

基于非精确单调与非单调线搜索的全波形反演

严小快, 何清龙

贵州大学数学与统计学院, 贵州 贵阳
Email: xkyanmath@163.com, qlhe@gzu.edu.cn

收稿日期: 2020年12月25日; 录用日期: 2021年1月26日; 发布日期: 2021年2月2日

摘要

在数学物理反问题中, 全波形反演是一种高分辨率地震成像方法。然而, 全波形反演目标函数的高度非线性和不适定性使其易陷入局部极值难题。针对全波形反演多局部极值问题, 对非精确单调与非单调线搜索全局化策略进行对比研究, 并基于线搜索全局化策略和牛顿算法建立全波形反演算法。针对牛顿法中需要求解大规模线性方程组难题, 基于Lanczos对角化方法构建共轭梯度法近似求解牛顿方程, 建立免矩阵计算的截断牛顿反演算法。为了进一步提高截断牛顿反演方法的计算效率, 基于伴随法导出了一种快速计算矩阵与向量乘积的高效方法。基于Sigsbee标准测试模型进行数值模拟, 数值结果表明, 在不增加计算量的情况下, 基于非单调线搜索的截断牛顿反演算法在收敛速度和计算效率方面优于基于单调线搜索的截断牛顿反演算法。

关键词

数学物理反问题, 全波形反演, 非单调线搜索, 截断牛顿法, 数值优化

A Full Waveform Inversion Based on Inexact Monotone and Non-Monotone Line Search

Xiaokuai Yan, Qinglong He

School of Mathematics and Statistics, Guizhou University, Guiyang Guizhou
Email: xkyanmath@163.com, qlhe@gzu.edu.cn

Received: Dec. 25th, 2020; accepted: Jan. 26th, 2021; published: Feb. 2nd, 2021

Abstract

In the mathematical physics inverse problem, full waveform inversion is a seismic imaging method with high resolution. However, its highly nonlinearity and ill-posedness of the misfit functional make it easy to fall into the local minima. For the multiple local minima problem of the full-waveform

inversion, a comprehensive comparison is made based on the globalization strategy of approximate monotone and non-monotone line search, and a full-waveform inversion algorithm is established based on the non-monotone line search globalization strategy and Newton method. To efficiently solve the large-scale linear equations of Newton method, a conjugate gradient method is constructed based on the Lanczos diagonalization method to approximately solve Newton equation, and a matrix-free truncated Newton inversion algorithm is established. In order to further improve the computational efficiency of the truncated Newton inversion method, an efficient method to efficiently calculate matrix vector products is derived based on the adjoint method. The numerical simulation is carried out based on Sigsbee model. The numerical results show that, without increasing computational loads, the performance of the truncated Newton inversion method based on the non-monotone line search is better than that of the method based on the monotone line search in terms of convergent speed and computational efficiency.

Keywords

Mathematical Physics Inverse Problem, Full Waveform Inversion, Non-Monotone Line Search, Truncated Newton Method, Numerical Optimization

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

20 世纪 80 年代, Lailly, Tarantola 等[1] [2]分别提出了时间域地震波形反演方法, 为全波形反演研究奠定了理论基础。全波形反演(Full Waveform Inversion, 简称为 FWI)能够充分利用地震波场的全部信息, 极大地提高了地震成像的分辨率[3]。FWI 通过拟合模拟数据与观测数据, 使得合成波场与观测数据残差达到最小。

经典 FWI 的目标函数定义为

$$f(m) = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^{N_s} \|u_s(m) - d_s\|_2^2. \quad (1)$$

其中, $\|\cdot\|_2$ 表示 L_2 范数, m 为反演参数(例如波速、介质密度等), N_s 为震源个数, d_s 表示实际观测数据, $u_s(m)$ 为合成波场, 且满足波动方程

$$A(m)u_s = q_s. \quad (2)$$

其中, $A(m)$ 为波动微分算子。因此, FWI 问题为一个标准的偏微分方程(PDE)约束的优化问题。

考虑到 FWI 大规模计算难题, 求解 PDE 约束的优化问题(1)通常基于梯度型优化方法, 如基于一阶梯度信息的最速下降法、非共轭梯度法(NCG) [4]、基于曲率信息的拟牛顿法等[5]。随着硬件计算能力的不断提高以及实际生产对复杂地质结构高分辨率成像的需求, 基于二阶梯度信息的牛顿型方法尤其是截断牛顿法逐渐受到科研人员的重视[6] [7] [8]。相较于一阶梯度信息反演方法, 牛顿型方法对于复杂介质模型(如, 盐丘模型, 高速度比模型等)和多次散射波场问题具有很好的重构能力, 是一种理想的全波形反演方法。

在截断牛顿法求解过程中, 为了降低方法对初值的依赖性, 通常采用线搜索全局化策略来获取迭代步长。非精确单调线搜索和非单调线搜索是求解步长的理想方法。然而, FWI 是一类高度非线性反演问

题, 目标函数(1)往往高度非线性且不适定, 因此在采用单调线搜索获取步长时(目标函数值每一步迭代都单调下降) [9], 易使反演方法陷入局部极值, 大大降低算法的计算效率。为了提高求解高度非线性优化问题的收敛速度, Grippo 等人[10]在 1986 年提出了一种非单调线搜索框架, Hager 等人在 2004 年进一步发展了非单调线搜索方法, 该类线搜索在解决复杂问题时表现了优越的计算效率[11] [12] [13]。因此, 基于非单调的线搜索方法求解 FWI 问题是一种合理选择。截断牛顿法求解 FWI 问题的另外一个挑战是求解大规模牛顿线性方程组, 基于线性共轭梯度法(CG)近似求解牛顿方程的截断牛顿法(CG-NEWTON)已成为求解 FWI 问题的标准牛顿型方法。然而随着勘探难度的增大, 传统线性 CG 法很难利用 Hessian 阵的负特征值的信息[14] [15] [16], 降低方法的计算效率。

本文首先回顾截断牛顿 FWI 反演方法, 从理论上分析了单调与非单调线搜索方法各自的性质。其次, 为了有效处理 Hessian 阵的负特征值难题, 基于 Lanczos 对角化技术, 给出了相应的截断牛顿反演方法(CG_NEWTON)。针对大规模计算, 基于伴随法构建了一种高效计算 Hessian 阵与向量相乘的方法并基于消息传递接口(Message Passing Interface, 简称为 MPI)并行实现本文提出的算法。最后, 基于 Sigsbee 模型[17], 从数值角度验证本文提出方法的有效性, 并对单调与非单调线搜索算法进行对比试验, 以验证基于非单调线搜索方法的高效性。

2. 理论与方法

2.1. 截断牛顿法

对于全波形反演的极小化问题

$$\min f(m),$$

牛顿法的主要思想是利用二次函数 $\phi(m)$ 去逐点近似或逼近目标函数 $f(m)$ 。在点 m_k 附近, 对 $f(m)$ 进行二阶 Taylor 展开有

$$\phi(\delta m) = f(m_k) + (\nabla f(m_k))^T \delta m + \frac{1}{2} (\delta m)^T H_k \delta m,$$

其中, $\delta m = m - m_k$, $\nabla f(m_k)$ 表示目标泛函 $f(m)$ 在点 m_k 处的梯度, $H_k = \nabla^2 f(m_k)$ 为目标函数的 Hessian 阵。对 $\phi(\delta m)$ 关于 δm 求导并令其导数为零, 得

$$\nabla f(m_k) + H_k \delta m = 0. \quad (3)$$

线性方程(2)称为牛顿方程。若 H_k 为非奇异阵, 则有

$$\delta m = -H_k^{-1} \nabla f(m_k).$$

于是牛顿迭代公式为

$$m_{k+1} = m_k + \alpha_k \delta m, \quad (4)$$

其中, α_k 表示迭代步长, δm 称为牛顿下降方向。

FWI 是大规模反演问题, 采用矩阵分解方法直接求解牛顿方程(3)是不现实的。一方面, Hessian 矩阵 H_k 通常无法显式计算; 另一方面, 即便获得了 H_k , 采用直接法求解(3)也是不切实际的。因此, 通常用 CG 法来近似求解牛顿方程(3), 该方法的最大优点是在求解过程中只需要计算 Hessian 矩阵与向量的乘积。该类方法称为截断牛顿法(或不精确牛顿法)。算法 1 所示为一般截断牛顿型方法的算法描述。

算法 1 截断牛顿法

输入: $m_0, \xi_0 > 0, tol > 0, k = 0, maxit > 0$
while ($k \leq maxit$)
 1: 计算梯度 $\nabla f(m_k)$
 2: **if** ($\|\nabla f(m_k)\|_2 \leq tol$)
 return m_k
 endif
 3: 利用截断条件 ξ_k , 采用迭代法求解牛顿方程(3)获得牛顿步长 δm
 4: 利用线搜索方法, 获得迭代步长 α_k
 5: 利用迭代公式(4)更新模型参数 m
 6: $k \leftarrow k + 1$
endwhile

在迭代公式(4)中, 下降方向 δm 满足

$$(\nabla f(m_k))^T \delta m < 0,$$

同时, δm 还需满足充分下降条件

$$(\nabla f(m_k))^T \delta m \leq -c \|\nabla f(m_k)\|^2,$$

其中 $c > 0$ 是常数。当下降方向 δm 确定后, α_k 的选取十分重要。在线搜索方法中, 步长 α_k 的选取有着相应的标准, 根据步长是否精确, 把线搜索分为精确线搜索和非精确线搜索。在非精确线搜索方法中, 根据目标函数值在每步迭代过程中是否单调下降, 将线搜索方法分为单调和非单调线搜索方法。本文只讨论非精确线搜索方法。

2.2. 单调线搜索方法

若步长 α_k 的取值能够使目标函数 $f(m)$ 得到一个可接受的下降量

$$f(m_k) - f(m_k + \alpha_k \delta m) > 0.$$

满足这种条件的线搜索称为非精确线搜索。Wolfe 准则是一种常见的非精确线搜索步长规则, 不仅要求函数值下降, 而且对函数值下降量有一定的要求, 即

$$f(m_{k+1}) \leq f(m_k) + \sigma_1 \alpha_k (\nabla f(m_k))^T \delta m, \tag{5}$$

$$(\nabla f(m_{k+1}))^T \delta m \geq \sigma_2 (\nabla f(m_k))^T \delta m. \tag{6}$$

其中, $0 < \sigma_1 < \sigma_2 < 1$, $m_{k+1} = m_k + \alpha_k \delta m$ 。(5)保证了目标函数值序列 $f(m_k)$ 单调下降, (6)为曲率条件, 保证步长不能太小。Wolfe 准则要求目标函数的每一步迭代都是单调下降的, 满足

$$f(m_{k+1}) \leq f(m_k), k \geq 1.$$

称这样的步长选取方法为单调线搜索。算法 2 所示为本文实现的 Wolfe 型单调线搜索的算法描述。

算法 2 单调 Wolfe 线搜索

输入: $m_0, j = 0, \alpha_{\min} = 0, \alpha_{\max} = 0, maxit > 0$
初始化: $\alpha_j = 1$
while true

Continued

```

1: if  $\alpha_j$  满足(5)和(6)计算  $f(m_k + \alpha_j \delta m)$  end
2: if  $\alpha_j$  不满足(5)  $\alpha_{\max} = \alpha_j$ ,  $\alpha_j = \frac{1}{2}(\alpha_{\min} + \alpha_{\max})$  返回步 1 end
3: if  $\alpha_j$  不满足(6)  $\alpha_{\min} = \alpha_j$ 
if  $\alpha_{\max} = 0$ ,  $\alpha_j = 10\alpha_j$  else  $\alpha_j = \frac{1}{2}(\alpha_{\min} + \alpha_{\max})$  end 返回步 1
end
4:  $j \leftarrow j + 1$ 
end while
    
```

2.3. 非单调线搜索方法

单调线搜索方法要求目标函数在每次迭代过程中严格下降。针对高度非线性、不适宜性问题，这样的限制过于苛刻。一维函数具有多局部极值的函数图像如图 1 所示。

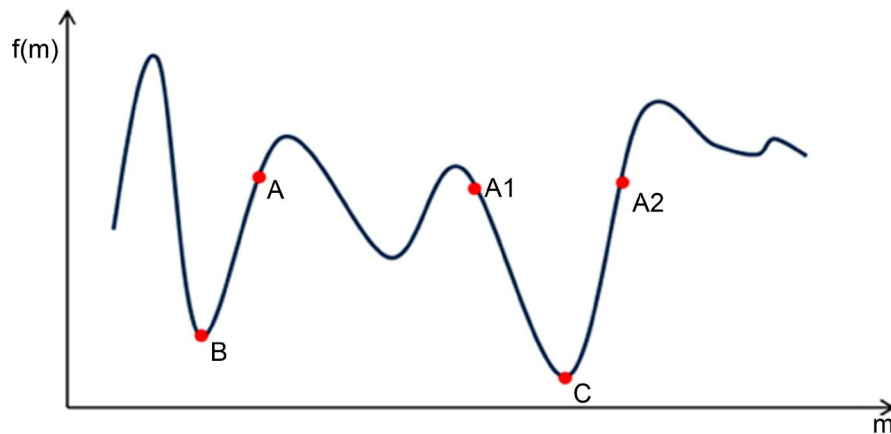


Figure 1. Multiple minima for one dimension
图 1. 一维多局部极值示意图

当目标函数位于 A 点时，为了保证迭代的单调下降性，单调线搜索方法会使目标函数沿着峡谷下降至 B 点。此时搜索在谷底缓慢前行，步长很小，导致目标函数陷入局部极值，很难到达全局最优解 C 点。而非单调线搜索方法不要求目标函数的每一步迭代都单调下降，即在某些迭代步允许目标函数出现波动，只需保持总体呈下降趋势即可，使得其步长的选取更具有灵活性。因此，当目标函数位于 A 点时，非单调线搜索方法能够跳跃至 A1 点或 A2 点，最终到达全局最优解 C 点。

非单调线搜索技术已经得到了广泛应用。一种改进的非单调线搜索准则为在 Wolfe 条件中将(5)替换为[13]

$$f(m_{k+1}) \leq C_k + \sigma_1 \alpha_k (\nabla f(m_k))^T \delta m. \quad (7)$$

其中，

$$\begin{aligned}
 C_0 &= f(m_0), \\
 Q_{k+1} &= \eta_k Q_k + 1, \\
 C_{k+1} &= \frac{\eta_k Q_k C_k + f(m_{k+1})}{Q_{k+1}}.
 \end{aligned} \quad (8)$$

在(7)中, C_k 是函数值 $f(m_0), f(m_1), \dots, f(m_k)$ 的一个凸组合, η_k 的选择控制非单调性的程度。如果 $\eta_k = 0$, 就是通常的单调 Wolfe 线搜索。如果 $\eta_k = 1$, 则 $C_k = B_k$, 其中

$$B_k = \frac{1}{k+1} \sum_{i=0}^k f_i, f_i = f(m_i),$$

是函数的平均值。在算法实现中, 取 $\eta_k = 0.5$, 算法 3 所示为非单调线搜索算法描述。这种非单调 Wolfe 线搜索算法不仅能够计算出更大的步长因子, 而且还比单调 Wolfe 线搜索算法和传统的非单调线搜索算法平均使用更少的函数和梯度, 极大地提高了算法的收敛速度和计算效率。

算法 3 非单调 Wolfe 线搜索

```

输入:  $m_0, j=0, \alpha_{\min}=0, \alpha_{\max}=0, Q_0=1, C_0=f(m_0), 0 \leq \eta_{\min} \leq \eta_{\max} \leq 1, 0 < \sigma_1 < \sigma_2 < 1$ 
初始化:  $\alpha_j = 1$ 
while true
1: if  $\alpha_j$  满足(6)和(7)计算  $f(m_k + \alpha_j \delta m)$  end
2: if  $\alpha_j$  不满足(6)  $\alpha_{\max} = \alpha_j, \alpha_j = \frac{1}{2}(\alpha_{\min} + \alpha_{\max})$  返回步 1 end
3: if  $\alpha_j$  不满足(7)  $\alpha_{\min} = \alpha_j$ 
if  $\alpha_{\max} = 0, \alpha_j = 10\alpha_j$  else  $\alpha_j = \frac{1}{2}(\alpha_{\min} + \alpha_{\max})$  end 返回步 1
end
4: if  $\eta_j \in [\eta_{\min}, \eta_{\max}]$  满足(8)更新  $Q_j, C_j$  end
5:  $j \leftarrow j+1$ 
end while
    
```

2.4. Lanczos 对角化法

将线性方程(3)改写成如下形式:

$$H_k \delta m = -\nabla f(m_k).$$

对矩阵 H_k 进 Lanczos 三对角化[18], 即

$$v_0 \equiv 0, \beta_1 v_1 = -\nabla f(m_k), l=1$$

$$p_l = H_k v_l, \alpha_l = v_l^T p_l,$$

$$\beta_{l+1} v_{l+1} = p_l - \alpha_l v_l - \beta_l v_{l-1}, l > 1$$

这里 β_l 是使 $\|v_l\| = 1$ 的正实数。记矩阵 T_l 为

$$\underline{T}_l \equiv \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_2 & & & \\ \beta_2 & \alpha_2 & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & \beta_l & \\ & & & \beta_1 & \alpha_l \\ & & & & \beta_{l+1} \end{bmatrix}.$$

矩阵 T_l 为 \underline{T}_l 的前 l 行 l 列组成的方正, 则由 Lanczos 过程可知 T_l 为非奇异对称三对角阵, 且

$$\underline{T}_l \equiv \begin{bmatrix} T_l \\ \beta_{l+1} e_l^T \end{bmatrix}, T_l \equiv \begin{bmatrix} T_{l-1} & \beta_l e_{l-1} \\ \beta_l e_{l-1}^T & \alpha_l \end{bmatrix}.$$

于是 Lanczos 对角化过程可以改写为如下矩阵紧凑形式

$$H_k V_l = V_{l+1} T_l, V_l \equiv [v_1, \dots, v_l],$$

且 V_l 的列是标准正交的。当 $\beta_{l+1} = 0$ 时 Lanczos 过程停止, 此时有

$$V_l^T H_k V_l = T_l, V_l^T \nabla f(m_k) = \beta_l e_1,$$

其中, e_1 表示第一个元素为 1 其余元素为 0 的 l 维向量。设 y_l 满足

$$T_l y_l = -\beta_l e_1, \tag{9}$$

于是(3)的解为

$$\delta m = V_l y_l.$$

采用矩阵分解的直接法求解(9)并引入辅助变量便得到 Lanczos 版本的线性共轭梯度法[19]。

2.5. 快速计算矩阵与向量乘积

针对 FWI 大规模计算问题, 采用有限差分法求解 Hessian 阵显然不现实(因为需要求解与反演参数元素相同次数的波动方程, 对于大规模反演问题这是无法承受的)。考虑到 CG 法只需要计算 Hessian 阵与向量的乘积。因此, 它不需要直接计算 Hessian 阵巨大的计算量和海量的内存存储。为了行文方便, 以下公式推导均省略迭代步索引 k 。为了高效计算 Hessian 阵与向量的乘积, 对波动方程(3)关于参数 m 进行两次微分并利用微分链式法则则有

$$\frac{\partial A(m)}{\partial m} u_s + A(m) \frac{\partial u_s}{\partial m} = 0, \tag{10}$$

$$A(m) \frac{\partial^2 u_s}{\partial m^2} + 2 \frac{\partial A(m)}{\partial m} \frac{\partial u_s}{\partial m} + \frac{\partial^2 A(m)}{\partial m^2} u_s = 0. \tag{11}$$

对任意向量 v_s , 对目标函数(1)关于 m 进行两次微分并将(10)与(11)式代入得

$$H v_s = \left(\frac{\partial A(m)}{\partial m} u_s \right)^* \lambda_s + \left(\frac{\partial^2 A(m)}{\partial m^2} u_s \right)^* u_s^\dagger v_s, \tag{12}$$

式中,

$$\left(A(m) \right)^* u_s^\dagger = -R^* (R u_s - d_s). \tag{13}$$

$$\left(A(m) \right)^* \lambda_s = (R)^* R \omega_s - 2 \left(\frac{\partial A(m)}{\partial m} \right)^* u_s^\dagger v_s, \tag{14}$$

$$A(m) \omega_s = \frac{\partial A(m)}{\partial m} u_s v_s.$$

在方程(13)和(14)中, $\left(A(m) \right)^*$ 表示微分算子 $A(m)$ 的伴随算子, (13)、(14)分别称为一阶、二阶伴随状态方程。公式(12)表明, 计算 Hessian 阵与向量乘积只需要四次波场模拟: 两次正演波场和两次伴随波场。因此, 利用伴随状态方法计算 Hessian 阵与向量的乘积是非常高效的。

3. 数值实验

本节基于频率域声波方程, 选取 Sigsbee 模型, 在频率域进行速度参数反演, 从数值计算角度验证提出的 CG_NEWTON 全波形反演方法的收敛性和可行性, 并对比了单调线搜索算法和非单调线搜索算法, 验证基于非单调线搜索在求解 FWI 问题上的优越性。

在频率域中, 声波方程(2)的具体形式为

$$\Delta u_s + \frac{4\pi^2 h}{m^2} u_s = q_s, \tag{15}$$

其中, Δ 表示 Laplace 算子, h 为频率, m 表示声波在介质中的传播速度。为了高精度求解数值波动方程 (15), 引入完全匹配层吸收边界条件(PML) [20], 采用高精度交错网格差分格式对该波动方程进行离散, 并采用基于稀疏矩阵的并行 LU 分解求解所得的大规模线性方程组[21] [22]。

Sigsbee 模型

Sigsbee 模型拥有复杂的盐丘形状, 且顶部构造分界面存在着强烈的速度间断。由于高速盐丘与沉积物的高速度比以及沉积物的渐变结构, 因此会有很强的多次散射波场, 使得精确反演该模型比较困难。Sigsbee 速度模型如图 2 所示, 图 2(a)为真实速度模型, 图 2(b)为初始速度模型, 模型离散网格大小为 411×164 , 空间采样步长为 $\Delta x = \Delta z = 15 \text{ m}$ 。97 个震源和 390 个接收点均匀分布在模型上表面, 震源类型为单位脉冲震源。初始模型采用光滑化真实模型而得。从图 2 中可以看出, 初始速度模型未能包括真实速度模型的宏观构造。因此, 初始模型的合成波场与观测数据在相位和走时信息存在明显差异, 给反演方法带来了挑战。

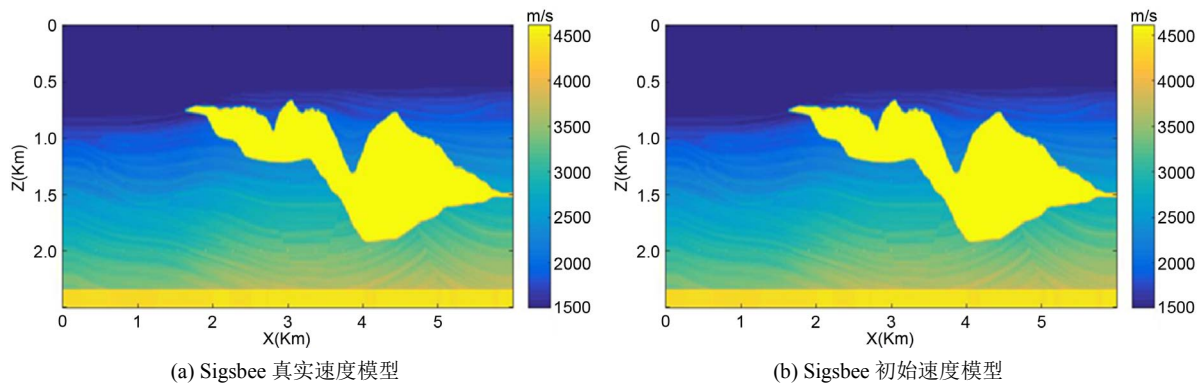


Figure 2. Sigsbee velocity model
图 2. Sigsbee 速度模型

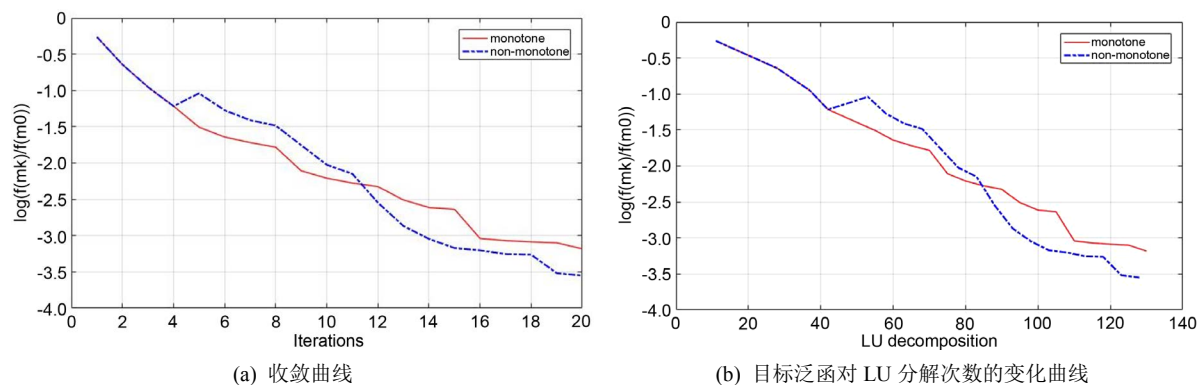


Figure 3. Curve: The change of the objective function
图 3. 目标函数变化曲线

在反演过程中, 选取 10 个频率分别为 2.5 Hz, 3.0 Hz, 4.0 Hz, 5.5 Hz, 7.0 Hz, 9.0 Hz, 10.5 Hz, 12.0 Hz, 15.0 Hz, 17.0 Hz。采用从低频到高频的反演策略, 单调线搜索方法和非单调线搜索方法每个频率的最大

迭代步数都为 20 步。频率为 2.5 Hz 时单调与非单调线搜索方法的收敛曲线(a)以及目标函数对于 LU 分解次数的变化曲线(b)如图 3 所示。图 3 表明基于非单调线搜索方法的 CG_NEWTON 全波形反演方法在收敛速度和计算效率方面优于单调线搜索的 CG_NEWTON 全波形反演方法。

对 Sigsbee 模型进行 CG_NEWTON 全波形反演, 重构结果如图 4 所示, 图 4(a)为基于单调线搜索的重构结果, 图 4(b)为非单调线搜索反演重构结果。从图 4 中可以看出, 单调与非单调线搜索都能很好重构出 Sigsbee 模型, 说明本文提出的 CG_NEWTON 方法是有效的。

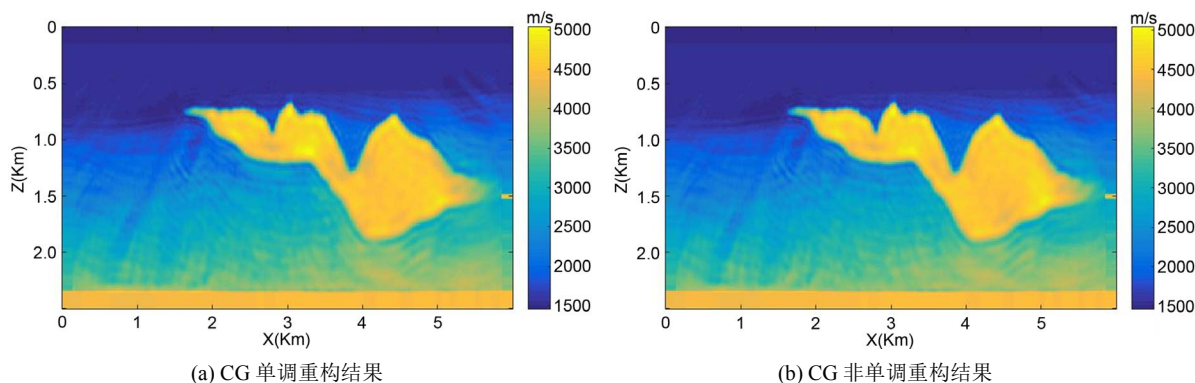


Figure 4. Inversion reconstruction results
图 4. 反演重构结果

为了显示非单调线搜索方法在计算效率方面的优势, 对单调线搜索方法和非单调线搜索方法的迭代步数、LU 分解次数、最后一个目标函数值与最初目标函数值的比值进行对比, 见表 1。从表中可知, 非单调线搜索方法需要较少的 LU 分解次数。表 1 定量表明, 相对于单调线搜索方法, 非单线搜索方法具有较好的计算效率和重构分辨率。

Table 1. Comparison between monotone line search method and non-monotone line search method for Sigsbee model in iteration steps, LU decomposition times, $f(m_k)/f(m_0)$

表 1. Sigsbee 模型, 单调线搜索和非单调线搜索方法迭代步数、LU 分解次数、 $f(m_k)/f(m_0)$ 对比

方法	总迭代步数	总 LU 分解次数	$f(m_k)/f(m_0)$
单调	200	1050	0.0045
非单调	200	1046	0.0043

4. 结论

FWI 反问题是非线性数学物理反问题, 其高度非线性使得常规反演方法易陷入局部极值, 很难获得高分辨率的反演结果。同时, 大规模的计算资源需求给传统反演方法带来了挑战。本文基于线搜索全局化策略、Lanczos 对角化方法建立了利用二阶梯度信息的快速 CG_NEWTON 反演方法。为了进一步提高算法的计算效率, 基于伴随方法导出了一种高效计算 Hessian 阵与向量相乘的方法。基于 Sigsbee 高模型进行数值实验, 数值结果表明基于单调线搜索与非单调线搜索均能有效重构高速度比的盐丘体, 说明了 CG_NEWTON 方法能够充分利用多散射波场, 提高重构分辨率; 相对于单调线搜索方法, 非单调线搜索方法在求解高度非线性 FWI 反问题时在收敛速度和计算效率方面更加优越。此外, 本文给出的方法具有一般性, 能适用于其它成像问题。

基金项目

本文获得国家自然科学基金项目(11801111), 贵州省科技计划项目(20191122)资助。

参考文献

- [1] Lailly, P. (1983) The Seismic Inverse Problem as a Sequence of Before-Stack Migrations. *Conference on Inverse Scattering: Theory and Application*, Tulsa, 16-18 May 1983, 206-220.
- [2] Tarantola, A. (1984) Inversion of Seismic Reflection Data in the Acoustic Approximation. *Geophysics*, **49**, 1259-1266. <https://doi.org/10.1190/1.1441754>
- [3] Pratt, G.R. (1990) Frequency-Domain Elastic Wave Modeling by Finite Differences: A Tool for Cross-Hole Seismic Imaging. *Geophysics*, **55**, 626-632. <https://doi.org/10.1190/1.1442874>
- [4] 袁亚湘, 孙文瑜. 最优化理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 1997.
- [5] Brossier, R., Operto, S. and Virieux, J. (2009) Seismic Imaging of Complex Onshore Structures by 2D Elastic Frequency-Domain Full-Waveform Inversion. *Geophysics*, **74**, WCC63-WCC76. <https://doi.org/10.1190/1.3215771>
- [6] Epanomeritakis, A.V., et al. (2008) A Newton-CG Method for Large-Scale Three-Dimensional Elastic Full-Waveform Seismic Inversion. *Inverse Problems*, **24**, 1-27. <https://doi.org/10.1088/0266-5611/24/3/034015>
- [7] Boehm, C. and Ulbrich, M. (2015) A Semi-Smooth Newton-CG Method for Constrained Parameter Identification in Seismic Tomography. *SIAM Journal on Scientific Computing*, **37**, S334-S364. <https://doi.org/10.1137/140968331>
- [8] 王义, 董良国. 基于截断牛顿法的 VTI 介质声波多参数全波形反演[J]. 地球物理学报, 2015, 58(8): 2873-2885.
- [9] Burke, J.V., More, J. and Toranldo, G. (1990) Convergence Properties of Trust Region Methods for Linear and Convex Constraints. *Mathematical Programming*, **47**, 305-336. <https://doi.org/10.1007/BF01580867>
- [10] Grippo, L., Lampariello, F. and Lucidi, S. (1986) A Non-Monotone Line Search Technique for Newton's Method. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, **23**, 707-716. <https://doi.org/10.1137/0723046>
- [11] Toint, P.L. (1996) An Assessment of Non-Monotone Line Search Techniques for Unconstrained Optimization. *SIAM Journal on Scientific Computing*, **17**, 725-739. <https://doi.org/10.1137/S106482759427021X>
- [12] Dai, Y.H. (2002) On the Non-Monotone Line Search. *Optimization Theory and Applications*, **112**, 315-330. <https://doi.org/10.1023/A:1013653923062>
- [13] Zhang, H.C. and Hager, W.W. (2004) A Non-Monotone Line Search Technique and Its Application to Unconstrained Optimization. *SIAM Journal on Optimization*, **14**, 1043-1056. <https://doi.org/10.1137/S1052623403428208>
- [14] Metivier, L., Brossier, R., Virieux, J., et al. (2013) Full Waveform Inversion and the Truncated Newton Method. *SIAM Journal on Scientific Computing*, **35**, B401-B437. <https://doi.org/10.1137/12087854>
- [15] Metivier, L., Bretaudeau, F., Brossier, R., et al. (2014) Full Waveform Inversion and the Truncated Newton Method: Quantitative Imaging of Complex Subsurface Structures. *Geophysical Prospecting*, **62**, 1353-1375. <https://doi.org/10.1111/1365-2478.12136>
- [16] Yang, P., Brossier, R., Metivier, L., et al. (2018) A Time-Domain Preconditioned Truncated Newton Approach to Visco-Acoustic Multi-Parameter Full Waveform Inversion. *SIAM Journal on Scientific Computing*, **40**, B1101-B1130. <https://doi.org/10.1137/17M1126126>
- [17] Paffenholz, J., McInain, B., Zinke, J., et al. (2002) Subsalt Multiple Attenuation and Imaging: Observations from the Sigsbee2B Synthetic Dataset. *82nd Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts*, Salt Lake City, 6-11 October 2002, 2122-2125. <https://doi.org/10.1190/1.1817123>
- [18] Paige, C.C. and Saunders, M.A. (1975) Solution of Sparse Indefinite Systems of Linear Equations. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, **12**, 617-629. <https://doi.org/10.1137/0712047>
- [19] He, Q.H. and Wang, Y.F. (2020) Inexact Newton-Type Methods Based on Lanczos Orthonormal Method and Application for Full Waveform Inversion. *Inverse Problems*, **36**, Article ID: 115007. <https://doi.org/10.1088/1361-6420/abb8ea>
- [20] Berenger, J.P. (1994) A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves. *Journal of Computational Physics*, **114**, 185-200. <https://doi.org/10.1006/jcph.1994.1159>
- [21] Hustedt, B., Operto, S. and Virieux, J. (2014) Mixed-Grid and Staggered-Grid Finite-Difference Methods for Frequency-Domain Acoustic Wave Modelling. *Geophysical Journal International*, **157**, 1269-1296. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2004.02289.x>
- [22] Ghysels, P., Li, X.S., Rouet, F.-H., et al. (2016) An Efficient Multicore Implementation of a Novel HSS-Structured Multi-Frontal Solver Using Randomized Sampling. *SIAM Journal on Scientific Computing*, **38**, S358-S384. <https://doi.org/10.1137/15M1010117>