Operations Research and Fuzziology 运筹与模糊学, 2022, 12(4), 1327-1333
Published Online November 2022 in Hans. http://www.hanspub.org/journal/orf
https://doi.org/10.12677/orf.2022.124139

Hans汉斯

单值中智熵及其多属性决策模型

曾丽华[1]**，黄文君**[1]**，舒珺怡**[2]

[1]江西理工大学 基础课教学部，江西 南昌
[2]江西理工大学商学院，江西 南昌

收稿日期：2022年10月2日；录用日期：2022年10月30日；发布日期：2022年11月4日

摘 要

针对评价信息为单值中智数且属性权重完全未知的多属性决策问题，建立了基于单值中智熵的多属性决策模型。在该模型的建立过程中，首先根据单值中智熵的定义，利用指数函数构造了一个单值中智数信息测度公式，并证明其满足单值中智熵的四个条件；然后，运用提出的熵公式，结合距离和贴近度，构建了一种单值中智多属性决策模型；最后，通过实例验证模型的合理性和有效性。

关键词

多属性决策，单值中智集，熵，指数函数

Single-Valued Neutrosophic Entropy and Its Multi-Attribute Decision-Making Model

Lihua Zeng[1]**, Wenjun Huang**[1]**, Junyi Shu**[2]

[1]Basic Course Teaching Department, Jiangxi University of Science and Technology, Nanchang Jiangxi
[2]Business School, Jiangxi University of Science and Technology, Nanchang Jiangxi

Received: Oct. 2nd, 2022; accepted: Oct. 30th, 2022; published: Nov. 4th, 2022

Abstract

A multi-attribute decision making (MADM) model based on single-valued neutrosophic entropy is established for the MADM problem where the evaluation information is a single-valued neutrosophic valued (SVNV) and the attribute weights are completely unknown. In the process of establishing the model, firstly, according to the definition of single-valued neutrosophic entropy, based on exponential function, a formula of intelligence information measure in SVNV is constructed, and it is proved that it satisfies the four conditions of single-valued neutrosophic entropy; Then, using the entropy formula, combining distance and closeness, a single-valued neutrosophic valued

文章引用: 曾丽华, 黄文君, 舒珺怡. 单值中智熵及其多属性决策模型[J]. 运筹与模糊学, 2022, 12(4): 1327-1333.
DOI: 10.12677/orf.2022.124139

MADM model is constructed; Finally, the rationality and validity of the model are verified by an example.

Keywords

Multi-Attribute Decision Making, Single-Valued Neutrosophic Sets, Entropy, Exponential Function

1. 引言

为了解决决策问题中存在的模糊信息，Zadeh [1]和 Atanassov [2]分别提出了模糊集和直觉模糊集，然而由于现实决策问题客观的复杂性以及决策者主观认知的局限性，在一些多属性决策过程中仍然存在无法处理的不确定信息，为此 Smarandache [3]对直觉模糊集进行了拓展，提出了中智集，以考虑信息的真实程度、不确定程度和失真程度。为了将中智集应用到实际问题中，Wang 等[4]提出了单值中智集。

决策问题中信息熵是描述信息不确定程度的有力工具，Zadeh [5]最先引入了模糊熵的概念，用于衡量决策信息的模糊性。文献[6]给出了一种非概率型直觉模糊熵的计算方法。文献[7]首次提出单值中智熵的定义，用于衡量单值中智数的不确定信息。文献[8]基于中智熵的权重计算构建了一种新的多属性决策方法。文献[9]设计了单值中智信息熵度量测度。文献[10]构造了一种新的单值中智熵来确定权重。文献[11]运用构建的单值中智决策模型解决汽车轮机故障诊断问题。

综上，单值中智熵在研究多属性决策问题中具有重要的作用。本文根据单值中智熵的定义，设计了一个新的单值中智信息熵的计算公式，是单值中智熵理论的补充，并将其应用于单值中智多属性决策问题中。

2. 基础知识

本章主要介绍一些单值中智集的基本概念。

定义 1 [4]假设 X 是给定的论域，则 X 上的单值中智集定义为 $A=\left\{\left\langle x,T_A(x),I_A(x),F_A(x)\right\rangle \mid x\in X\right\}$，其中 $T_A(x)$，$I_A(x)$ 和 $F_A(x)$ 称为真实程度、不确定程度和失真程度。对 $\forall x\in X$，$T_A(x),I_A(x),F_A(x)\in[0,1]$，且 $0\le T_A(x)+I_A(x)+F_A(x)\le 3$。

称 $\left\langle T_A(x),I_A(x),F_A(x)\right\rangle$ 为单值中智数，为下文讨论的方便，记 $\alpha=\left\langle T_\alpha,I_\alpha,F_\alpha\right\rangle \triangleq \left\langle \alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\right\rangle$ 为一个单值中智数(Single-Valued Neutrosophic Value, SVNV)。令 $\tilde{\Omega}$ 为 X 上所有的 SVNV 的集合。

定义 2 [4]令 $\alpha=\left\langle \alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\right\rangle$ 为一个单值中智数，则它的补集为 $\alpha^c=\left\langle 1-\alpha_1,1-\alpha_2,1-\alpha_3\right\rangle$，即 $\alpha_k^c=1-\alpha_k,k=1,2,3$。

定义 3 [10]假定 $\alpha=\left\langle \alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\right\rangle$ 是一个单值中智数，如果函数 $E:\tilde{\Omega}\to[0,1]$ 满足下面四个条件，

(E1) $E(\alpha)=0$ 当且仅当 $\alpha_k=0$ 或 1，$k=1,2,3$。

(E2) $E(\alpha)=1$ 当且仅当 $\left\langle \alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\right\rangle=\left\langle 0.5,0.5,0.5\right\rangle$。

(E3) $E(\alpha)=E\left(\alpha^c\right)$。

(E4) 令 $\beta=\left\langle \beta_1,\beta_2,\beta_3\right\rangle$ 为单值中智数，当 $\alpha_k\le\beta_k\le 0.5,k=1,2,3$ 或 $\alpha_k\ge\beta_k\ge 0.5,k=1,2,3$ 时，$E(\alpha)\le E(\beta)$。

那么称函数 $E(x)$ 是单值中智熵。

3. 单值中智熵

本章我们构建一种对单值中智数进行信息度量的测度公式，并证明其是单值中智熵。

假设 $\alpha=\langle\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\rangle$ 是一个单值中智数，基于指数函数，构建下面的信息测度公式：

$$E(\alpha)=\frac{1}{3\left(\sqrt{\mathrm{e}}-1\right)}\sum_{k=1}^{3}\left[\frac{\alpha_k+1-\alpha_k^c}{2}\mathrm{e}^{\left(1-\frac{\alpha_k+1-\alpha_k^c}{2}\right)}+\left(1-\frac{\alpha_k+1-\alpha_k^c}{2}\right)\mathrm{e}^{\frac{\alpha_k+1-\alpha_k^c}{2}}-1\right] \tag{1}$$

定理 1，令 $\alpha=\langle\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\rangle$ 是一个单值中智数，则公式(1)中构建的信息测度是 $\alpha=\langle\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\rangle$ 的熵。

证明，令

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{\mathrm{e}}-1}\left[x\mathrm{e}^{(1-x)}+(1-x)\mathrm{e}^{x}-1\right],\ x\in[0,1] \tag{2}$$

则易知 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上连续，且其导数为

$$f'(x)=\frac{1}{\sqrt{\mathrm{e}}-1}\left[(1-x)\mathrm{e}^{(1-x)}-x\mathrm{e}^{x}\right],\ x\in[0,1] \tag{3}$$

分析可知，当 $x\in\left[0,\frac{1}{2}\right]$ 时，$f'(x)\ge 0$；当 $x\in\left[\frac{1}{2},1\right]$ 时，$f'(x)\le 0$。即当 $x\in\left[0,\frac{1}{2}\right]$ 时，$f(x)$ 是单调递增函数；当 $x\in\left[\frac{1}{2},1\right]$ 时，$f(x)$ 为单调递减函数，故 $f(x)$ 在 $x=\frac{1}{2}$ 处取得最大值。通过上面的分析可知 $f(x)\in[0,1]$ 且有 $f_{\min}(x)=0$ 当且仅当 $x=0$ 或 $x=1$；$f_{\max}(x)=1$ 当且仅当 $x=\frac{1}{2}$。下面我们将一一证明 $E(\alpha)$ 满足定义 3 中的四个条件。

(E1) 一方面，假设 $\alpha_k=0$ 或 1，$k=1,2,3$，直接代入(1)式可得 $E(\alpha)=0$。

另一方面，假设 $E(\alpha)=0$。由 $\alpha_k\in[0,1],k=1,2,3$，得 $\frac{\alpha_k+1-\alpha_k^c}{2}\in[0,1],k=1,2,3$。结合函数 $f(x)$ 可知 $E(\alpha)$ 中每项都是非负数，于是有

$$f\left(\frac{\alpha_k+1-\alpha_k^c}{2}\right)=0,\ k=1,2,3 \tag{4}$$

即

$$\frac{1}{\sqrt{\mathrm{e}}-1}\left[\frac{\alpha_k+1-\alpha_k^c}{2}\mathrm{e}^{\left(1-\frac{\alpha_k+1-\alpha_k^c}{2}\right)}+\left(1-\frac{\alpha_k+1-\alpha_k^c}{2}\right)\mathrm{e}^{\frac{\alpha_k+1-\alpha_k^c}{2}}-1\right]=0 \tag{5}$$

根据对函数 $f(x)$ 的分析可知，公式(5)成立当且仅当 $\frac{\alpha_k+1-\alpha_k^c}{2}=0$ 或 1，$k=1,2,3$，即 $\alpha_k=0$ 或 1，$k=1,2,3$。

(E2) 假设 $\langle\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\rangle=\langle0.5,0.5,0.5\rangle$，那么代入公式(1)计算可得 $E(\alpha)=1$。

现假设 $E(\alpha)=1$。由于 $\frac{\alpha_k+1-\alpha_k^c}{2}\in[0,1],k=1,2,3$，所以 $0\le E(\alpha)\le 1$。那么当 $E(\alpha)=1$ 时意味着其

中每一项的大小都为 1，即有

$$\frac{1}{\sqrt{\mathrm{e}}-1}\left[\frac{\alpha_k+1-\alpha_k^c}{2}\mathrm{e}^{\left(1-\frac{\alpha_k+1-\alpha_k^c}{2}\right)}+\left(1-\frac{\alpha_k+1-\alpha_k^c}{2}\right)\mathrm{e}^{\frac{\alpha_k+1-\alpha_k^c}{2}}-1\right]=1,\ k=1,2,3 \tag{6}$$

结合函数 $f(x)$ 的分析可得，$\frac{\alpha_k+1-\alpha_k^c}{2}=\frac{1}{2}, k=1,2,3$。从而有 $\langle\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\rangle=\langle 0.5,0.5,0.5\rangle$。

(E3) 因为 $\alpha_k^c=1-\alpha_k, k=1,2,3$，则 $\left(\alpha_k^c\right)^c=\alpha_k, k=1,2,3$，进而有

$$\frac{\alpha_k^c+1-\left(\alpha_k^c\right)^c}{2}=\frac{\alpha_k^c+1-\alpha_k}{2}=1-\frac{\alpha_k+1-\alpha_k^c}{2} \tag{7}$$

因此

$$\begin{aligned}E\left(\alpha^c\right)&=\frac{1}{3\left(\sqrt{\mathrm{e}}-1\right)}\sum_{k=1}^{3}\left(\frac{\alpha_k^c+1-\left(\alpha_k^c\right)^c}{2}\mathrm{e}^{\left(1-\frac{\alpha_k^c+1-\left(\alpha_k^c\right)^c}{2}\right)}+\left(1-\frac{\alpha_k^c+1-\left(\alpha_k^c\right)^c}{2}\right)\mathrm{e}^{\frac{\alpha_k^c+1-\left(\alpha_k^c\right)^c}{2}}-1\right)\\&=\frac{1}{3\left(\sqrt{\mathrm{e}}-1\right)}\sum_{k=1}^{3}\left(\frac{\alpha_k^c+1-\alpha_k}{2}\mathrm{e}^{\left(1-\frac{\alpha_k^c+1-\alpha_k}{2}\right)}+\left(1-\frac{\alpha_k^c+1-\alpha_k}{2}\right)\mathrm{e}^{\frac{\alpha_k^c+1-\alpha_k}{2}}-1\right)\\&=\frac{1}{3\left(\sqrt{\mathrm{e}}-1\right)}\sum_{k=1}^{3}\left(\left(1-\frac{\alpha_k+1-\alpha_k^c}{2}\right)\mathrm{e}^{\frac{\alpha_k+1-\alpha_k^c}{2}}+\frac{\alpha_k+1-\alpha_k^c}{2}\mathrm{e}^{\left(1-\frac{\alpha_k+1-\alpha_k^c}{2}\right)}-1\right)=E(\alpha)\end{aligned}$$

(E4) 令 $\beta=\langle\beta_1,\beta_2,\beta_3\rangle$ 为单值中智数，当 $0\le\alpha_k\le\beta_k\le 0.5, k=1,2,3$，那么此时有 $1\ge\alpha_k^c\ge\beta_k^c\ge 0.5, k=1,2,3$，从而 $-1\le-\alpha_k^c\le-\beta_k^c\le-0.5, k=1,2,3$，因此 $0\le\frac{\alpha_k+1-\alpha_k^c}{2}\le\frac{\beta_k+1-\beta_k^c}{2}\le\frac{1}{2}, k=1,2,3$。

由于 $f(x)$ 在 $\left[0,\frac{1}{2}\right]$ 是单调递增函数，故有 $E(\alpha)\le E(\beta)$。

类似地，可以证明 $\alpha_k\ge\beta_k\ge 0.5, k=1,2,3$ 时，有 $E(\alpha)\le E(\beta)$。综上，定理 1 得证。

4. 基于熵的单值中智多属性决策模型

现考虑单值中智信息多属性决策问题。假设 $X=\{X_1,X_2,\cdots,X_m\}$ 为一个备选方案集，$C=\{C_1,C_2,\cdots,C_n\}$ 为一个属性指标集合。令 $\omega=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n)^{\mathrm{T}}$ 是属性集合对应的权重向量，满足 $0\le\omega_j\le 1, j=1,2,\cdots,n, \sum_{j=1}^{n}\omega_j=1$。由于经济社会全球化和社会的快速发展，决策者面临的多属性决策问题更为复杂多样化，使得多属性决策过程中缺乏知识数据等信息，从而导致此属性权重信息完全未知。决策者对每个备选方案 X_i 在属性指标集合下进行评估，并以单值中智数 $\alpha_{ij}=\langle\alpha_1^{ij},\alpha_2^{ij},\alpha_3^{ij}\rangle$ 的形式进行表达，从而得到单值中智决策矩阵 $D=\left(\alpha_{ij}\right)_{m\times n}$。

下面，运用本文提出的单值中智熵公式，建立单值中智多属性决策方法。

步骤 1 标准化决策矩阵

若 $C_j\left(j=1,2,\cdots,n\right)$ 均为效益型属性，则决策矩阵不变；否则，对 $D=\left(\alpha_{ij}\right)_{m\times n}$ 进行标准化处理，得到标准的单值中智决策矩阵 $\tilde{D}=\left(\beta_{ij}\right)_{m\times n}$：

$$\beta_{ij}=\begin{cases}\alpha_{ij},C_j\ \text{为效益型属性}\\ \alpha_{ij}^{c},C_j\ \text{为成本型属性}\end{cases} \tag{8}$$

步骤 2 计算属性权重

众所周知，信息熵是衡量信息不确定性的有效方法，信息熵越大，则模糊程度就越高；反之，则确定性信息就越高。在多属性决策问题中，如果某个属性指标下所有方案属性值的信息熵越小，则反映该属性能够在决策过程中为决策者们提供较多的有价值的信息，那么应赋予该属性指标较大的属性权重，即属性指标权重与该属性下的总信息熵成反比例关系，于是设计权重算法如下：

$$\omega_j=\frac{1-E_j}{\sum_{j=1}^{n}\left(1-E_j\right)},\quad j=1,2,\cdots,n \tag{9}$$

式中

$$E_j=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}E\left(\beta_{ij}\right) \tag{10}$$

$$E\left(\beta_{ij}\right)=\frac{1}{3\left(\sqrt{\mathrm{e}}-1\right)}\sum_{k=1}^{3}\left(\frac{\beta_k^{ij}+1-\beta_k^{ijc}}{2}\mathrm{e}^{\left(1-\frac{\beta_k^{ij}+1-\beta_k^{ijc}}{2}\right)}+\left(1-\frac{\beta_k^{ij}+1-\beta_k^{ijc}}{2}\right)\mathrm{e}^{\frac{\beta_k^{ij}+1-\beta_k^{ijc}}{2}}-1\right) \tag{11}$$

步骤 3 计算备选方案与正负理想点间的距离

首先设计如下正负理想点：正理想点 $X^{+}=\left\{\alpha_1^{+},\alpha_2^{+},\cdots,\alpha_n^{+}\right\}$ 和负理想点 $X^{-}=\left\{\alpha_1^{-},\alpha_2^{-},\cdots,\alpha_n^{-}\right\}$，其中 $\alpha_j^{+}=\left\langle 1,0,0\right\rangle,\alpha_j^{-}=\left\langle 0,1,1\right\rangle,\ j=1,2,\cdots,n$。然后计算备选方案 X_i 分别与正理想点 X^{+} 和负理想点 X^{-} 的距离如下：

$$S_i^{+}=\sum_{j=1}^{n}\omega_j d\left(\beta_{ij},\alpha_j^{+}\right),\ i=1,2,\cdots,m \tag{12}$$

$$S_i^{-}=\sum_{j=1}^{n}\omega_j d\left(\beta_{ij},\alpha_j^{-}\right),\ i=1,2,\cdots,m \tag{13}$$

其中 $d\left(\alpha,\beta\right)=\frac{1}{3}\sum_{k=1}^{3}\left|\alpha_k-\beta_k\right|$。

步骤 4 计算备选方案 X_i 的贴近度

$$T_i=\frac{S_i^{+}}{S_i^{+}+S_i^{-}},\ i=1,2,\cdots,m \tag{14}$$

步骤 5 备选方案优劣排序

根据贴近度 $T_i\left(i=1,2,\cdots,m\right)$ 的大小关系对备选方案进行优劣排序，并选择综合性能最高的方案。

5. 实例分析

风险投资[12]即风险资本权益投资，是指利用风险资本开发新产品、新行业，将最新科学成就、创新

理念等创造性事业创建新公司的投资，它是一种在可以接受的“风险——收益”结构内进行投资。近几年我国风险投资公司的迅速发展，对加快科技成果的研究、开发、转化、应用起到了一定的作用，加快了国民经济的发展速度。现某风险投资公司拟对 4 个备选企业(方案) $X_i\,(i=1,2,3,4)$进行投资，制订了 3 项评估属性(经济效益 C_1、社会效益 C_2 和环境污染程度 C_3)，其中，C_1、C_2 为效益型指标，C_3 为成本型指标，并且 3 个评估指标的属性权重信息完全未知。现企业决策者将 4 个企业在各个属性下进行评估，并将评估值运用单值中智数 $\alpha_{ij}=\left\langle \alpha_1^{ij},\alpha_2^{ij},\alpha_3^{ij}\right\rangle$ 进行表达，从而构建单值中智决策矩阵 $D=\left(\alpha_{ij}\right)_{4\times 3}$。

$$D=\begin{bmatrix} \langle 0.6,0.3,0.5\rangle & \langle 0.5,0.7,0.6\rangle & \langle 0.7,0.6,0.5\rangle \\ \langle 0.6,0.4,0.5\rangle & \langle 0.4,0.5,0.6\rangle & \langle 0.3,0.5,0.6\rangle \\ \langle 0.5,0.6,0.7\rangle & \langle 0.7,0.2,0.8\rangle & \langle 0.7,0.6,0.3\rangle \\ \langle 0.4,0.3,0.2\rangle & \langle 0.5,0.4,0.3\rangle & \langle 0.6,0.7,0.2\rangle \end{bmatrix}$$

步骤 1 由于 C_3 为成本型指标，因此按照公式(8)计算得到标准单值中智决策矩阵 $\tilde{D}=\left(\beta_{ij}\right)_{4\times 3}$ 如下：

$$\tilde{D}=\begin{bmatrix} \langle 0.6,0.3,0.5\rangle & \langle 0.5,0.7,0.6\rangle & \langle 0.3,0.4,0.5\rangle \\ \langle 0.6,0.4,0.5\rangle & \langle 0.4,0.5,0.6\rangle & \langle 0.7,0.5,0.4\rangle \\ \langle 0.5,0.6,0.7\rangle & \langle 0.7,0.2,0.8\rangle & \langle 0.3,0.4,0.7\rangle \\ \langle 0.4,0.3,0.2\rangle & \langle 0.5,0.4,0.3\rangle & \langle 0.4,0.3,0.8\rangle \end{bmatrix}$$

步骤 2 运用公式(9)~(11)计算属性权重为：

$$\omega_1=0.2793,\quad \omega_2=0.3660,\quad \omega_3=0.3547$$

步骤 3 根据公式(12)和(13)求得所有备选企业与正负理想点间的距离如下：

$$S_1^+=0.5204,\quad S_2^+=0.4702,\quad S_3^+=0.5390,\quad S_4^+=0.4591$$

$$S_1^-=0.4795,\quad S_2^-=0.5297,\quad S_3^-=0.4610,\quad S_4^-=0.5502$$

步骤 4 通过公式(14)，计算贴近度：

$$T_1=0.5205,\quad T_2=0.4703,\quad T_3=0.5390,\quad T_4=0.4549$$

步骤 5 因为 $T_3>T_1>T_2>T_4$，所以备选企业的排序结果为 $X_3>X_1>X_2>X_4$，所以综合表现最好的企业是 X_3。

6. 结论

本文根据单值中智熵的定义，构建了一个单值中智信息熵的计算公式，并将其应用于单值中智多属性决策模型的建立过程中，最后通过实例验证说明了本文提出方法的可行性和有效性。该方法不仅为单值中智多属性决策问题提供了一种新的解决思路，同时可将此方法应用在模式识别、医疗诊断等相关决策问题中。

基金项目

江西省教育厅科学技术研究项目(No. GJJ210827)。

参考文献

[1] Zadeh, L.A. (1965) Fuzzy Sets. *Information and Control*, **8**, 338-353. https://doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X

[2] Atanassov, K.T. (1986) Intuitionistic Fuzzy Sets. *Fuzzy Sets and Systems*, **20**, 87-96. https://doi.org/10.1016/S0165-0114(86)80034-3

[3] Smarandache, F. (2010) Neutrosophic Set—A Generalization of the Intuitionistic Fuzzy Set. *Journal of Defense Resources Management*, **1**, 38-42.

[4] Wang, H.B., Smarandache, F., Zhang, Y.Q., *et al*. (2010) Single Valued Neutrosophicsets. *Multispace and Multistruture*, **4**, 410-413.

[5] Zadeh, L.A. (1968) Probability Measures of Fuzzy Events. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, **23**, 421-427. https://doi.org/10.1016/0022-247X(68)90078-4

[6] Szmidt, E. and Kacprzyk, J. (2001) Entropy for Intuitionistic Fuzzy Sets. *Fuzzy Sets and Systems*, **118**, 467-477. https://doi.org/10.1016/S0165-0114(98)00402-3

[7] Majumdar, P. and Samanta, S.K. (2014) On Similarity and Entropy of Neutrosophic Sets. *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, **26**, 1245-1252. https://doi.org/10.3233/IFS-130810

[8] Liang, R., Wang, J. and Li, L. (2018) Multi-Criteria Group Decision-Making Method Based on Interdependent Inputs of Single-Valued Trapezoidal Neutrosophic Information. *Neural Computing and Applications*, **30**, 241-260. https://doi.org/10.1007/s00521-016-2672-2

[9] 朱轮, 杨波. 单值中智信息熵及其多属性决策方法[J]. 计算机工程与应用, 2018, 54(15): 107-111.

[10] Jin, F.F., Ni, Z.W. and Chen, H.Y. (2018) Single-Valued Neutrosophic Entropy and Similarity Measures to Solve Supplier Selection Problems. *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, **35**, 6513- 6523. https://doi.org/10.3233/JIFS-18854

[11] Ye, J. (2017) Single-Valued Neutrosophic Similarity Measures Based on Cotangent Function and Their Application in the Fault Diagnosis of Steam Turbine. *Soft Computing*, **21**, 817- 825. https://doi.org/10.1007/s00500-015-1818-y

[12] 蒋伟, 顾汶杰. 风险投资对创业企业作用的实证研究[J]. 商业经济与管理, 2015(11): 54-67.