

Exponential Stability of Impulsive Switched Nonlinear Systems with Time Delay: The Average Dwell Time Approach

Yue Liu

Hetao College, Bayan Nur Inner Mongolia
Email: 291350617@qq.com

Received: Nov. 1st, 2019; accepted: Nov. 18th, 2019; published: Nov. 25th, 2019

Abstract

This paper mainly tends to investigate the exponential stability problem for a class of impulsive switched systems with nonlinear perturbation and time delay which consist of both Hurwitz stable and unstable subsystems. Based on the average dwell time approach to study the exponential stability of the system, The sufficient conditions of exponential stability are derived by using the given lemmas; some sufficient conditions are given to ensure that the state trajectory of the system remains in a bounded region over a prespecified finite time interval. A numerical example is employed to show the efficiency of the theories.

Keywords

Switched Impulse Systems, Time Delay, Average Dwell Time Approach

含时滞的非线性脉冲切换系统的指数稳定性

刘 越

河套学院, 内蒙古 巴彦淖尔
Email: 291350617@qq.com

收稿日期: 2019年11月1日; 录用日期: 2019年11月18日; 发布日期: 2019年11月25日

摘 要

本文研究了一类含时滞的非线性脉冲切换系统稳定性问题, 利用平均停留时间方法对系统的指数稳定性进行了探究, 并结合引理给出了保证系统指数稳定的充分条件, 以及确保系统状态在一段特定时间区间内始终不超出某个特定区域的充分条件。最后给出算例说明了定理的有效性。

关键词

切换系统, 脉冲, 时滞, 指数稳定性, 平均停留时间

Copyright © 2019 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

切换系统稳定性[1] [2]结果可以分为依赖切换序列的稳定性问题与切换序列不受限制的稳定性问题两类。脉冲的概念可以理解为在系统运行过程中一些变量在某一时刻瞬时的骤增或剧减。这种短暂的骤变会使系统运动状态产生很大变动, 因此, 这样的骤变不容忽视, 将这类现象考虑到系统描述中就是常见的脉冲切换系统[3] [4] [5]。正是由于这一系统更加准确地描述了物体的运动状态, 并精确地描绘了物体的运动轨迹, 才使得脉冲系统的应用愈加广泛。

时滞现象广泛的存在于系统控制、物理学、生态学等领域的研究中[6]。正是由于其存在的普遍性才使得时滞现象成为人们在研究各种自然现象和社会科学时所不可忽视的因素。时滞的出现常常会破坏系统的稳定性, 使系统产生变差, 因此如何消除时滞对系统产生的不利影响就成了系统控制界研究的一个热门问题。

停留时间和平均停留时间这两个概念是 Morse 和 Hespanha 提出的。在文献[7]中可以找到有关停留时间的详细介绍及一般理论, 正如文中所给出的, 停留时间就是指每个子系统被激活所需要的时间。在文[8]中, 继停留时间的概念后又提出了平均停留时间的概念。“平均”二字体现在: 在一个切换系统中, 不要求每个子系统的激活时间都大于 τ_a , 系统中也有可能出现激活时间小于 τ_a 的情况, 但综合所有子系统激活的平均时间大于 τ_a 时, 系统就会达到稳定。

本文研究了一类含时滞的脉冲切换系统稳定性问题, 利用平均停留时间方法结合给定的几个引理研究了系统的指数稳定性和有限时间稳定性。本文所讨论的系统是在文[9]所给出的系统中引入时滞的结果。

2. 预备知识

在下文中, 用符号“ T ”表示矩阵的转置, 符号 R^n 代表 n 维欧氏空间, 若向量 $u \in R^n$, 则 $\|u\| = \left(\sum_{i=1}^n u_i^2\right)^{1/2}$; R 、 R_+ 、 R_- 分别代表全体实数、正实数、负实数。

$$L_p(R_+, R^n) = \left\{ u | u : R_+ \rightarrow R^n, \|u\|_p = \left(\int_{R_+} \|u(t)\|^p dt \right)^{1/p} < +\infty \right\}, \quad 1 \leq p < +\infty,$$

$R^{n \times m}$ 代表所有 $n \times m$ 实数矩阵, I 为对应阶的单位矩阵。

考虑下列脉冲切换系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_{\sigma(t)} x(t-\tau) + f_{\sigma(t)}(t, x(t)), & t \in (t_{k-1}, t_k], \quad k=1, 2, \dots \\ \Delta x(t) &= x(t_k^+) - x(t_k) = F_k x(t), & t = t_k \\ x(t_0^+) &= x_0, \\ x(t) &= h(t), \quad t < 0, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $x \in R^n$ 代表系统状态, x_0 表示初始状态, $\tau \in N$ 表示时滞, $h(t)$ 是定义在区间 $[-\tau, 0]$ 的初始值函数。指示函数 $\sigma(t): (0, T) \rightarrow G \triangleq \{1, \dots, g\}$ 表示子系统间的切换信号, $g > 0$ 表示系统中所含子系统的个数, 其中 $A_i (i \in G)$ 是常数矩阵, $f_i(t, x(t)) (i \in G)$ 表示系统所含的非线性扰动, 并且满足条件:

$$\|f_i(t, x(t))\|_2 \leq m \|x(t)\|_2, \quad i \in G,$$

m 是常数且 $m > 0$ 。 $F_k (k=1, 2, \dots)$ 是常数矩阵, 代表在切换时刻所产生的脉冲结果, 且 $0 < \|F_k\| \leq \theta_k$, $N_\sigma(\tau, t)$ 表示切换信号 σ 在区间 (τ, t) 的切换次数, 并且假设 $x(t_k^+) = \lim_{l \rightarrow 0^+} x(t_k + l)$ 。

定义 1 [10] 指数稳定性的判据: 如果系统(1)对于任意的切换信号 $\sigma(t)$, 在 $t > t_0$ 时, 存在正常数 α 和 λ , 使得 $\|x(t)\| \leq \alpha e^{-\lambda(t-t_0)} \|x_0\|$, $x(t_0) = x_0$ 则称系统(1)是全局指数稳定的。

定义 2 [11] 平均停留时间定义: 对于每个切换信号 σ , 任意给定时间 $t > u > t_0$, $N_\sigma(u, t)$ 定义为切换信号 σ 在时间区间 (u, t) 上的切换次数。对于给定的 N_0 , $\tau_a > 0$, 定义 $S_a[\tau_a, N_0]$ 为切换信号的集合, 满足:

$$N_\sigma(u, t) \leq N_0 + \frac{t-u}{\tau_a}$$

其中 τ_a 叫做平均停留时间, 将 N_0 称为震颤界。

引理 1 [12]

系统:

$$\dot{x}(t) = Ax(t-w) + f(t, x(t)), \quad (2)$$

满足条件: A 为 n 阶常数矩阵, w 是实数, $f(t, x(t)), t \in R^+$ 表示非线性函数。

给定系统(2)的初始条件:

$$\text{当 } t < 0 \text{ 时 } x(t) = h(t); \quad x(0^+) = x_0 \in R^n, \quad (3)$$

其中 $h(t): R_- \rightarrow R^n$, $f(t, x(t)), t \in R^+$ 满足:

- (i) $f(t, 0) = 0$; $t \in R_+$;
- (ii) $\|f(t, x(t))\|_2 \leq m \|x(t)\|_2$, m 是常数。

系统(2)在 R_+ 上存在解, 表示为:

$$x(t) = V(t)x_0 + Y(t) + \int_0^t V(t-u)f(u, x)du, \quad t \in R_+,$$

其中 $V(t)$ 满足微分方程: $\dot{V}(t) = AV(t-\tau)$, $Y(t)$ 满足

$$\|Y(t)\|_q \leq \|V(t)\|_1 \|h\|_q \|A\|$$

$\int_0^t V(t-u)f(u, x)du$ 满足

$$\left\| \int_0^t V(t-u)f(u, x)du \right\|_q \leq \|V(t)\|_1 m \|x\|_q,$$

给 $x(t)$ 取范数得

$$\|x(t)\|_q \leq \|V(t)\|_q \|x_0\| + \|V(t)\|_1 \|h\|_q \|A\| + \|V(t)\|_1 m \|x(t)\|_q$$

引理 2 [13]

对于齐次方程:

$$\dot{V}(t) = AV(t-r), \quad (4)$$

将方程(4)定义在区间 $[t_0, \beta]$ 上, 且初始条件 $V_{t_0} = \phi$, $\phi \in \Psi$, 其中集合 Ψ 表示所有定义在 $[-r, 0] \rightarrow R^n$ 上的连续函数的全体。规定当 $t < 0$, $V(t) = 0$,

齐次方程(4)的特征方程为:

$$\det(\lambda I - Ae^{-\lambda r}) = 0, \quad (5)$$

对任意的 $\rho > 0$, $\gamma > 0$, 如果对于每一个矩阵 A 以及方程(5)的每一个特征根都满足 $0 < \text{Re } \lambda < \rho$, 则有常数 $N > 0$, 对于初始值为 $V_{t_0} = \phi$, $\phi \in \Psi$ 的方程(4)满足:

$$\|V(t)\| \leq N \|\phi\| e^{\rho(t-t_0)}, \text{ 对于所有的 } t \geq t_0.$$

如果 $\text{Re } \lambda < 0$, 则有

$$\|V(t)\| \leq N \|\phi\| e^{-\gamma(t-t_0)}, \text{ 对于所有的 } t \geq t_0.$$

3. 主要结论

对于在时间区间 $(0, t)$ 的任意切换信号 $\sigma(t)$, 定义 $T^+(0, t)$ 为特征根的实部 $\text{Re } \lambda < \rho$ 的所有子系统的总的活跃时间, $T^-(0, t)$ 为所有特征根的实部 $\text{Re } \lambda < 0$ 的子系统的总的活跃时间。 $\rho = \max_i \{\rho_i\}$, $\gamma = \min_i \{\gamma_i\}$, 对任意给定的 β , 选择任意的常数 $\beta^* \in (0, \beta)$ 满足

$$\frac{T^-(0, t)}{T^+(0, t)} \geq \frac{\rho - \beta^*}{\gamma + \beta^*}, \quad (6)$$

对于任意的 $0 < t \leq T$ 。

定理 1 对于给定的 m 和时间 T , 若切换信号满足条件(6), 且存在正常数 τ_a^* 使得任意的平均停留时间 $\tau_a > \tau_a^*$, m 满足 $m < \frac{\beta}{N \|\phi\|_2 e^v}$, 则系统(1)满足

$$\|x(t)\|_2 \leq N \|\phi\|_2 e^v \left[\|x_0\|_2 + \int_{t_0}^t e^{\beta u} \|h\|_2 \|A_{\max}\| du \right] e^{-(\beta - N \|\phi\|_2 m e^v)(t-t_0)},$$

即切换系统(1)是全局指数稳定的。这里 $\|A_{\max}\| = \max_{0 \leq i \leq M} \|A_i\|$, $N_0 = \frac{v}{k}$, $\tau_a^* = \frac{k}{\beta^* - \beta}$, k 和 v 满足 $kN_\sigma(0, t) - \beta^*(t-t_0) \leq v - \beta(t-t_0)$ 。

证明 定义 t_1, t_2, \dots 为切换发生的时间点, t 满足 $t_1 < \dots < t_k \leq t \leq t_{k+1}$, 设 $p_k (k=0, 1, \dots)$, $p_k \in [1, g]$ 是切换信号 $\sigma(t)$ 在 $(t_k, t_{k+1}]$ 上的函数值。

当 $t \in (0, t_1]$ 利用引理 1 可得

$$x(t) = V_0(t)x_0 + Y_0(t) + \int_{t_0}^t V_0(t-u)f_0(u, x)du,$$

以及

$$x(t_1) = V_0(t_1)x_0 + Y_0(t_1) + \int_{t_0}^{t_1} V_0(t_1-u)f_0(u, x)du.$$

基于脉冲结果在 $t=t_1$ 时的作用, 有

$$\begin{aligned} x(t_1^+) &= (I + F_1)x(t_1) \\ &= (I + F_1)V_0(t_1)x_0 + (I + F_1)Y_0(t_1) + (I + F_1) \int_{t_0}^{t_1} V_0(t_1-u)f_0(u, x)du \end{aligned}$$

同样地, 在时间 $(t_1, t_2]$ 内可得

$$\begin{aligned} x(t) &= V_1(t)x(t_1^+) + Y_1(t) + \int_{t_1}^t V_1(t-u)f_1(u,x)du \\ &= V_1(t)(I + F_1)V_0(t_1)x_0 + V_1(t)(I + F_1)Y_0(t_1) \\ &\quad + V_1(t)(I + F_1)\int_{t_0}^{t_1} V_0(t_1-u)f_0(u,x)du \\ &\quad + Y_1(t) + \int_{t_1}^t V_1(t-u)f_1(u,x)du \end{aligned}$$

及

$$\begin{aligned} x(t_2) &= V_1(t_2)(I + F_1)V_0(t_1)x_0 + V_1(t_2)(I + F_1)Y_0(t_1) \\ &\quad + V_1(t_2)(I + F_1)\int_{t_0}^{t_1} V_0(t_1-u)f_0(u,x)du \\ &\quad + Y_1(t_2) + \int_{t_1}^{t_2} V_1(t_2-u)f_1(u,x)du \end{aligned}$$

又

$$\begin{aligned} x(t_2^+) &= (I + F_2)V_1(t_2)(I + F_1)V_0(t_1)x_0 + (I + F_2)V_1(t_2)(I + F_1)Y_0(t_1) \\ &\quad + (I + F_2)V_1(t_2)(I + F_1)\int_{t_0}^{t_1} V_0(t_1-u)f_0(u,x)du + (I + F_2)Y_1(t_2) \\ &\quad + (I + F_2)\int_{t_1}^{t_2} V_1(t_2-u)f_1(u,x)du \end{aligned}$$

通过归纳总结，可以推导出在时间区间 $(t_M, t_{M+1}]$ ，

$$\begin{aligned} x(t) &= V_M(t)\prod_{k=1}^M(I + F_{M+1-k})V_{M-k}(t_{M+1-k})x_0 + V_M(t)\prod_{k=1}^{M-1}(I + F_{M+1-k})V_{M-k}(t_{M+1-k})(I + F_1)Y_0(t_1) \\ &\quad + V_M(t)\prod_{k=1}^{M-1}(I + F_{M+1-k})V_{M-k}(t_{M+1-k})(I + F_1)\int_{t_0}^{t_1} V_0(t_1-u)f_0(u,x)du \\ &\quad + V_M(t)\prod_{k=1}^{M-2}(I + F_{M+1-k})V_{M-k}(t_{M+1-k})(I + F_2)Y_1(t_2) \\ &\quad + V_M(t)\prod_{k=1}^{M-2}(I + F_{M+1-k})V_{M-k}(t_{M+1-k})(I + F_2)\int_{t_1}^{t_2} V_1(t_2-u)f_1(u,x)du \\ &\quad + \dots + Y_M(t) + \int_{t_M}^t V_M(t-u)f_M(u,x)du \end{aligned}$$

由于 $0 < \|F_k\| \leq \theta_k$ ，可以得到

$$\begin{aligned} x(t) &= V_M(t)\prod_{k=1}^M(I + \theta_{M+1-k})V_{M-k}(t_{M+1-k})x_0 \\ &\quad + V_M(t)\prod_{k=1}^{M-1}(I + \theta_{M+1-k})V_{M-k}(t_{M+1-k})(I + \theta_1)Y_0(t_1) \\ &\quad + V_M(t)\prod_{k=1}^{M-1}(I + \theta_{M+1-k})V_{M-k}(t_{M+1-k})(I + \theta_1)\int_{t_0}^{t_1} V_0(t_1-u)f_0(u,x)du \\ &\quad + V_M(t)\prod_{k=1}^{M-2}(I + \theta_{M+1-k})V_{M-k}(t_{M+1-k})(I + \theta_2)Y_1(t_2) \\ &\quad + V_M(t)\prod_{k=1}^{M-2}(I + \theta_{M+1-k})V_{M-k}(t_{M+1-k})(I + \theta_2)\int_{t_1}^{t_2} V_1(t_2-u)f_1(u,x)du \\ &\quad + \dots + Y_M(t) + \int_{t_M}^t V_M(t-u)f_M(u,x)du \end{aligned}$$

令 $\theta = \max\{\theta_k\}$ ，利用引理 2，可以得到

$$\begin{aligned} |x(t)|_2 &\leq N^{M+1} |\phi|_2^{M+1} (1+\theta)^M e^{-\gamma T^-(t_0,t)+\rho T^+(t_0,t)} |x_0|_2 \\ &\quad + N^{M+1} |\phi|_2^{M+1} (1+\theta)^M \int_{t_0}^t e^{-\gamma T^-(u,t)+\rho T^+(u,t)} (\|A_0\| \|h\|_2 + m |x(u)|_2) du \\ &\quad + N^M |\phi|_2^M (1+\theta)^{M-1} \int_{t_1}^{t_2} e^{-\gamma T^-(u,t)+\rho T^+(u,t)} (\|A_1\| \|h\|_2 + m |x(u)|_2) du \\ &\quad + \cdots + N |\phi|_2 \int_{t_M}^t e^{-\gamma T^-(u,t)+\rho T^+(u,t)} (\|A_M\| \|h\|_2 + m |x(u)|_2) du \end{aligned}$$

对于任意给定的 θ ， ϕ 和 N ，可以找到常数 k 满足 $(1+\theta)N|\phi|_2 \leq e^k$ ；因此有，

$$\begin{aligned} |x(t)|_2 &\leq N |\phi|_2 e^{kM} e^{-\gamma T^-(t_0,t)+\rho T^+(t_0,t)} |x_0|_2 \\ &\quad + N |\phi|_2 e^{kM} \int_{t_0}^t e^{-\gamma T^-(u,t)+\rho T^+(u,t)} (\|A_0\| \|h\|_2 + m |x(u)|_2) du \\ &\quad + N |\phi|_2 e^{k(M-1)} \int_{t_1}^{t_2} e^{-\gamma T^-(u,t)+\rho T^+(u,t)} (\|A_1\| \|h\|_2 + m |x(u)|_2) du \\ &\quad + \cdots + N |\phi|_2 \int_{t_M}^t e^{-\gamma T^-(u,t)+\rho T^+(u,t)} (\|A_M\| \|h\|_2 + m |x(u)|_2) du \end{aligned}$$

式(6)可以等价地写成

$$\rho T^+(t_0,t) - \gamma T^-(t_0,t) \leq -\beta^* [T^+(t_0,t) + T^-(t_0,t)] = -\beta^*(t-t_0).$$

由上述不等式，可以得到：

$$\begin{aligned} |x(t)|_2 &\leq N |\phi|_2 e^{kM-\beta^*(t-t_0)} |x_0|_2 \\ &\quad + N |\phi|_2 \int_{t_0}^t e^{kM-\beta^*(t-u)} (\|A_0\| \|h\|_2 + m |x(u)|_2) du \\ &\quad + N |\phi|_2 \int_{t_1}^{t_2} e^{k(M-1)-\beta^*(t-u)} (\|A_1\| \|h\|_2 + m |x(u)|_2) du \\ &\quad + \cdots + N |\phi|_2 \int_{t_M}^t e^{-\beta^*(t-u)} (\|A_M\| \|h\|_2 + m |x(u)|_2) du \end{aligned}$$

同时可以找到常数 ν 满足：

$$kN_\sigma(t_0,t) - \beta^*(t-t_0) \leq \nu - \beta(t-t_0),$$

其中 $N_0 = \frac{\nu}{k}$ ， $\tau_a^* = \frac{k}{\beta^* - \beta}$ ， $\max_{0 \leq i \leq M} \|A_i\| = \|A_{\max}\|$ 。因此有

$$|x(t)|_2 \leq N |\phi|_2 e^{\nu-\beta(t-t_0)} |x_0|_2 + N |\phi|_2 \int_{t_0}^t e^{\nu-\beta(t-u)} (\|h\|_2 \|A_{\max}\| + m |x(u)|_2) du,$$

将上式变形得

$$e^{\beta t} |x(t)|_2 \leq N |\phi|_2 e^{\nu+\beta t_0} |x_0|_2 + N |\phi|_2 \int_{t_0}^t e^{\nu+\beta u} (\|h\|_2 \|A_{\max}\| + m |x(u)|_2) du,$$

上式也可改写为：

$$e^{\beta t} |x(t)|_2 \leq N |\phi|_2 e^\nu \left[e^{\beta t_0} |x_0|_2 + \int_{t_0}^t e^{\beta u} \|h\|_2 \|A_{\max}\| du \right] + N |\phi|_2 \int_{t_0}^t e^{\nu+\beta u} m |x(u)|_2 du$$

利用引理 3，可以得到：

$$|x(t)|_2 \leq N |\phi|_2 \left[e^{\beta t_0} |x_0|_2 + \int_{t_0}^t e^{\beta u} \|h\|_2 \|A_{\max}\| du \right] e^{\nu-\beta t + N|\phi|_2 m \int_{t_0}^t e^{\nu} du}$$

还可以写成

$$|x(t)|_2 \leq N|\phi|_2 \left[e^{\beta t_0} |x_0|_2 + \int_{t_0}^t e^{\beta u} |h|_2 \|A_{\max}\| du \right] e^{v - \beta t + N|\phi|_2 m e^v (t - t_0)}$$

变形得:

$$|x(t)|_2 \leq N|\phi|_2 e^v \left[|x_0|_2 + \int_{t_0}^t e^{\beta u} |h|_2 \|A_{\max}\| du \right] e^{-(\beta - N|\phi|_2 m e^v)(t - t_0)}$$

当 m 满足条件 $m < \frac{\beta}{N|\phi|_2 e^v}$ 时, 由此便可证得脉冲切换系统(3.1.1)满足定义 2.3.1 中所要求的条件,

即对于满足定理条件的切换信号系统是指数稳定的。

4. 算例

考虑系统中所描述参数:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1.3 & -2 \end{bmatrix},$$

显然 A_1 是不稳定的, A_2 是 Hurwitz 稳定的, 由计算可得 $N = 1, \rho = 0.8, \gamma = 1$ 。

此外, 脉冲矩阵:

$$F_1 = \begin{bmatrix} -0.5 & 0 \\ 0 & -0.3 \end{bmatrix}, \quad F_2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.3 \end{bmatrix},$$

其中 F_1 表示由子系统 A_1 切换到子系统 A_2 时所产生的脉冲矩阵, F_2 表示由子系统 A_2 切换到子系统 A_1 的脉冲矩阵, 易得 $\theta = 0.5$ 。

假设非线性扰动

$$f_1 = [0 \quad x_1 x_2]^T, \quad f_2 = [0 \quad -2x_1 x_2]^T,$$

初始值 $x_0 = [2 \quad 1]^T$ 。

令 $|\phi|_2 = 1$, 由不等式 $(1 + \theta)N|\phi|_2 \leq e^k$ 可以求得 $k = 1$ 。

如果取 $\beta = 0.1, \beta^* = 0.6$, 平均停留时间 $\tau_a^* = \frac{k}{\beta^* - \beta} = \frac{1}{0.6 - 0.1} = 2 \text{ s}$, $\frac{T^-(t_0, t)}{T^+(t_0, t)} \geq \frac{\beta^+ + \beta^*}{\beta^- - \beta^*} = \frac{1.4}{0.4} = 3.5$,

考虑系统总的作用时间为 $T = 4.5 \text{ s}$ 时的情况, 图 1 所描述的是 A_1, A_2 的激活时间分别是 1 s 和 3.5 s 时系统的运动轨迹, 从图中可以清楚地看到系统(1)是指数稳定的。

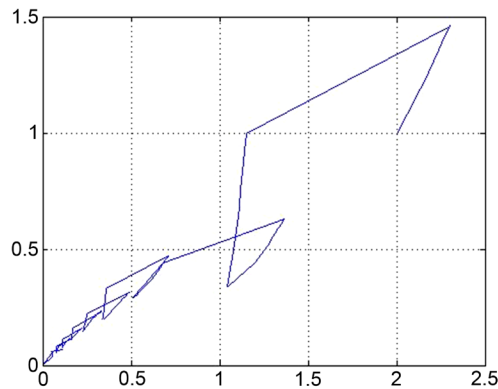


Figure 1. The state trajectory of the systems that the average dwell time $\tau_a > 2 \text{ s}$

图 1. 平均停留时间 $\tau_a > 2 \text{ s}$ 的系统运动轨迹

若切换系统的非线性扰动满足: $\|f_i(t, x(t))\|_2 \leq m \|x(t)\|_2$, 令 $v = 0$, $m < \frac{\beta}{N \|\phi\|_2} e^v$, 由计算可得 $m < 0.056$ 。

相应地, 当非线性扰动:

$$f_1 = [0 \quad 0.3x_1x_2]^T, \quad f_2 = [0 \quad 0.5x_1x_2]^T,$$

可以得到 $m > 0.1$ 。图 2 是系统运动轨迹的模拟, 这时系统已不满足指数稳定性。

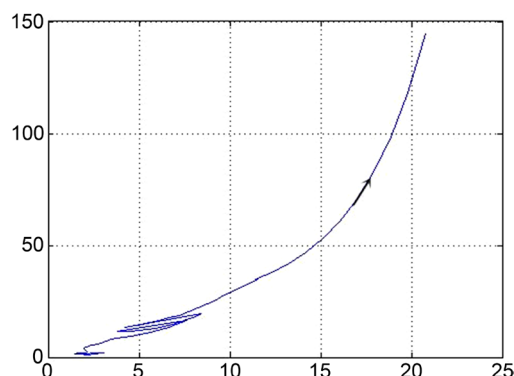


Figure 2. The state trajectory of the systems that the average dwell time $\tau_a < 2$ s

图 2. 平均停留时间 $\tau_a < 2$ s 的系统运动轨迹

5. 结论

本文研究了一类脉冲切换系统的指数稳定性, 系统中既含有 Hurwitz 稳定子系统又含不稳定系统, 并将时滞与非线性扰动引入系统中, 利用平均停留时间方法给出了使系统满足指数稳定性的充分条件。

参考文献

- [1] Zhu, L.Y. and Feng, G. (2015) Necessary and Sufficient Conditions for Stability of Switched Nonlinear Systems. *Journal of the Franklin Institute*, **352**, 117-137. <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2014.10.011>
- [2] Vu, L., Chatterjee, D. and Liberzon, D. (2007) Input-to-State Stability of Switched Systems and Switching Adaptive Control. *Automatica*, **43**, 639-646. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2006.10.007>
- [3] Zhu, W. (2010) Stability Analysis of Switched Impulsive Systems with Time Delays. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, **4**, 608-617. <https://doi.org/10.1016/j.nahs.2010.03.009>
- [4] Liberzon, D., Hespanha, J.P. and Morse, A.S. (1999) Stability of Switched Systems: A Lie-Algebraic Condition. *Systems & Control Letters*, **37**, 117-122. [https://doi.org/10.1016/S0167-6911\(99\)00012-2](https://doi.org/10.1016/S0167-6911(99)00012-2)
- [5] Zhang, J.F., Han, Z.Z., Zhu, F.B. and Zhao, X.D. (2014) Absolute Exponential Stability and Stabilization of Switched Nonlinear Systems. *Systems & Control Letters*, **66**, 51-57. <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2013.12.021>
- [6] 秦元勋, 刘永清, 王联. 带有时滞的动力系统的稳定性[M]. 北京: 科学出版社, 1989.
- [7] Morse, A.S. (1996) Supervisory Control of Families of Linear Set-Point Controllers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **41**, 1413-1431. <https://doi.org/10.1109/9.539424>
- [8] Hespanha, J.P. and Morse, A.S. (1999) Stability of Switched Systems with Average Dwell-Time. In: *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*, IEEE, New York, 2655-2660.
- [9] Wang, Y.J., Shi, X.M. and Zuo, Z.Q. (2013) On Finite-Time Stability for Nonlinear Impulsive Switched Systems. *Nonlinear Analysis, Real World Application*, **14**, 807-814. <https://doi.org/10.1016/j.nonrwa.2012.08.003>
- [10] 赵世欣. 基于平均停留时间的脉冲切换系统的脉冲切换系统的稳定性分析[D]: [硕士学位论文]. 天津: 天津大学, 2009.
- [11] 王盖. 切换系统有限时间稳定性分析与设计[D]: [硕士学位论文]. 天津: 天津大学, 2011.
- [12] Liu, J., Liu, X.Z. and Xie, W.-C. (2011) Input-to-State Stability of Impulsive and Switching Hybrid Systems with

Time-Delay. *Automatica*, **47**, 899-908. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2011.01.061>

- [13] Lakshmikantham, V. (1989) *Theory of Impulsive Differential Equations*. World Scientific Publishing, Singapore. <https://doi.org/10.1142/0906>