_{ij}(w) = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m d(R_{ij}, R_{kj}) \quad (4)$$

$$= \frac{1}{4} \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m w_j [ |\mu'_{ij} - \mu'_{kj}| + |\mu''_{ij} - \mu''_{kj}| + |\nu'_{ij} - \nu'_{kj}| + |\nu''_{ij} - \nu''_{kj}| ] \quad (i, k = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n)$$

则  $D_j(w)$  表示对属性  $G_j$  而言，所有方案和其他各个方案的总离差。

因此，求属性权重向就相当于求解下列最优模型：

$$\begin{cases} \max D(w) = \sum_{j=1}^n D_j(w) = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m w_j (|\mu_{ij}^l - \mu_{kj}^l| + |\mu_{ij}^u - \mu_{kj}^u| + |v_{ij}^l - v_{kj}^l| + |v_{ij}^u - v_{kj}^u|), \\ \text{s.t. } \sum_{j=1}^n w_j^2 = 1, w_j \geq 0 (j = 1, 2, \dots, n) \end{cases} \quad (5)$$

构造 Lagrange 函数:

$$L(w, \lambda) = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m w_j [|\mu_{ij}^l - \mu_{kj}^l| + |\mu_{ij}^u - \mu_{kj}^u| + |v_{ij}^l - v_{kj}^l| + |v_{ij}^u - v_{kj}^u|] + \frac{\lambda}{8} \left( \sum_{j=1}^n w_j^2 \right) \quad (6)$$

对(6)求偏导, 得

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m (|\mu_{ij}^l - \mu_{kj}^l| + |\mu_{ij}^u - \mu_{kj}^u| + |v_{ij}^l - v_{kj}^l| + |v_{ij}^u - v_{kj}^u|) + \frac{1}{4} \lambda w_j = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = \frac{1}{8} \left( \sum_{j=1}^n w_j^2 - 1 \right) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

解得

$$w_j^* = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m (|\mu_{ij}^l - \mu_{kj}^l| + |\mu_{ij}^u - \mu_{kj}^u| + |v_{ij}^l - v_{kj}^l| + |v_{ij}^u - v_{kj}^u|)}{\sqrt{\sum_{j=1}^n \left[ \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m (|\mu_{ij}^l - \mu_{kj}^l| + |\mu_{ij}^u - \mu_{kj}^u| + |v_{ij}^l - v_{kj}^l| + |v_{ij}^u - v_{kj}^u|) \right]^2}} \quad (8)$$

对  $w_j^*$  归一化, 得

$$w_j = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m (|\mu_{ij}^l - \mu_{kj}^l| + |\mu_{ij}^u - \mu_{kj}^u| + |v_{ij}^l - v_{kj}^l| + |v_{ij}^u - v_{kj}^u|)}{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m (|\mu_{ij}^l - \mu_{kj}^l| + |\mu_{ij}^u - \mu_{kj}^u| + |v_{ij}^l - v_{kj}^l| + |v_{ij}^u - v_{kj}^u|)} \quad (9)$$

### 3. TOPSIS 法的基本原理

Hwang 最早在 1981 年给出了基于理想点的 TOPSIS 方法。这种方法的解题思路是按照评价价值发现正、负理想。然后计算各方案与正、负理想解的距离, 从而得到各方案到正、负理想解的贴程度, 最后按照贴程度对方案进行排序。

#### 3.1. 区间直觉模糊集的正理想解和负理想解的确定

区间直觉模糊正理想方案和负理想方案[20]分别为:

$$\begin{aligned} A^+ &= (\alpha_1^+, \alpha_2^+, \dots, \alpha_n^+), \text{ 其中 } \alpha_i^+ = ([\mu_i^{+l}, \mu_i^{+u}], [v_i^{+l}, v_i^{+u}]) \\ A^- &= (\alpha_1^-, \alpha_2^-, \dots, \alpha_n^-), \text{ 其中 } \alpha_i^- = ([\mu_i^{-l}, \mu_i^{-u}], [v_i^{-l}, v_i^{-u}]) \end{aligned}$$

下面的公式确定了区间直觉正、负理想解  $\alpha_i^+$  和  $\alpha_i^-$ 。

$$\alpha_i^+ = \begin{cases} \mu_i^{+l} = \max_j \mu_{ij}^l \\ \mu_i^{+u} = \max_j \mu_{ij}^u \\ v_i^{+l} = \min_j v_{ij}^l \\ v_i^{+u} = \min_j v_{ij}^u \end{cases} \quad (10)$$

$$\alpha_i^- = \begin{cases} \mu_i^{-l} = \min_j \mu_{ij}^l \\ \mu_i^{-u} = \min_j \mu_{ij}^u \\ v_i^{-l} = \max_j v_{ij}^l \\ v_i^{-u} = \max_j v_{ij}^u \end{cases} \quad (11)$$

### 3.2. 区间模糊数和正、负理想间的距离公式

根据定义 3, 任意一个区间直觉模糊数  $\tilde{\alpha}$  与  $\tilde{\alpha}^+, \tilde{\alpha}^-$  之间的欧氏距离分别为

$$d^+ = d(\tilde{\alpha}, \tilde{\alpha}^+) = \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 (\mu_{ij}^l - \mu_i^{+l})^2 + (\mu_{ij}^u - \mu_i^{+u})^2 + (v_{ij}^l - v_i^{+l})^2 + (v_{ij}^u - v_i^{+u})^2} \quad (12)$$

$$d^- = d(\tilde{\alpha}, \tilde{\alpha}^-) = \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 (\mu_{ij}^l - \mu_i^{-l})^2 + (\mu_{ij}^u - \mu_i^{-u})^2 + (v_{ij}^l - v_i^{-l})^2 + (v_{ij}^u - v_i^{-u})^2} \quad (13)$$

### 3.3. 贴近度

定义 6 [21] 设  $\tilde{\alpha} = ([a, b], [c, d])$  为任意一个区间直觉模糊数, 则  $\tilde{\alpha}$  相对于区间直觉模糊数  $\alpha_i^+ = ([\mu_i^{+l}, \mu_i^{+u}], [v_i^{+l}, v_i^{+u}])$  的贴近度为

$$C(\tilde{\alpha}) = \frac{d^-}{d^+ + d^-} \quad (14)$$

## 4. 问题的概述与决策方法

### 4.1. 问题概述

设  $Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_m\}$  为区间直觉模糊多属性决策的方案集,  $G = \{G_1, G_2, \dots, G_n\}$  为评价每个方案的属性集, 属性  $G_j (j = 1, 2, \dots, n)$  的权重向量为  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$ , 信息权重完全未知。记

$R_{ij} = \left( \left[ \mu_{ij}^l, \mu_{ij}^u \right], \left[ v_{ij}^l, v_{ij}^u \right] \right) (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n)$  为方案  $Y_i \in Y$  关于属性  $G_j \in G$  的评价值,  $R_{ij}$  为区间直觉模糊集,  $[\mu_{ij}^l, \mu_{ij}^u]$  和  $[v_{ij}^l, v_{ij}^u]$  分别表示方案  $Y_i \in Y$  满足属性  $G_j \in G$  的程度和不满足属性  $G_j \in G$  的程度。则矩阵  $R_1 = \left( \left( \left[ \mu_{ij}^l, \mu_{ij}^u \right], \left[ v_{ij}^l, v_{ij}^u \right] \right) \right)_{m \times n}$  为该多属性决策问题的区间直觉模糊矩阵。下面给出区间直觉模糊多属性决策的 TOPSIS 决策方法。

### 4.2. 决策步骤

Step 1 属性权重可由式(9)来计算。

Step 2 计算加权后的决策矩阵。加权的属性值为:

$$\bar{r}_{ij} = \omega_j r_{ij} (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n) \quad (15)$$

根据定义 4 中的 3) 式得到加权区间直觉模糊评价矩阵。

Step 3 据式(10)、(11)计算正、负理想方案。

Step 4 据式(12)、(13)分别计算  $\tilde{\alpha}_i (i = 1, 2, \dots, m)$  与  $\alpha^+, \alpha^-$  之间的欧氏距离, 得到  $d_i^+ = d(\tilde{\alpha}_i, \alpha^+)$  和  $d_i^- = d(\tilde{\alpha}_i, \alpha^-)$ 。

Step 5 据式(14)求出相对贴近度  $c_i (i = 1, 2, \dots, m)$ , 根据  $c_i$  的大小进行排序。

### 5. 实例分析

某公司打算从 4 个投资项目中选择一个进行投资，记投资方案集为 A1、A2、A3、A4。该公司打算从一下 4 个方面来进行考虑决策：C1 财务状况，C2 经营情况，C3 债务情况，C4 盈利能力。投资公司对于每个方案在每个决策因素下的估计采用了区间直觉模糊集的形式，提供的决策信息如表 1：

**Table 1.** Decision matrix

**表 1.** 决策矩阵

	C1	C2	C3	C4
A1	([0.42, 0.48], [0.4, 0.5])	([0.6, 0.7], [0.05, 0.25])	([0.4, 0.5], [0.2, 0.5])	([0.55, 0.75], [0.15, 0.25])
A2	([0.4, 0.5], [0.4, 0.5])	([0.5, 0.8], [0.1, 0.2])	([0.3, 0.6], [0.3, 0.4])	([0.6, 0.7], [0.1, 0.3])
A3	([0.3, 0.5], [0.4, 0.5])	([0.1, 0.3], [0.2, 0.4])	([0.7, 0.8], [0.1, 0.2])	([0.5, 0.7], [0.1, 0.2])
A4	([0.2, 0.4], [0.4, 0.5])	([0.6, 0.7], [0.2, 0.3])	([0.5, 0.6], [0.2, 0.3])	([0.7, 0.8], [0.1, 0.2])

Step 1 运用式(9)计算属性权重：

$$\omega_1 = 0.102, \omega_2 = 0.402, \omega_3 = 0.355, \omega_4 = 0.140。$$

Step 2 根据式(15)得到加权区间直觉模糊评价矩阵如表 2。

**Table 2.** Weighted decision matrix

**表 2.** 加权决策矩阵

	C1	C2	C3	C4
A1	([0.054, 0.065], [0.911, 0.932])	([0.308, 0.384], [0.300, 0.573])	([0.166, 0.218], [0.565, 0.782])	([0.106, 0.176], [0.767, 0.824])
A2	([0.051, 0.068], [0.911, 0.932])	([0.243, 0.476], [0.396, 0.524])	([0.119, 0.278], [0.652, 0.722])	([0.120, 0.155], [0.724, 0.845])
A3	([0.036, 0.068], [0.911, 0.932])	([0.041, 0.134], [0.524, 0.692])	([0.348, 0.435], [0.442, 0.565])	([0.092, 0.155], [0.724, 0.798])
A4	([0.023, 0.051], [0.911, 0.932])	([0.308, 0.384], [0.524, 0.616])	([0.218, 0.278], [0.565, 0.652])	([0.155, 0.202], [0.724, 0.798])

Step 3 根据式(10)、(11)得正、负理想方案：

$$A^+ = \{ \langle [0.054, 0.065], [0.911, 0.932] \rangle, \langle [0.308, 0.384], [0.300, 0.573] \rangle, \langle [0.348, 0.435], [0.442, 0.565] \rangle, \langle [0.155, 0.202], [0.724, 0.798] \rangle \}$$

$$A^- = \{ \langle [0.023, 0.051], [0.911, 0.932] \rangle, \langle [0.041, 0.134], [0.524, 0.692] \rangle, \langle [0.119, 0.278], [0.625, 0.722] \rangle, \langle [0.106, 0.176], [0.767, 0.824] \rangle \}$$

Step 4 求方案 A1、A2、A3、A4 与正、负理想解间的距离，见表 3。

**Table 3.** Each scheme has a large distance from the positive and negative ideal point

**表 3.** 各方案到正负理想点的距离

	$d_i^+$	$d_i^-$
A1	0.146	0.232
A2	0.198	0.227
A3	0.226	0.205
A4	0.171	0.205

Step5 求方案 A1、A2、A3、A4 与理想点  $A^+$ 、 $A^-$  的贴近度，见表 4，进行排名。

**Table 4.** The degree of relative closeness between each scheme and the ideal point  
**表 4.** 各方案与理想点的相对贴近度

		排名
C1	0.614	1
C2	0.534	3
C3	0.476	4
C4	0.545	2

从表(4)可以得到  $C1 > C4 > C2 > C3$ ，由于贴近度越大体现了备选方案的优异程度越高，那么 4 个备选方案的排序为  $A1 > A4 > A2 > A3$ ，所以 A1 是最好的方案。

## 6. 结论

本文对属性权重完全未知的区间直觉模糊多属性决策问题，用总离差最大化模型求得各属性权重，然后联系 TOPSIS 方法，计算出各方案与正理想点和负理想点之间的距离，最后根据相对贴近度进行择优，通过例子验证了该方法的有效性。

## 基金项目

国家自然科学基金(61463027, 61463026), 甘肃省自然科学基金(1610RJZA038)。

## 参考文献

- [1] Atanassov, K. and Gargov, G. (1989) Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Sets. *Fuzzy Sets and Systems*, **31**, 343-349. [https://doi.org/10.1016/0165-0114\(89\)90205-4](https://doi.org/10.1016/0165-0114(89)90205-4)
- [2] 龚日朝, 马霖源. 基于区间直觉模糊数的得分函数与精确函数及其应用[J]. 系统工程理论与实践, 2019, 39(2): 463-475.
- [3] 杨少康, 田泽金, 吕跃进. 基于区间直觉模糊集新模糊度的模糊熵及其应用[J]. 广西大学学报(自然科学版), 2018, 43(6): 2478-2489.
- [4] 侯西倩, 等. 基于区间直觉模糊集的空战训练命中评估群决策[J]. 系统工程与电子技术, 2016, 38(12): 2785-2789.
- [5] 汪瑞. 基于区间直觉模糊集的土地资源配置群决策研究[J]. 福州大学学报(自然科学版), 2017, 45(1): 140-146.
- [6] 麻诗雪, 丁勇, 李世豪. 基于区间直觉模糊决策的多无人机任务分配方法[J]. 兵工自动化, 2019, 38(7): 60-71.
- [7] 李福恒, 李继乾. 基于 Topsis 方法的区间直觉模糊多属性决策方法[J]. 枣庄学院学报, 2009, 26(2): 29-32.
- [8] 尹胜, 杨楨, 陈思翼. 基于改进模糊熵的区间直觉模糊多属性决策[J]. 系统工程与电子技术, 2018, 140(5): 1079-1084.
- [9] 李沃源, 乔剑敏. 基于期望值的区间直觉模糊多属性决策方法及应用[J]. 内蒙古大学学报(自然科学版), 2018, 49(1): 52-57.
- [10] 段传庆. 基于区间数的直觉模糊多属性决策研究[J]. 浙江大学学报(理学版), 2017, 44(2): 174-180.
- [11] 李光博, 黄德才. 权重信息未知的区间直觉模糊多属性决策方法[J]. 浙江工业大学学报, 2010, 38(4): 411-414.
- [12] 张英俊, 等. 属性权重不确定条件下的区间直觉模糊多属性决策[J]. 自动化学报, 2012, 38(2): 220-228.
- [13] 汪伦焰, 等. 属性权重未知的区间型多属性决策方法[J]. 数学的实践与认识, 2019, 49(14): 298-304.
- [14] 郭子雪, 林鹏. 属性权重未知情形下的区间直觉模糊多属性决策方法[J]. 河北大学学报(自然科学版), 2019, 39(1): 1-5.
- [15] 徐泽水. 区间直觉模糊信息的集成方法及其在决策中的应用[J]. 控制与决策, 2007, 22(2): 215-219.

- [16] 王子迪, 毛军军, 赵愿, 等. 一种新的区间直觉模糊交叉熵及其应用[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版), 2016, 33(6): 22-27.
- [17] Atanassov, K.T. (1986) Intuitionistic Fuzzy Sets. *Fuzzy Sets and Systems*, **20**, 87-96.  
[https://doi.org/10.1016/S0165-0114\(86\)80034-3](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(86)80034-3)
- [18] 王克床. 基于区间直觉模糊集的多属性决策[D]: [硕士学位论文], 重庆: 西南大学, 2009.
- [19] 李登峰. 直觉模糊集决策与对策分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 2012.
- [20] Tan, C. and Zhang, Q. (2010) Fuzzy Environment. *European Journal of Operational Research*, **205**, 202-204.  
<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2010.01.019>
- [21] 谭吉玉, 朱传喜, 等. 基于 TOPSIS 的区间直觉模糊数排序法[J]. 控制与决策, 2015, 30(11): 2014-2018.