Operations Research and Fuzziology 运筹与模糊学, 2020, 10(1), 74-85
Published Online February 2020 in Hans. http://www.hanspub.org/journal/orf
https://doi.org/10.12677/orf.2020.101009

Hans汉斯

The Coordination of Supply Chain with a Risk Aversion Supplier and a Risk Aversion Retailer under Supply and Demand Uncertainties

Nan Cheng, Jiangtao Mo*

College of Mathematics and Information Science, Guangxi University, Nanning Guangxi
Email: cn-99@163.com, *mjt@gxu.edu.cn

Received: Jan. 29th, 2020; accepted: Feb. 11th, 2020; published: Feb. 18th, 2020

Abstract

In this article, the coordination of supply chain under supply and demand uncertainties is discussed, in which the supply and retailer are both risk averse and their risk is the loss caused by uncertain supply and demand. To measure the magnitude of risk, a new utility function was constructed based on the theory of mental account and penalty function, and was used to analyze the coordination of supply chain. Theoretical analysis shows that the wholesale price contract cannot coordinate the supply chain, but the buyback-cost loss sharing joint contract can achieve supply chain coordination. Finally, the theoretical results are verified by numerical examples, and it is found that under the condition of supply chain coordination, with the increase of cost-sharing coefficient, loss-sharing coefficient and unit repurchase price also increase, the expected utility and expected profit of retailers gradually decrease, while the expected utility and expected profit of suppliers gradually increase. The degree of risk aversion of supply chain members affects the value of contract parameters.

Keywords

Supply and Demand Uncertainty, Risk Aversion, Joint Contracts, Supply Chain Coordination

供需不确定下供应商和零售商均是风险厌恶的供应链协调

程　楠，莫降涛*

*通讯作者。

文章引用: 程楠, 莫降涛. 供需不确定下供应商和零售商均是风险厌恶的供应链协调[J]. 运筹与模糊学, 2020, 10(1): 74-85. DOI: 10.12677/orf.2020.101009

广西大学数学与信息科学学院，广西 南宁
Email: cn-99@163.com, *mjt@gxu.edu.cn

收稿日期：2020年1月29日；录用日期：2020年2月11日；发布日期：2020年2月18日

摘 要

本文讨论供应和需求不确定的供应链协调问题，其中供应商和零售商都是风险厌恶的，即他们对损失是厌恶的。应用心理账户理论及罚函数思想，本文构建了一个新的效用函数，并利用其构建供应链决策模型。理论分析表明：批发价契约不能协调供应链，但是回购－成本损失分担联合契约可以实现供应链协调。最后用数值例子验证了理论结果，并发现在供应链协调时，随着成本分担系数增加，损失分担系数和单位回购价也增加，零售商期望效用和期望利润逐步减少，而供应商的期望效用和期望利润则逐步增加。供应链成员的风险厌恶程度影响契约参数取值。

关键词

供应和需求不确定，风险厌恶，联合契约，供应链协调

1. 引言

随着经济全球化，供应链决策面临越来越多的挑战。目前，许多学者在需求不确定的情况下对供应链协调问题进行了大量的研究。但是，在供应链决策中，除需求不确定性外，还会面临其他影响因素。首先，生产存在不确定性，比如：农产品的产量和温度、降水等。其次，供应链成员的风险态度也影响决策。因此，在生产和需求不确定的情况下，结合成员风险态度研究供应链协调是十分有必要的。

近年来，除需求不确定外，供应不确定也引起了学者的重视。比如 He Xu 等[1]研究表明期权契约可以实现供应链协调；Yong He 等[2]说明制造商和零售商采用批发价合同和退货策略，可以实现供应链协调；M. Güray Güler [3]等研究表明产量的随机性并不改变批发价、回购、收益分成、数量折扣和数量弹性契约的协调能力，但是影响契约参数的取值；Fei Hu 等[4]发现收入共享政策与订单罚款和回扣(OPR)契约，可以充分协调供应链；最后，给出了数值算例。张文杰等[5]通过期权契约与其他契约的比较，说明了期权契约不仅可以实现供应链协调，还可以提高供应链绩效；罗军[6]研究表明回购契约可以实现供应链协调；罗加蓉[7]通过分别构建看涨期权、看跌期权和双向期权契约下的供应链博弈模型，研究了现货市场和期权契约市场共存下产出和需求双边随机供应链的订购、生产和协调优化决策；Nosoohi Iman 等[8]研究表明通过期权契约可以减少成本不确定性的影响，最终实现供应链协调；Jiarong Luo 等[9]发现收益共享契约与盈余补贴机制相结合，可以协调供应链，同时通过选择合适的参数，可以实现供应链利润在两个企业之间任意分配；郑佳琳[10]建立单一订购期权契约和混合订购期权契约下 Stackelberg 博弈模型，运用逆向归纳法求解供应商的最优生产投入策略和零售商的最优订购策略，并探讨了不同契约模式下供应商和零售商的期望利润；聂腾飞[11]的研究表明合理的政府补贴可以使批发价格契约实现供应链

协调；李小美等[12]设计了回购和成本分担契约，不仅能协调供应链，还可以实现供应链利润的自由分配。但是，这些研究都是在零售商和供应商是风险中性条件下进行的。

在实际生产中，供应链成员面临各种因素造成的风险，这些风险除造成经济损失外，还会对决策者的心理产生影响，进而影响其决策行为。比如，因需求不确定造成库存积压，零售商承担经济损失的风险，同时对其心理产生影响，导致其减少订购量等。实际上，一些学者已经开始研究供应链成员风险态度对供应链协调影响。在已有的文献中，一般运用效用函数来衡量风险大小，常用的有分段线性效用函数、基于 CVaR 准则效用函数等，比如 Weiwei L 等[13]运用分段线性效用函数，研究了损失规避的零售商和风险中性的供应商组成的供应链协调问题，结果表明，回购(BB)和数量弹性(QF)合同可以协调供应链，而批发价契约不能实现供应链协调；许明辉等[14]运用分段线性效用函数，研究了收益共享契约和回购策略对供应链的协调作用；罗伟伟等[15]运用分段线性效用函数，研究损失厌恶的零售商的供应链契约协调设计问题；许民利等[16]应用 CVaR 准则效用函数，探讨收益共享契约下供应链协调的条件。上述研究表明，当零售商是风险厌恶时，供应链的决策受到影响，仍然可以采用适当的契约使供应链协调。在实际生产中，供应不确定导致订购量不能满足，供应商也承担损失的风险。因此，在供应和需求不确定条件下，研究供应商和零售商同时是风险厌恶的供应链协调问题是十分必要的。

近年来，由著名心理学家萨勒提出的“心理账户”理论被用于成员具有风险态度的供应链协调研究中，例如：杨旭瑞[17]运用多重心理账户理论来描述货代的风险态度，研究了风险中性航运企业和损失规避货代所组成的供应链在期权契约下货代的联合决策问题。本文的目的是应用心理账户理论研究供应商和零售商都是风险厌恶的供应链协调问题。首先，利用心理账户理论，将供应链成员的收入、支出分别计入收益、损失两个不同账户，然后，利用“罚函数”思想，通过对损失账户进行惩罚，构建一个新的效用函数，表示供应链成员的风险厌恶程度。最后，通过分析新的效用函数下的供应链成员的决策，研究供应链的协调问题。

2. 问题与基本假设

本文考虑一个风险厌恶的供应商、一个风险厌恶的零售商和一种产品组成的二级供应链系统。供应商生产产品，零售商向供应商订购产品，在市场销售，零售商面临的市场需求 x 不确定，取值区间为 $[0,+\infty)$，其分布函数和概率密度函数分别为 $F(x)$ 和 $f(x)$，且 $F(x)$ 是严格单调递增和可导的函数，均值为 μ_x。记 $\bar{F}(x)=1-F(x)$。供应商面临产品生产率 y 是不确定的，取值区间为 $[0,1]$，其分布函数和概率密度函数分别为 $G(y)$ 和 $g(y)$，且 $G(y)$ 是严格单调递增和可导的函数，均值为 μ_y。假设 x 与 y 是相互独立的，且供应商的实际产出低于零售商的订购量 q 时，供应商需要从现货市场购买产量不足的部分，为如期交货。

本文建模时用到下面的记号：

R：供应商的计划生产量

c：供应商的单位生产成本

w：产品的单位批发价格

q：零售商的订购量

p：产品的单位零售价格

v：现货的单位价格

s：零售商的单位缺货损失

λ：零售商的风险厌恶系数

η：供应商的风险厌恶系数

$[x]^{+}=\min\{x,0\}$

为了符合实际和简化计算，模型基本假设：

(a) 不失一般性， $p>w>c$；

(b) $s>0$；

(c) $c\le v\mu_y$；

(d) 当实际产品低于订购量时，供应商采购现货补足至订购量 q，当实际产品高于订购量时，零售商仅接受数量为 q 的产量。

本文根据 Bellantuono [18]的研究结果，运用多重心理账户表示零售商和供应商的风险厌恶程度，分别为零售商和供应商建立两个心理账户，即收益账户(Ra)和损失账户(La)，其中：收益账户记录零售商和供应商通过销售产品获得的收益，损失账户记录零售商缺货造成的损失和供应商采购现货造成的损失。

为了表示供应商和零售商的风险厌恶程度，本文采用下面的效用函数：

$U=Ra-\lambda La$，其中，λ 为风险厌恶系数，$\lambda\ge1$，λ 值越大，意味着对损失的厌恶程度越高，反之，意味着对缺货的厌恶程度越低。当 $\lambda=1$ 时，零售商和供应商是风险中性的，效用函数表示的是零售商和供应商的利润函数。因此，运用心里账户可以将效用函数和利润函数建立联系。

本文采用 Stackelberg 博弈模型建模。假设零售商是领导者，供应商是跟随者。供应链的运作方式如下：第一阶段即在销售期前，零售商根据市场随机需求和历史订单量确定订购量为 q，供应商根据零售商的订购量决定计划生产量 $R=R(q)$，然后开始生产，实际产量为 yR，其中 y 是随机生产率，第二阶段即生产完成后，零售商根据供应商的生产量确定最优订购量 $q(R)$，供应商将产品运送给零售商，零售商将产品销售给顾客。如果不能满足市场需求，零售商产生缺货损失；销售结束时，剩余产品的残值为零。

本文的目的是研究供应链协调问题。在本文中，称一个契约协调供应链是指：应用该契约，使得下面条件成立：

1) 集中式供应链的期望利润最优；

2) 分散决策下，零售商和供应商的期望效用最优。

3. 集中式供应链模型

在集中式供应链中，供应商和零售商是一个整体，假设供应链的领导者是风险中性的，决策的目标是极大化供应链系统的期望利润，即寻求供应商和零售商的期望利润之和最大。

供应链系统的期望利润为

$$\begin{aligned}E\pi_c(q,R)&=pE\min\{q,x\}-vE[q-yR]^{+}-sE[x-q]^{+}-cR\\&=(p+s)q-cR-s\mu_x-(p+s)\int_0^q F(x)\mathrm{d}x-v\int_0^{q/R}RG(y)\mathrm{d}y,\end{aligned}$$

其中：第一项表示的是销售收入，第二项采购现货的成本，第三是缺货损失，第四项是生产的成本。

命题 1 在随机产出随机需求条件下，供应链系统利润 $E\pi_c(q,R)$ 是关于 (R,q) 的联合凹函数，当 $p+s-vG(1/k_1^c)\ge0$ 时，最优订购量 q_1^c 和最优计划生产量 R_1^c 存在且满足

$$(p+s)F(q_1^c)=p+s-vG(1/k_1^c),\ R_1^c=k_1^c q_1^c,\tag{1}$$

其中 k_1^c 由下式确定

$$\int_0^{1/k_1^c}yg(y)\mathrm{d}y=c/v.\tag{2}$$

证明：对 $E\pi_c(q,R)$ 分别求关于 q 和 R 的一阶偏导数得

$$\partial E\pi_c/\partial q = p+s-(p+s)F(q)-vG(q/R),$$

$$\partial E\pi_c/\partial R = -c+v\int_0^{q/R} yg(y)\mathrm{d}y.$$

当 $0\le z\le 1$ 时，定义函数

$$H(z) = -c+v\int_0^{z} yg(y)\mathrm{d}y,$$

则 $H(1)=-c+v\mu_y$，$H(0)=-c$。由假设(c)可得到：$H(1)>0$，$H(0)<0$，因此，$H(z)=0$ 存在唯一解 z_c^*。

令 $z_c^*=1/k_1^c$，将 $R=k_1^c q$ 代入方程 $\partial E\pi_c(q,R)/\partial R=0$，得到

$$p+s-(p+s)F(q)-vG(1/k_1^c)=0. \tag{3}$$

记上式左边式子为 $T(q)$。因为 $F(x)$ 和 $G(y)$ 是分布函数，由假设得到

$$T(0)=p+s-vG(1/k_1^c)>0,\ T(+\infty)=-vG(1/k_1^c)<0.$$

根据根的存在定理可知，方程(3)存在唯一解，记为 q_1^c，则 q_1^c 满足

$$(p+s)F(q_1^c)=p+s-vG(1/k_1^c).$$

于是，供应商的生产量为 $R_1^c=k_1^c q_1^c$。

求关于 q 和 R 的二阶偏导数得

$$\partial^2 E\pi_c/\partial q^2 = -(p+s)f(q)-\frac{v}{R}g(q/R)\le 0,$$

$$\partial^2 E\pi_c/\partial R^2 = -\frac{vq^2}{R^3}g(q/R),$$

$$\partial^2 E\pi_c/\partial q\partial R = \frac{vq}{R^2}g(q/R).$$

于是，$E\pi_c(q,R)$ 的 *Hesse* 矩阵为：

$$\frac{\partial^2 E\pi_c}{\partial q^2}\frac{\partial^2 E\pi_c}{\partial R^2}-\left(\frac{\partial^2 E\pi_c}{\partial q\partial R}\right)^2=\frac{vq^2(p+s)f(q)}{R^3}g(q/R)>0.$$

所以，Hesse 矩阵为负定矩阵，即函数 $E\pi_c(q,R)$ 是关于 (q,R) 的凹函数。又因为 (q_1^c,R_1^c) 是满足一阶条件的点，所以 (q_1^c,R_1^c) 是零售商的最优订购量和供应商的最优生产量。

4. 批发价契约下的情形

在分散式供应链中，风险厌恶的供应商和风险厌恶的零售商是不同的经济体，决策的目标是使其各自的效用最大化。

4.1. 供应商的决策

首先，供应商根据零售商的订购量 q 来计划生产量为 R，实际产量为 yR，当产量小于订购量时，采购现货补足，购买现货的数量为 $[q-yR]^+$。供应商的收益是销售收入与生产成本之差，其损失为采购现货成本。供应商的收益 SRa_1 和损失 SLa_1 为

$$SRa_1 = wq-cR,$$

$$SLa_1 = v[q - yR]^+,$$

其效用函数为$US_1 = SRa_1 - \eta SLa_1$，即

$$US_1 = wq - cR - \eta v[q - yR]^+,$$

其中η是供应商的风险厌恶系数，$\eta \geq 1$。供应商的期望效用函数为

$$EUS_1 = wq - cR - \eta v\int_0^{q/R} RG(y)\mathrm{d}y.$$

命题 2 当零售商的订购量为q时，供应商的最优计划生产量$R = k_1 q$，其中k_1满足

$$\int_0^{1/k_1} yg(y)\mathrm{d}y = c/\eta v. \tag{4}$$

证明：经计算一阶导数到

$$\partial EUS_1/\partial R = -c + \eta v\int_0^{q/R} yg(y)\mathrm{d}y,$$

当$0 \leq z \leq 1$时，定义函数

$$H(z) = -c + \eta v\int_0^{z} yg(y)\mathrm{d}y,$$

因为$H(1) = -c + \eta v\mu_y$，$H(0) = -c$，由假设(c)可得到：$H(1) > 0$，$H(0) < 0$，所以，根据根的存在定理可知，$H(z_1) = 0$存在唯一解z_1。

令$z_1 = 1/k_1$，将$R = k_1 q$代入方程$\partial EUS_1/\partial R = 0$，得到$k_1$满足(4)。

由$g(x) > 0$及$\partial^2 EUS_1/\partial R^2 = -\eta v\dfrac{q^2}{R^3}g(q/R) < 0$。$EUS_1$是关于$R$的凹函数，所以，当零售商的订购量为$q$时，供应商的最优计划生产量$R = k_1 q$。

4.2. 零售商的决策

零售商收到产品的数量为q，其收益为销售收益，即销售收入减去采购成本，

$$RRa_1 = p\min\{q, x\} - wq.$$

零售商的损失为缺货损失，即

$$RLa_1 = s[x - q]^+.$$

于是，零售商的效用函数为$UR_1 = RRa_1 - \eta RLa_1$，即

$$UR_1 = p\min\{q, x\} - wq - \lambda s[x - q]^+,$$

其中λ是零售商的风险厌恶系数，$\lambda \geq 1$。零售商的期望效用函数是

$$EUR_1 = (p + \lambda s - w)q - \lambda s\mu_x - (p + \lambda s)\int_0^q F(x)\mathrm{d}x.$$

命题 3 在批发价契约下，零售商的最优订购量存在且满足

$$(p + \lambda s)F(q_1) = p + \lambda s - w. \tag{5}$$

证明：对EUR_1关于q的一阶导数得：

$$\partial EUR_1/\partial q = (p + \lambda s - w) - (p + \lambda s)F(q).$$

由假设(d)，$p + \lambda s - w > 0$且$p + \lambda s - w < p + \lambda s$，则方程$\partial EUR_1/\partial q = 0$存在唯一解，记为$q_1$，且满足

$(p+\lambda s)F(q_1)=p+\lambda s-w$。

又因为 $f(x)>0$，及 $\partial^2 EUR_1/\partial q^2=-(p+\lambda s)f(q)<0$ 知道 EUR_1 是关于 q 的凹函数，所以，在批发价契约下，零售商的最优订购量存在且满足(5)。

根据命题 2 和 3 可以得到，供应商的最优生产量为 $R_1=k_1q_1$，其中 k_1 满足(4)。

简单计算可以得到以下结论：

结论 1 供应商的最优计划生产量 R_1 随着风险厌恶系数 η，现货成本 v 的增加而增加；随着成本 c 的增加而减少。

结论 2 零售商的最优订购量 q_1 随着风险厌恶系数 λ，单位缺货损失 s，零售价格 p 的增大而增大；随着批发价 w 的增大而减小。

因为 $\eta\ge 1$，由(2)和(4)得到 $k_1^c\le k_1$。再由(1)和(5)得到：无法通过调整批发价 w 使得供应链协调。因为即使选择适当的批发价 w 使得 $q_1^c=q_1$，仍然无法保证 $R_1^c=R_1$ 成立。因此，单一的批发价契约无法使供应链协调。

5. 回购－成本损失分担契约

根据假设，在随机产出的环境下，当产出量超过订购量时，供应商产生积压损失；而当产出量不能满足的订购量时，供应商从现货市场够买补足，产生缺货损失。为了协调供应链，一方面，为激励供应商满足零售商的订购量，零售商分担供应商的缺货损失，损失分担系数为 α_1，$0\le\alpha_1\le 1$，且分担供应商的生产成本，成本分担系数为 β_1，$0\le\beta_1\le 1$。另一方面，为了鼓励零售商多订货，在销售季节末，供应商以单位回购价格 b 回购零售商剩余产品，从而降低零售商因订购过多而产生的损失。

5.1. 供应商的决策

假设零售商的订购量是 q，供应商决策使其利润最优计划生产量 R。供应商的收益是销售收入减去生产成本和回购费用，其损失为采购现货成本。供应商的收益 SRa_2 和损失 SLa_2 为

$$SRa_2=wq-(1-\beta_1)cR-b[q-x]^+,$$

$$SLa_2=(1-\alpha_1)v[q-yR]^+.$$

其效用函数为 $US_2=SRa_2-\eta SLa_2$，即

$$US_2=wq-(1-\beta_1)cR-b[q-x]^+-\eta v(1-\alpha_1)[q-yR]^+.$$

其中 η 是供应商的风险厌恶系数，$\eta\ge 1$。供应商的期望效用函数为

$$EUS_2=wq-(1-\beta_1)cR-b\int_0^q(q-x)f(x)\mathrm{d}x-\eta v(1-\alpha_1)\int_0^{q/R}RG(y)\mathrm{d}y. \tag{6}$$

命题 4 当零售商的订购量为 q 时，如果 $(1-\beta_1)c\le\eta v\mu_y(1-\alpha_1)$ 成立，供应商的最优计划生产量 $R=k_2q$，且 k_2 满足

$$\int_0^{1/k_2}yg(y)\mathrm{d}y=\frac{(1-\beta_1)c}{\eta v(1-\alpha_1)}. \tag{7}$$

证明：经计算，

$$\frac{\partial EUS_2}{\partial R}=-(1-\beta_1)c+\eta v(1-\alpha_1)\int_0^{q/R}yg(y)\mathrm{d}y.$$

当 $0\le z\le 1$ 时，定义函数

$$H(z) = -(1-\beta_1)c + \eta v(1-\alpha_1)\int_0^z yg(y)\mathrm{d}y,$$

则 $H(1) = -(1-\beta_1)c + \eta v(1-\alpha_1)\mu_y$， $H(0) = -(1-\beta_1)c$， 由 $(1-\beta_1)c \le \eta v \mu_y (1-\alpha_1)$ 可得到： $H(1) > 0$， $H(0) < 0$。因此， $H(z) = 0$ 存在唯一解 z_2。

令 $z_2 = 1/k_2$， 将 $R = k_2 q$ 代入方程 $\partial E\pi_c(q,R)/\partial R = 0$， 得到 k_2 满足(7)。

由 $g(x) > 0$ 及 $\partial^2 EUS_2/\partial R^2 = -\eta v(1-\alpha_1)\frac{q^2}{R^3}g(q/R) < 0$， EUS_2 是关于 R 的凹函数，所以当零售商的订购量为 q 时，供应商的最优生产量满足 $R = k_2 q$。

5.2. 零售商的决策

零售商的收益 RRa_2 为销售收入加上回购收入，再减去采购成本、分担的部分生产成本及分担供应商的部分损失，即

$$RRa_2 = p\min\{q,x\} + b[q-x]^+ - wq - \beta_1 cR - \alpha_1 v[q-yR]^+.$$

零售商的损失 RLa_2 为缺货损失，即

$$RLa_2 = s[x-q]^+,$$

于是，零售商的效用函数为 $UR_2 = RRa_2 - \lambda RLa_2$， 即

$$UR_2 = p\min\{q,x\} + b[q-x]^+ - wq - \beta_1 cR - \alpha_1 v[q-yR]^+ - \lambda\left(s[x-q]^+\right),$$

其中 λ 是零售商的风险厌恶系数， $\lambda \ge 1$。零售商的期望效用函数是

$$EUR_2 = (p+\lambda s-w)q - \beta_1 ck_2 q - \lambda s\mu_x - (p+\lambda s-b)\int_0^q F(x)\mathrm{d}x - \alpha_1 v\int_0^{1/k_2} k_2 qG(y)\mathrm{d}y. \tag{8}$$

命题 5 在联合契约下，当 $R = k_2 q$ 且

$$b - w < \beta_1 ck_2 + \alpha_1 v\int_0^{1/k_2} k_2 G(y)\mathrm{d}y < p + \lambda s - w \tag{9}$$

时，零售商的最优订购量 q_2 满足

$$(p+\lambda s-b)F(q_2) = p + \lambda s - w - \beta_1 ck_2 - \alpha_1 v\int_0^{1/k_2} k_2 G(y)\mathrm{d}y. \tag{10}$$

证明：将 $R = k_2 q$ 代入 EUR_2， 求关于 q 的一阶导数得：

$$\partial EUR_2/\partial q = p + \lambda s - w - \beta_1 ck_2 - (p+\lambda s-b)F(q) - \alpha_1 v\int_0^{1/k_2} k_2 G(y)\mathrm{d}y.$$

将上式右边记为 $T(q)$。因为 $F(x)$ 是分布函数，所以

$$T(0) = p + \lambda s - w - \beta_1 ck_2 - \alpha_1 v\int_0^{1/k_2} k_2 G(y)\mathrm{d}y,$$

$$T(+\infty) = b - w - \beta_1 ck_2 b - \alpha_1 v\int_0^{1/k_2} k_2 G(y)\mathrm{d}y,$$

当(9)成立时， $T(0) < 0$ 且 $T(+\infty) > 0$， 于是方程 $T(q) = 0$ 存在唯一解 q_2 满足(10)。

由 $f(x)$ 是分布函数及 $\partial^2 EUR_2/\partial q^2 = -(p+\lambda s-b)f(q) < 0$， EUR_2 是关于 q 的凹函数。

于是，在联合契约下，零售商的最优订购量 q_2 满足(10)。

根据命题4，5可以得到，供应商的最优订购量为$R_2 = k_2 q_2$。

简单计算可得下面结论：

结论3 供应商的最优计划生产量R_2随着风险厌恶系数η和现货成本v的增加而增加；随着成本c，损失分担系数α_1和成本分担系数β_1的增加而减少。

结论4 零售商的最优订购量q_2随着风险厌恶系数λ，单位缺货损失s，零售价格p、回购系数b的增大而增大；随着批发价w，损失分担系数α_1和成本分担系数β_1的增大而减小。

5.3. 供应链协调

命题6 如果参数(b,α_1,β_1)满足

$$b - w < \beta_1 c k_2 + \alpha_1 v \int_0^{1/k_2} k_2 G(y)\,\mathrm{d}y < p + \lambda s - w \tag{11}$$

且

$$\alpha_1 = 1 + (\beta_1 - 1)/\eta \tag{12}$$

$$b = \frac{(p+s)\left(w + \beta_1 c k_1^c + \alpha_1 v \int_0^{1/k_1^c} kG(y)\,\mathrm{d}y\right) - (p+\lambda s) v G\left(1/k_1^c\right)}{p + s - vG\left(1/k_1^c\right)} \tag{13}$$

则在联合契约下，供应链可以实现协调。

证明：根据定义，要协调供应链，必须有：$q_2 = q_1^c$和$R_2 = R_1^c$。

由$q_2 = q_1^c$和$R_2 = R_1^c$，命题1，4和5，得到：$k_2 = k_1^c$。

由$q_2 = q_1^c$，命题1和5得

$$F^{-1}\left\{\frac{p + \lambda s - w - \beta_1 c k_2 - \alpha_1 v \int_0^{1/k_2} k_2 G(y)\,\mathrm{d}y}{p + \lambda s - b}\right\} = F^{-1}\left(\frac{p + s - vG\left(1/k_1^c\right)}{p+s}\right); \tag{14}$$

由$R_2 = R_1^c$，命题1和4得

$$\frac{(1-\beta_1)c}{\eta v(1-\alpha_1)} = \frac{c}{v}. \tag{15}$$

整理即得(12)和(13)。

因此，当参数(b,α_1,β_1)满足(11)，(12)和(13)时，供应链系统的期望利润达到最优，且供应链和零售商的期望效用最优，即供应链实现协调。若要供应链实现完美协调，还应该调整联合契约参数，使得供应链成员的期望利润不低于保留值。

根据简单计算可得：

结论5 当风险厌恶系数λ和η给定时，α_1关于β_1的增大而增大，b关于β_1的增大而增大。

结论6 其他条件不变时，α_1关于风险厌恶系数η的增大而增大，b关于风险厌恶系数λ的增大而减小。

5.4. 数值算例

模型参数$p = 22$，$v = 13.5$，$s = 1$，$c = 6.2$，$w = 16.5$。假设市场需求x服从$[0, 2000]$上的均匀分布，

生产率 y 服从 $[0,1]$ 上的均匀分布， $f(x)=1/2000$ ， $F(x)=x/2000$ ， $\mu_x=1000$ ， $g(y)=1$ ， $G(y)=y$ ， $\mu_y=0.5$ 。

在集中决策下，零售商的最优订购量 $q_1^c=874.9291$ ，供应商的最优生产量 $R_1^c=912.9120$ ，供应链系统的最优期望利润是 $E\pi_c=3401.6305$ 。在批发价契约($w=16.5$)下，零售商和供应商的期望利润分别为 $E\pi_{r_1}=834.9942$ 和 $E\pi_{s_1}=2047.5220$ 。

首先，验证命题 6 的结论。取 $\lambda=1.3$ ， $\eta=1.2$ 。在回购-成本损失分担契约下，将模型参数代入(11)，(12)和(13)，经计算知：契约参数 (b,α_1,β_1) 的满足

$$\alpha_1=0.1667+0.8333\beta_1,\ b=27.111\beta_1+10.221 \text{ 且 } 0\le\beta_1\le0.4610.$$

让 β_1 在 $[0,0.4610]$ 取的值，分别计算 α_1 ， b ， q_2 ， R_2 ，零售商和供应商的期望利润($E\pi_r$ 和 $E\pi_s$)及期望效用(EUR_2 和 EUS_2)，得到 $q_2=q_1^c=874.9291$ ， $R_2=R_1^c=912.9120$ ，其余结果如表 1 所示。

Table 1. The impact of contract coefficients on the expected utility and expected profits of supply chain members
表 1. 契约系数对供应链成员期望效用和期望利润的影响

β_1	α_1	b	$E\pi_r$	$E\pi_s$	EUR_2	EUS_2
0.0000	**0.1667**	**10.2205**	**1298.0216**	**2103.6089**	**1203.1000**	**1160.2665**
0.0461	**0.2051**	**11.4703**	**1058.8372**	**2342.7933**	**963.9033**	**1442.9390**
0.0922	0.2435	12.7202	819.6527	2581.9778	724.7189	1725.6116
0.1383	0.2819	13.9700	580.4682	2821.1622	485.5344	2008.2841
0.1844	0.3203	15.2198	341.2838	3060.3467	246.3499	2290.9567
0.2305	0.3588	16.4696	102.0993	3299.5312	7.1655	2573.6291
0.2766	0.3972	17.7194	−137.0851	3538.7156	−232.0190	2856.3017
0.3227	0.4356	18.9693	−402.2215	3803.8420	−471.2034	3138.9742
0.3688	0.4740	20.2191	−615.4541	4017.0846	−710.3879	3421.6468
0.4149	0.5124	21.4689	−854.6385	4256.2690	−949.5724	3704.3194
0.4610	0.5508	22.7187	−1093.8230	4495.4534	−1188.7568	3987.9919

由表 1 可以看到：参数满足命题 6 的条件时， $E\pi_r$ 与 $E\pi_s$ 之和等于 3401.6035，即 $E\pi_c$ 。因此，供应链得到协调。还可以看出：随着 β_1 的变大， α_1 和 b 逐步变大， EUR_2 和 $E\pi_r$ 逐步减少， EUS_2 和 $E\pi_s$ 逐步增加，即在协调的情况下，当成本分担系数增加时，损失系数和单位回购价也增加，零售商期望效用和期望利润逐步减少，而供应商的期望效用和期望利润则逐步增加。因此，要实现供应链完美协调，必须选取适当的成本分担系数的值，使得供应链成员的期望利润不小于保留值。例如，当保留值为批发价契约($w=16.5$)下的期望利润时，取 $\beta\le0.0461$ ，则有 $E\pi_r\ge E\pi_{r_1}$ ， $E\pi_s\ge E\pi_{s_1}$ ，此时，供应链可以实现完美协调。

其次，考察风险厌恶程度对联合契约参数取值的影响。在 $\lambda=1.5000$ 且 η 在 $[1.0000,2.0000]$ 取值， λ 在 $[1.0000,2.0000]$ 取值且 $\eta=1.5000$ 和 λ ， η 均在在 $[1.0000,2.0000]$ 取值的三种情况下，分别计算满足命题 6 条件的成本分担系数 β_1 的取值范围，结果如表 2。由表 2 可知：在 λ 或 η 取值不变、另一个变化的情况下，随着风险厌恶系数不断增大，成本分担系数 β_1 取值范围也不断扩大；但是，当在 λ 和 η 的取值逐步变大时，成本分担系数 β_1 取值范围先是逐步变大然后逐步变小。这说明供应链成员的风险厌恶程度对协调契约的参数取值是有影响的。

Table 2. Impact of risk aversion coefficient on contract parameters
表 2. 风险厌恶系数对契约参数的影响

$\lambda=1.5$		$\eta=1.5$				
η	β_1	λ	β_1	λ	η	β_1
1.0000	[0, 0.4310]	1.0000	[0, 0.4236]	1.0000	1.0000	[0, 0.3935]
1.2000	[0, 0.4830]	1.2000	[0, 0.4431]	1.3000	1.2000	[0, 0.4610]
1.4000	[0, 0.5102]	1.4000	[0, 0.4626]	1.5000	1.4000	[0, 0.5102]
1.6000	[0, 0.5178]	1.6000	[0, 0.4821]	1.7000	1.7000	[0, 0.5331]
1.8000	[0, 0.5677]	1.8000	[0, 0.5016]	1.8000	1.9000	[0, 0.5288]
2.0000	[0, 0.6043]	2.0000	[0, 0.5211]	1.9000	2.0000	[0, 0.4207]

6. 小结

本文研究了生产和需求不确定环境下零售商和供应商均是风险厌恶的供应链协调问题。理论分析表明：适当选择契约参数，回购－成本损失分担契约可以实现供应链协调。通过数值分析发现：在协调时，随着成本分担系数增加，损失系数和单位回购价也增加，零售商期望效用和期望利润逐步减少，而供应商的期望效用和期望利润则逐步增加，并且供应链成员的风险厌恶程度影响契约参数的取值。本文的研究工作丰富了供应链的协调理论，对零售商和供应商同时是风险厌恶的供应链管理决策具有一定的指导意义。

参考文献

[1] Xu, H. (2010) Managing Production and Procurement through Option Contracts in Supply Chains with Random Yield. *International Journal of Production Economics*, **126**, 306-313. https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2010.04.007

[2] He, Y. and Zhao, X. (2012) Coordination in Multi-Echelon Supply Chain under Supply and Demand Uncertainty. *International Journal of Production Economics*, **139**, 106-115. https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2011.04.021

[3] Güray Güler, M. and Emre Keskin, M. (2013) On Coordination under Random Yield and Random Demand. *Expert Systems with Applications*, **40**, 3688-3695. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2012.12.073

[4] Hu, F., Lim, C.-C. and Lu, Z.D. (2013) Coordination of Supply Chains with a Flexible Ordering Policy under Yield and Demand Uncertainty. *International Journal of Production Economics*, **146**, 686-693. https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2013.08.024

[5] 张文杰，骆建文．随机产出随机需求下的供应链期权契约模型[J]．管理工程学报, 2016, 30(3): 121-128.

[6] 罗军．随机产出随机需求下的供应链协调问题研究[J]．科技管理研究, 2016, 36(16): 225-230.

[7] 罗加蓉．产出和需求双边随机供应链期权博弈模型研究[D]: [博士学位论文]．成都：电子科技大学, 2016.

[8] Iman, N. and Ali-Shahandeh, N. (2016) Outsource Planning through Option Contracts with Demand and Cost Uncertainty. *European Journal of Operational Research*, **250**, 131-142. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.10.030

[9] Luo, J.R. and Chen, X. (2016) Coordination of Random Yield Supply Chains with Improved Revenue Sharing Contracts. *European Journal of Industrial Engineering*, **10**, 81-102.

[10] 郑佳琳．随机产出随机需求下农产品供应链期权契约研究[D]: [硕士学位论文]．杭州：浙江工业大学, 2017.

[11] 聂腾飞，宇海锁，杜少甫．基于政府补贴的随机产出与需求农产品供应链优化决策[J]．中国科学技术大学学报, 2017, 47(3): 267-273.

[12] 李小美，张光军，刘人境，徐青川．供需不确定条件下考虑双边努力的供应链组合契约设计[J]．运筹与管理, 2019, 28(8): 48-58.

[13] Luo, W., *et al*. (2016) Coordinating a Supply Chain with a Loss-Averse Retailer under Yield and Demand Uncertainties. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, **2016**, Article ID: 8928035. https://doi.org/10.1155/2016/8928035

[14] 许明辉，周泉，周柳柳．随机产出环境下具有损失规避零售商的供应链协调[J]．南大商学评论, 2016(1): 115-132.

[15] 罗伟伟, 刘伟, 邵东国. 不确定环境下具有损失厌恶偏好零售商的供应链协调[J]. 计算机集成制造系统, 2016, 22(12): 2867-2874.

[16] 许民利, 李舒颖. 产量和需求随机下基于收益共享契约的供应链决策[J]. 控制与决策, 2016(8): 1435-1440.

[17] 杨旭瑞. 损失规避环境下基于期权契约的航运供应链优化研究[D]: [硕士学位论文]. 舟山: 浙江海洋大学, 2018.

[18] Bellantuono, N., Giannoccaro, I., Pontrandolfo, P., *et al*. (2009) The Implications of Joint Adoption of Revenue Sharing and Advance Booking Discount Programs. *International Journal of Production Economics*, **121**, 383-394. https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2006.11.023