

# 基于二元组语言直觉模糊幂均算子的多属性决策方法

张巧巧

西华大学理学院, 四川 成都  
Email: 1074876082@qq.com

收稿日期: 2020年10月26日; 录用日期: 2020年11月11日; 发布日期: 2020年11月18日

---

## 摘要

针对属性值为二元组语言直觉模糊数的多属性决策问题, 提出了一种基于二元组语言直觉模糊算子的多属性决策方法。定义了二元组语言直觉模糊距离, 提出了一系列新的二元组语言直觉模糊信息集结算子, 包括二元组语言直觉模糊幂均算子、二元组语言直觉加权幂均算子及二元组语言直觉模糊几何幂算子, 并研究了这些算子的性质。利用二元组语言直觉加权幂均算子集结信息, 采用基于二元组语言直觉得分函数和精确函数进行方案排序和择优。最后, 通过实例验证了该方法的有效性和可行性。

## 关键词

多属性决策, 二元组语言直觉模糊数, 幂均算子

---

# A Multiattribute Decision Making Approach Based on Intuitionistic 2-Tuple Fuzzy Power Average Operators

Qiaoqiao Zhang

College of Science, Xihua University, Chengdu Sichuan  
Email: 1074876082@qq.com

Received: Oct. 26<sup>th</sup>, 2020; accepted: Nov. 11<sup>th</sup>, 2020; published: Nov. 18<sup>th</sup>, 2020

---

## Abstract

A multiattribute decision making method based on intuitionistic 2-tuple fuzzy operators is pro-

posed for the multiattribute decision making problem in which the attribute value is an intuitionistic 2-tuple fuzzy number. A series of new aggregation operators of intuitionistic 2-tuple fuzzy information, including intuitionistic 2-tuple fuzzy power average operator, intuitionistic 2-tuple fuzzy weighted power average operator and intuitionistic fuzzy power geometric operator, and their properties are studied. By using the intuitionistic 2-tuple fuzzy weighted power average operator to aggregate information and the alternatives is sorted based on intuitionistic 2-tuple score function and acc function. Finally, an example is provided to demonstrate the effectiveness and feasibility of the proposed method.

## Keywords

Multiattribute Decision Making, Intuitionistic 2-Tuple Fuzzy Number, Power Average Operator

Copyright © 2020 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

自 Zadeh [1] 提出模糊集的概念以来, 许多学者对其理论进行了广泛研究, 并取得了丰硕成果。1986 年 Atanassov [2] 将模糊集拓展到了直觉模糊集。与模糊集相比, 直觉模糊集用隶属度、非隶属度以及犹豫度来刻画事物的模糊性和不确定性, 在刻画事物的模糊性和不确定性上比模糊集更加灵活与有效, 从而在现实决策中得到广泛的应用[3] [4]。Xu [5] 提出了直觉模糊加权平均算子、直觉模糊有序加权平均算子和直觉模糊混合聚合算子; Zhang [6] 提出了广义的直觉模糊几何幂算子及其应用。

然而, 对于现实多属性决策过程中定性性质的属性, 精确的数值很难表达决策者的偏好信息, 决策者更倾向于用语言术语来表达自己的对候选方案的评价。对此, 1975 年 Zadeh [7] 提出语言变量一词。它在处理不确定性决策问题方面更符合人类的认知过程。自此语言决策引起了学者的深入研究。2000 年, Herrera 和 Martinez [8] 提出利用二元组模糊语言表示模型描述语言评价信息。该模型利用二元组表示语言评价信息, 这个二元组有一个语言术语和在  $[-0.5, 0.5]$  中语义的一个数值组成, 因而它可以表示集结过程中获得的任何二元语义信息, 避免了信息丢失, 提高了语言信息集结结果的精确性。

通过直觉模糊集和二元组语言表示模型的启发, Beg 和 Rashid [9] 于 2016 年提出了二元组语言直觉模糊语言表示模型。目前, 针对属性值为二元组语言直觉模糊数(2TIFN)的决策方法研究比较少[10] [11]。本文将二元组语言直觉模糊数和幂均算子结合, 提出二元组语言直觉模糊幂均算子(2TIFPA)、二元组语言直觉加权幂均算子(2TIFPWA)及二元组语言直觉模糊几何幂算子(2TIFPG), 并给出基于二元组语言直觉加权幂均算子的多属性决策方法。

## 2. 预备知识

### 2.1. 直觉模糊集

定义 1 [2]: 设  $X$  为论域, 则在  $X$  上的直觉模糊集定义为

$$A = \left\{ \langle x, u_A(x), v_A(x) \rangle \mid x \in X \right\} \quad (1)$$

其中  $u_A(x): X \rightarrow [0,1], v_A(x): X \rightarrow [0,1]$  分别表示元素  $x$  属于集合  $X$  的隶属度和非隶属度且满足  $0 \leq u_A(x) + v_A(x) \leq 1, \forall x \in X, \pi_A(x) = 1 - u_A(x) - v_A(x)$  表示元素  $x$  属于集合  $X$  的犹豫度。

## 2.2. 二元语言术语集

**定义 2 [2]:** 设语言评价集  $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ ,  $\beta \in [0, g]$  是一个数值, 表示语言符号集结运算的结果, 则与  $\beta$  相应的二元语义可由函数  $\Delta$  得到:

$$\begin{aligned}\Delta: [0, g] &\rightarrow S \times [-0.5, 0.5] \\ \Delta(\beta) &= (s_i, \alpha_i)\end{aligned}$$

其中  $i = \text{round}(\beta)$ ,  $\alpha_i = \beta - i$ ,  $\alpha_i \in [-0.5, 0.5]$ 。

**定义 3 [8]:** 设语言评价集  $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ ,  $(s_i, \alpha_i)$  是一个二元语义, 则存在一个逆函数  $\Delta^{-1}$  使得二元语义可以转化为相应的数值  $\beta \in [0, g]$ , 即:

$$\begin{aligned}\Delta^{-1}: S \times [-0.5, 0.5] &\rightarrow [0, g] \\ \Delta^{-1}(s_i, \alpha_i) &= \alpha_i + i = \beta\end{aligned}$$

## 2.3. 二元组语言直觉模糊集

**定义 4 [9]:** 设论域  $X$  和语言评价集  $S = \{s_0, \dots, s_g\}$ , 则在  $X$  上的二元组语言直觉模糊集定义为

$$A_S = \left\{ \left\langle x, (s_i, \alpha_i)(x), (s_j, \beta_j)(x) \right\rangle \mid x \in X \right\} \quad (2)$$

其中二元组  $(s_i, \alpha_i), (s_j, \beta_j)$  分别表示元素  $x$  属于集合  $X$  的隶属度和非隶属度且满足  $\forall x \in X$ ,  $0 \leq i + \alpha_i + j + \beta_j \leq g$ 。

基于直觉模糊数和二元语义的运算法则, 我们可以得到二元组语言直觉模糊数的运算法则: 若  $m_1 = \langle (s_{u_1}, \alpha_1), (s_{v_1}, \beta_1) \rangle$ ,  $m_2 = \langle (s_{u_2}, \alpha_2), (s_{v_2}, \beta_2) \rangle$  为两个二元组语言直觉模糊数, 则:

$$m_1 \oplus m_2 = \left\langle \Delta \left( t \left( \frac{\Delta^{-1}(s_{u_1}, \alpha_1)}{t} + \frac{\Delta^{-1}(s_{u_2}, \alpha_2)}{t} - \frac{\Delta^{-1}(s_{u_1}, \alpha_1)}{t} \cdot \frac{\Delta^{-1}(s_{u_2}, \alpha_2)}{t} \right) \right), \Delta \left( t \left( \frac{\Delta^{-1}(s_{v_1}, \beta_1)}{t} \cdot \frac{\Delta^{-1}(s_{v_2}, \beta_2)}{t} \right) \right) \right\rangle$$

$$m_1 \otimes m_2 = \left\langle \Delta \left( t \left( \frac{\Delta^{-1}(s_{u_1}, \alpha_1)}{t} \cdot \frac{\Delta^{-1}(s_{u_2}, \alpha_2)}{t} \right) \right), \Delta \left( t \left( \frac{\Delta^{-1}(s_{v_1}, \beta_1)}{t} + \frac{\Delta^{-1}(s_{v_2}, \beta_2)}{t} - \frac{\Delta^{-1}(s_{v_1}, \beta_1)}{t} \cdot \frac{\Delta^{-1}(s_{v_2}, \beta_2)}{t} \right) \right) \right\rangle$$

$$\lambda m_1 = \left\langle \Delta \left( t \left( 1 - \left( 1 - \frac{\Delta^{-1}(s_{u_1}, \alpha_1)}{t} \right)^{\lambda} \right) \right), \Delta \left( t \left( \frac{\Delta^{-1}(s_{v_1}, \beta_1)}{t} \right)^{\lambda} \right) \right\rangle$$

$$m_1^{\lambda} = \left\langle \Delta \left( t \left( \frac{\Delta^{-1}(s_{u_1}, \alpha_1)}{t} \right)^{\lambda} \right), \Delta \left( t \left( 1 - \left( 1 - \frac{\Delta^{-1}(s_{v_1}, \beta_1)}{t} \right)^{\lambda} \right) \right) \right\rangle$$

## 2.4. 二元组语言直觉模糊距离测度

**定义 5:** 设语言评价集  $S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}$ ,  $m_1 = \langle (s_{u_1}, \alpha_1), (s_{v_1}, \beta_1) \rangle$ ,  $m_2 = \langle (s_{u_2}, \alpha_2), (s_{v_2}, \beta_2) \rangle$  是 2TIFNs, 则二元组语言直觉模糊距离测度为:

$$d(m_1, m_2) = \frac{1}{2(g+1)} \left[ \left| \Delta^{-1}(s_{u_1}, \alpha_1) - \Delta^{-1}(s_{u_2}, \alpha_2) \right| + \left| \Delta^{-1}(s_{v_1}, \beta_1) - \Delta^{-1}(s_{v_2}, \beta_2) \right| \right] \quad (3)$$

易证上述距离测度  $d(m_1, m_2)$  满足下列性质:

- 1)  $0 \leq d(m_1, m_2) \leq 1$ ;
- 2)  $d(m_1, m_2) = 0$  当且仅当  $m_1 = m_2$ ;
- 3)  $d(m_1, m_2) = d(m_2, m_1)$

## 2.5. 二语言直觉模糊数的得分函数

基于直觉模糊集的得分函数和精确函数, 我们可定义二语言直觉模糊数的得分函数和精确函数。

**定义 6 [12]:** 设  $m = \langle (s_u, \alpha), (s_v, \beta) \rangle$ , 则  $m$  的得分函数和精确函数可定义为:

$$S(m) = \Delta^{-1}(s_u, \alpha) - \Delta^{-1}(s_v, \beta) \quad (4)$$

$$Ac(m) = \Delta^{-1}(s_u, \alpha) + \Delta^{-1}(s_v, \beta) \quad (5)$$

基于上述定义的得分函数和精确函数, 可以得到二语言直觉模糊数的比较法则:

**定义 7 [12]:** 对任意两个二语言直觉模糊数  $m_1, m_2$ ,

- 1) 若  $S(m_1) > S(m_2)$ , 则  $m_1 > m_2$ ;
- 2) 若  $S(m_1) = S(m_2)$ ,
  - ① 若  $Ac(m_1) > Ac(m_2)$ , 则  $m_1 > m_2$ ;
  - ② 若  $Ac(m_1) = Ac(m_2)$ , 则  $m_1 = m_2$ 。

## 2.6. 聚合算子

**定义 8 [13]:** 设  $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$  是一组实数, 则幂均(PA)算子可定义如下:

$$PA(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = \frac{\sum_{j=1}^n (1+T(\alpha_j)) \alpha_j}{\sum_{j=1}^n (1+T(\alpha_j))} \quad (6)$$

其中,  $T(\alpha_j) = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \sup(\alpha_j, \beta_i)$ ,  $\sup(\alpha, \beta)$  表示  $\alpha$  对  $\beta$  的支撑程度且满足以下条件:

- ①  $\sup(\alpha, \beta) \in [0, 1]$ ;
- ②  $\sup(\alpha, \beta) = \sup(\beta, \alpha)$ ;
- ③  $\sup(\alpha, \beta) \geq \sup(x, y)$ , 如果  $|a - b| < |x - y|$ 。

基于幂均算子和几何均值算子, 几何幂(PG)算子可定义如下:

$$PG(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = \prod_{j=1}^n \alpha_j^{\frac{1+T(\alpha_j)}{\sum_{j=1}^n (1+T(\alpha_j))}} \quad (7)$$

## 3. 二语言直觉模糊幂均算子

**定义 9:** 设语言评价集为  $S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}$ ,  $m_j = \langle (s_{u_j}, \alpha_j), (s_{v_j}, \beta_j) \rangle$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) 是 2TIFLNs, 则二语言直觉模糊幂均加权平均(2TIFPA)算子是一个映射  $M^n \rightarrow M$ , 且

$$2TIFPA(m_1, m_2, \dots, m_n) = \frac{\sum_{j=1}^n (1+T(m_j)) m_j}{\sum_{j=1}^n (1+T(m_j))} \quad (8)$$

**定理 1:** 由二语言直觉模糊幂均算子得到的聚合值仍是一个二语言直觉模糊数, 且

$$2TIFPWA(m_1, m_2, \dots, m_n) = \left\langle \Delta \left( t \left( 1 - \prod_{j=1}^n \left( 1 - \frac{\Delta^{-1}(s_{u_j}, \alpha_j)}{t} \right)^{q_j} \right) \right), \Delta \left( t \left( \prod_{j=1}^n \left( \frac{\Delta^{-1}(s_{v_j}, \beta_j)}{t} \right)^{q_j} \right) \right) \right\rangle \quad (9)$$

$$\text{其中 } q_j = \frac{(1+T(m_j))}{\sum_{j=1}^n (1+T(m_j))}$$

$$T(m_j) = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \sup(\alpha_j, \alpha_i)$$

**定义 10:** 设语言评价集为  $S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}$ ,  $m_j = \left( (s_{u_j}, \alpha_j), (s_{v_j}, \beta_j) \right)$  ( $j=1, 2, \dots, n$ ) 是 2TIFLN。  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$  是  $m_j$  ( $j=1, 2, \dots, n$ ) 的权向量, 且满足  $\omega_j > 0$ ,  $\sum_{j=1}^n \omega_j = 1$ , 则二元组语言直觉模糊幂加权平均算子(2TIFPWA)是一个映射  $M^n \rightarrow M$ , 且

$$2TIFPWA(m_1, m_2, \dots, m_n) = \frac{\sum_{j=1}^n \omega_j (1+T(m_j)) m_j}{\sum_{j=1}^n \omega_j (1+T(m_j))} \quad (10)$$

**定理2:** 由二元组语言直觉模糊幂加权平均算子得到的聚合值仍是一个二元组语言直觉模糊数, 且

$$2TIFPWA(m_1, m_2, \dots, m_n) = \left\langle \Delta \left( t \left( 1 - \prod_{j=1}^n \left( 1 - \frac{\Delta^{-1}(s_{u_j}, \alpha_j)}{t} \right)^{q_j} \right) \right), \Delta \left( t \left( \prod_{j=1}^n \left( \frac{\Delta^{-1}(s_{v_j}, \beta_j)}{t} \right)^{q_j} \right) \right) \right\rangle \quad (11)$$

$$\text{其中 } q = \frac{\omega_j (1+T(m_j))}{\sum_{j=1}^n \omega_j (1+T(m_j))}, \quad T(m_j) = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \omega_i \sup(\alpha_j, \alpha_i)$$

易证二元组语言直觉模糊幂加权平均算子具有如下性质:

1) 置换性: 假设  $(m_1, m_2, \dots, m_n)$  是  $n$  个 2TIFLN 的向量,  $(m'_1, m'_2, \dots, m'_n)$  是  $(m_1, m_2, \dots, m_n)$  的任意排列, 则

$$2TIFPWA(m'_1, m'_2, \dots, m'_n) = 2TIFPWA(m_1, m_2, \dots, m_n) \quad (12)$$

2) 幂等性: 假设  $m_j$  ( $j=1, 2, \dots, n$ ) 是 2TIFLN, 若对任意的  $m_j$ , 满足  $m_j = m$ , 则

$$2TIFPWA(m_1, m_2, \dots, m_n) = m \quad (13)$$

3) 有界性: 假设  $m_j$  ( $j=1, 2, \dots, n$ ) 是 2TIFLN, 有

$$m_{\min} \leq 2TIFPWA(m_1, m_2, \dots, m_n) \leq m_{\max} \quad (14)$$

基于 2TIFPA 算子和几何均值算子, 我们可定义二元组语言直觉模糊几何幂算子(2TIFPG)如下:

$$2TIFPG(m_1, m_2, \dots, m_n) = \bigotimes_{j=1}^n (m_j)^{\frac{1+T(m_j)}{\sum_{j=1}^n (1+T(m_j))}}$$

$$= \left\langle \Delta \left( t \left( \prod_{j=1}^n \left( \frac{\Delta^{-1}(s_{u_j}, \alpha_j)}{t} \right)^{q_j} \right) \right), \Delta \left( t \left( 1 - \prod_{j=1}^n \left( 1 - \frac{\Delta^{-1}(s_{v_j}, \alpha_j)}{t} \right)^{q_j} \right) \right) \right\rangle \quad (15)$$

$$\text{其中 } q_j = \frac{1}{n-1} \left( 1 - \frac{1+T(m_j)}{\sum_{j=1}^n (1+T(m_j))} \right) \quad T(m_j) = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \omega_j \sup(\alpha_j, \alpha_i)。$$

#### 4. 基于二元组语言直觉模糊信息的多属性决策方法

在本节中，我们将上述的聚合算子应用于基于二元组语言直觉模糊信息的多属性决策。

假设某一多属性决策问题的方案集为  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ ，属性集为  $G = \{G_1, G_2, \dots, G_l\}$ ，其权重向量为  $\omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_l\}^T$ ，满足  $\omega_j > 0$ ， $\sum_{j=1}^l \omega_j = 1$ 。

假设专家对方案  $A_i$  关于属性  $G_j$  的评价为  $x_{ij} = \left\langle \left( (s_{ij}, \alpha_{ij}), (s_{v_{ij}}, \beta_{ij}) \right) \right\rangle$ ，则专家的二元组语言直觉模糊评价矩阵为  $X_{ij} = [x_{ij}]_{n \times l}$ 。 $(s_{u_{ij}}, \alpha_{ij})$  表示专家对方案  $A_i$  关于属性  $G_j$  评价的满足程度， $(s_{v_{ij}}, \beta_{ij})$  表示专家对方案  $A_i$  关于属性  $G_j$  评价的不满足程度。试根据专家评价确定方案排序。

然后，我们将利用2TIFWPA算子解决基于二元组语言直觉模糊信息的多属性决策问题[14] [15]，具体步骤如下：

**Step1:** 获取决策矩阵  $X_{ij} = [x_{ij}]_{n \times l}$ ；

**Step2:** 利用2TIFWPA算子对二元组语言直觉模糊评价矩阵  $X_{ij}$  的第  $i$  行聚合，得到方案  $A_i$  的综合评价  $x_i$ ，其中

$$x_i = 2TIFWPA(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{il})；$$

**Step3:** 根据公式(4)和(5)计算  $x_i$  得分函数  $S(x_i)$  和精确函数  $Ac(x_i)$ ；

**Step4:** 根据方案的分函数  $S(x_i)$ ，确定方案的排序。

#### 5. 算例分析

社会保障体系是保障社会可持续发展的基石，其主要功能有维护稳定、促进公平、满足需求、推动发展、保证生产等，被视为“社会稳定器”。我国自1992年改革开放转型后，开始初步建立社会保障制度[16] [17]。与发达国家相比，我国的社会保障体系起步较晚，发展时间较短，还有很长的路要走。2017年10月18日，习近平同志在十九大报告中指出，要加强社会保障体系建设，全面建成覆盖全民、城乡统筹、权责清晰、保障适度、可持续的多层次社会保障体系。这意味着我们要实现中华民族伟大复兴、完成“两个一百年”的奋斗目标，建立健全我国社会保障体系是当前不可回避的障碍，也是不可延缓的迫切任务。

近年来，随着医疗，失业，教育，住房，养老等社会矛盾不断浮现，我国社会保障体系暴露出许多问题，最重要问题之一就是为完善我国社会保障体系已做的努力，没有合适的评价指标体系，致使无法为已有的努力作出定性或定量的评价。社会保障评价指标体系应是用来反映一定时空内社会保障发展的对象，规模，比例，速度，效益等方面变化情况的一系列定性或定量指标有机结合的整体。

社会保障评价指标体系应从全社会的角度出发, 综合反应在一定时期处于社保事业资源使用情况、机构设置情况、服务水平、管理效率及社会保障建设同国民经济发展的协调关系等。因此, 本文提出的评价指标体系主要包含以下指标: 反映社会保障发展规模和水平的指标; 反映社会保障效益的指标; 反映社会保障管理效率的指标; 反映社会保障同国民经济协调发展性的指标。本文将从社会保险、社会救助、社会优抚、社会福利四个评价指标来评价某些地区的社会保障体系。具体评价指标体系如表 1 所示。

**Table 1.** Social security evaluation index system

**表1.** 社会保障评价指标体系

| 一级指标 | 二级指标                  |
|------|-----------------------|
| 社会保险 | 社会保险人数、社会保险基金、社会保险管理  |
| 社会救助 | 社会救助率、社会救助基金          |
| 社会优抚 | 社会优抚率、社会优抚基金          |
| 社会福利 | 享受社会福利人数、福利机构数、社会福利基金 |

现评定  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$ 、 $A_4$  四个地区的社会保障体系, 影响因素主要有: 社会保险( $G_1$ )、社会救助( $G_2$ )、社会优抚( $G_3$ )、社会福利( $G_4$ ), 其权重向量为  $\omega = (0.2, 0.1, 0.3, 0.4)$ 。根据语言评价集  $S = \{s_1(\text{极差}), s_2(\text{很差}), s_3(\text{差}), s_4(\text{一般}), s_5(\text{好}), s_6(\text{很好}), s_7(\text{极好})\}$ , 对上述四个地区的社会保障体系进行定性评价, 评价矩阵如表 2 所示。

**Table 2.** Decision matrix

**表2.** 决策矩阵

|       | $G_1$                                | $G_2$                                | $G_3$                                | $G_4$                                |
|-------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| $A_1$ | $\langle (s_4, 0), (s_1, 0) \rangle$ | $\langle (s_5, 0), (s_3, 0) \rangle$ | $\langle (s_5, 0), (s_3, 0) \rangle$ | $\langle (s_4, 0), (s_2, 0) \rangle$ |
| $A_2$ | $\langle (s_6, 0), (s_1, 0) \rangle$ | $\langle (s_5, 0), (s_3, 0) \rangle$ | $\langle (s_5, 0), (s_3, 0) \rangle$ | $\langle (s_6, 0), (s_2, 0) \rangle$ |
| $A_3$ | $\langle (s_5, 0), (s_2, 0) \rangle$ | $\langle (s_4, 0), (s_2, 0) \rangle$ | $\langle (s_4, 0), (s_2, 0) \rangle$ | $\langle (s_5, 0), (s_3, 0) \rangle$ |
| $A_4$ | $\langle (s_6, 0), (s_1, 0) \rangle$ | $\langle (s_4, 0), (s_3, 0) \rangle$ | $\langle (s_6, 0), (s_1, 0) \rangle$ | $\langle (s_4, 0), (s_4, 0) \rangle$ |

Step1: 决策矩阵如表 2 所示;

Step2: 采用 2TIFWPA 算子对决策矩阵集成, 得到各方案的综合评价价值  $x_1 = \langle (s_4, 0.4), (s_2, 0) \rangle$ ;

$x_2 = \langle (s_6, 0), (s_2, 0) \rangle$ ;  $x_3 = \langle (s_5, 0.3), (s_2, 0.3) \rangle$ ;  $x_4 = \langle (s_6, 0), (s_2, 0.1) \rangle$ 。

Step3: 计算得分函数和精确函数, 得到  $x_i (i=1, 2, 3, 4)$  的分数值, 则:  $S(x_1) = 2.4$ ;  $S(x_2) = 4$ ;  $S(x_3) = 3$ ;  $S(x_4) = 3.9$ 。

Step4: 根据分数值  $S(x_i)$ , 按定义有  $x_4 > x_2 > x_3 > x_1$ , 从而得到方案的排序  $A_4 > A_2 > A_3 > A_1$ 。

## 6. 结论

本文研究了决策矩阵元素为二元组语言直觉模糊的多属性决策问题, 提出了基于二元组语言直觉模糊集结算子的决策方法。首先定义了 2TIFPA 算子、2TIFWA 算子和 2TIFPG 算子, 然后由 2TIFWPA 算子聚合方案的属性值, 从而得到方案的综合评价价值。最后, 再根据方案的得分函数确定了方案的排序。本文丰富了二元组语言直觉模糊信息理论的研究, 未来还可以根据该方法的研究思路去研究其他二元组语言直觉模糊集结算子。



## 参考文献

- [1] Zadeh, L.A. (1965) Fuzzy Sets. *Information and Control*, **8**, 338-353. [https://doi.org/10.1016/S0019-9958\(65\)90241-X](https://doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X)
- [2] Atanassov, K. (1986) Intuitionistic Fuzzy Sets. *Fuzzy Sets and Systems*, **20**, 87-96. [https://doi.org/10.1016/S0165-0114\(86\)80034-3](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(86)80034-3)
- [3] Li, D.F. (2005) Multiattribute Decision Making Models and Methods Using Intuitionistic Fuzzy Sets. *Journal of Computer and System Sciences*, **70**, 73-85. <https://doi.org/10.1016/j.jcss.2004.06.002>
- [4] Chen, Z.P. and Wei, Y. (2011) A New Multiple Attribute Group Decision Making Method in Intuitionistic Fuzzy Setting. *Applied Mathematical Modelling*, **35**, 4424-4437. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2011.03.015>
- [5] Xu, Z.S. (2007) Intuitionistic Fuzzy Aggregation Operators. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **15**, 1179-1187. <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2006.890678>
- [6] Zhang, Z.M. (2013) Generalized Atanassov's Intuitionistic Fuzzy Power Geometric Operators and Their Application to Multiple Attribute Group Decision Making. *Information Fusion*, **14**, 460-486. <https://doi.org/10.1016/j.inffus.2013.02.001>
- [7] Zadeh, L.A. (1975) The Concept of a Linguistic Variable and Its Applications to Approximate Reasoning. *Information Science*, **9**, 43-80.
- [8] Herrera, F. and Martinez, L. (2000) A 2-Tuple Fuzzy Linguistic Representation Model for Computing with Words. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, **8**, 746-752. <https://doi.org/10.1109/91.890332>
- [9] Beg, I. and Rashid, T. (2016) An Intuitionistic 2-Tuple Linguistic Information Model and Aggregation Operators. *International Journal of Intelligent Systems*, **31**, 569-592. <https://doi.org/10.1002/int.21795>
- [10] Faizi, S., Rashid, T. and Zafar, S. (2018) A Multicriteria Decision Making Approach Based on Fuzzy AHP with Intuitionistic 2-Tuple Linguistic Sets. *Advances in Fuzzy Systems*, **2018**, Article ID: 5789192. <https://doi.org/10.1155/2018/5789192>
- [11] Zhang, Y., Ma, H.X. and Liu, B.H. (2012) Group Decision Making with 2-Tuple Intuitionistic Fuzzy Linguistic Preference Relations. *Soft Computing*, **16**, 1439-1446. <https://doi.org/10.1007/s00500-012-0847-z>
- [12] Rashid, T., Faizi, S. and Zafar, S. (2019) Outranking Method for Intuitionistic 2-Tuple Fuzzy Linguistic Information Model in Group Decision Making. *Soft Computing*, **23**, 6145-6155. <https://doi.org/10.1007/s00500-018-3268-9>
- [13] Xu, Z.S. (2011) Approaches to Multiple Attribute Group Decision Making Based on Intuitionistic Fuzzy Power Aggregation Operators. *Knowledge-Based Systems*, **24**, 749-760. <https://doi.org/10.1016/j.knsys.2011.01.011>
- [14] 张慧, 焦志敏, 李伯权. 区间直觉二元语言集成算子及其群决策方法[J]. 计算机工程与应用, 2016, 52(24): 43-49.
- [15] 王中兴, 刘久兵, 兰继斌, 刘芳. 基于直觉二元语言评价的多准则决策方法[J]. 广西大学学报, 2015, 40(5): 1276-1283.
- [16] 张立光, 邱长溶. 社会保障综合评价指标体系和评价方法研究[J]. 管理论坛, 2003, 15(2): 13-16.
- [17] 舒晓慧, 刘建平. 社会保障综合评价指标体系及评价方法[J]. 理论新探, 2006(6): 26-27.