

基于评价体系与最优化的原材料订购和运输问题研究

高洁, 文琼瑶, 明思扬, 谢小娟, 夏永科

西昌学院, 四川 西昌

收稿日期: 2022年11月27日; 录用日期: 2023年2月2日; 发布日期: 2023年2月9日

摘要

本文以2021年高教社杯数学建模题目生产企业原材料的订购与运输为基础, 设计供应商的评价模型和供应链优化模型, 建立多目标规划和0-1规划, 并采用TOPSIS法设计评价算法, 构建了求解最优订购方案和最优运输方案的数学模型, 对现实中存在第三方物流的企业具有现实意义。

关键词

0-1规划, 多目标规划, TOPSIS法, 最优化模型, 供应链管理

Research on Raw Material Ordering and Transportation Based on Evaluation System and Optimization

Jie Gao, Qiongyao Wen, Siyang Ming, Xiaojuan Xie, Yongke Xia

Xichang University, Xichang Sichuan

Received: Nov. 27th, 2022; accepted: Feb. 2nd, 2023; published: Feb. 9th, 2023

Abstract

In this paper, based on the mathematical modeling topic of 2021 Higher Education Community Cup, raw material ordering and transportation of production enterprises, the evaluation model of suppliers and supply chain optimization model are designed, multi-objective programming and 0-1 programming are established, and the TOPSIS method is used to design the evaluation algorithm, and the mathematical model for solving the optimal ordering scheme and the optimal

transportation scheme is constructed. It is of practical significance to the enterprises which have the third party logistics in reality.

Keywords

0-1 Planning, Multi-Objective Programming, TOPSIS Method, Optimization Model, Supply Chain Management

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

近年来, 国家经济发展、社会化程度日益成熟, 人民生活水平不断提高。消费观念的转变, 使得消费目标不再局限于本地供应商。席卷全球的新冠肺炎和变化万千的国际形势都开始影响全球供应链。2020年4月, 习近平总书记前瞻性地提出了建立以国内大循环为主体、国内国际双循环相互促进的新发展格局[1]。而为了提高供应链供给速度和服务质量, 第三方物流成为供应链管理过程中最为重要的环节, 其直接影响到用户的深层次体验, 并通过与供应链成员之间的互动了解到不同成员的需求[2]。企业不断提高自己的生产水平, 提高产品品质, 并不断扩大销售渠道, 其核心竞争力的提升有助于企业扩大规模。而要达到以上目标, 一方面, 要选择质量上乘、费用较低的原材料供应商, 从而达到规模化生产的目标。另一方面企业将物流外包, 将更多的精力投身于生产之中, 大大提高了产品质量。因此选择优质的原材料供应商和第三方物流服务商成为企业规模化发展的重要因素。选择原材料供应商, 企业要考虑原材料质量、价格、供货稳定性、企业信用等, 而选择第三方物流公司, 企业需要考虑其费用、安全性、信用度等因素。因此作者结合实际, 建立起综合性的评价模型和最优化模型, 解决以上问题。

2. 预备知识

TOPSIS 法[3]是根据有限个评价对象与理想化目标的接近程度进行排序的方法, 是在现有的对象中进行相对优劣的评价。TOPSIS 法是多目标决策分析中一种非常有效的方法。又称为优劣解距离法。其计算复杂度小, 经常用于评价类模型的求解。主要步骤包括原始矩阵正向化处理、标准化处理、归一化处理、权重得分计算。

规划模型[4]是企业用来实现目标管理的一种线性规划模型。目标规划是解决企业多目标管理的有效方法, 它是按照决策者事前确定的若干目标值及其实现的优先次序, 在给定的有限资源下寻找偏离目标值最小的解的数学方法。

3. 问题假设与符号说明

3.1. 问题假设

- 假设生产企业在初始阶段原材料的储存量为 0;
- 为保证生产, 假设生产企业需要保持不少于两周的生产库存;
- 假设供应商以及转运商的供应链会延续之前的规律继续进行;
- 假设没有突发因素对供货转运和企业生产的影响。

3.2. 符号说明

x_{ij} ($i=1,2,\dots,402; j=1,2,\dots,48$) 表示在第 i 家供应商第 j 周的订货量;

y_{ij} ($i=1,2,\dots,402; j=1,2,\dots,48$) 表示第 i 家供应商第 j 周的供货量;

a_i 表示在第 i 家供应商供货量大于订货量的周数;

b_i 表示在第 i 家供应商订货量不为 0 的周数;

r_i 表示反映第 i 家供应商的供货率;

h_i 表示第 i 家供应商的周平均供货量缺失;

\bar{y}_i 表示第 i 家供应商周平均供货量;

S_i^2 表示第 i 家生产企业周供货量的均方差。

4. 模型建立与求解

4.1. 问题一分析

旨在建立合理的供货商评价指标和评价模型对 402 家供货商作评价。选择出 50 家优质的供货商以保证企业的正常运转。

4.1.1. 模型建立

供货质量和稳定性是评价供应商实力的重要评价指标, 根据问题背景, 本问题着重考虑供货的稳定性。因企业的原材料需求以周为周期, 故将评价标准设为周供货量均值。

$$\bar{y}_i = \frac{\sum_{j=1}^{240} y_{ij}}{b_i}, i = 1, 2, \dots, 402$$

在实际供货中, 订单的执行通常不会按照订单要求。从顾客让渡价值的角度上说, 只有买手在供货商处所投入的实际成本和机会成本获得了更高的价值回报时, 买手才能进行重复性购买, 这样双方才能获得长期的、稳定的合作关系, 从而减少沟通时间和成本[5]。因此供货商的信用度也是评价供货商很重要的指标。本文将及时到货程度作为信用的评价指标, 定义周平均供货量缺失为:

$$h_i = \frac{\sum_{j=1}^{240} (x_{ij} - y_{ij})}{b_i}, i = 1, 2, \dots, 402$$

供货的稳定性决定了企业生产的稳定性, 因此, 企业希望供应商能满足需求的同时, 可连续稳定连续供货更为重要。定义供货率为:

$$r_i = \frac{a_i}{b_i}, i = 1, 2, \dots, 402$$

供货的及时度反映了供货商的可靠性, 生产企业容易出现因为材料不足而暂停生产, 从而导致产品生产进度被延误, 此时供应商可能需要对这类情况导致的顾客的损失进行赔偿[6]。

因此, 引入均方差作为评价指标, 衡量供应商供货的可靠性。

$$S_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{240} (x_{ij} - y_{ij})^2}{240b_i}, i = 1, 2, \dots, 402$$

4.1.2. 基于 TOPSIS 法[7]评价算法

Step 1 设置周订货量与周供货量的标准误差最小的极小化指标

$$x'_{ij} = M - x_{ij}$$

M 为标准误差取值的最大值。

Step 2 极小值指标均方差转化为极大值指标 $\max\{-S_i^2\}$

1) 供货率指标转化为极大值指标, r_i 最佳数值为 1。正向化公式如下:

$$M = \max\{|r_i - 1|, r_i = 1 - \frac{|r_i - 1|}{M}\}$$

2) 未供货量指标转化为极大值指标[8], 未供货量为区间型指标, 最佳区间[0, 5445.7], 那么正向化公式为:

$$M = \max\{-h_i, (\max\{h_i\} - 5445.7)\}$$

$$h_i = \begin{cases} 1 - \frac{0 - x_{ij}}{M}, & x_{ij} < 0 \\ 1, & 0 \leq x_{ij} \leq 5445.7 \\ 1 - \frac{x_{ij} - 5445.7}{M}, & x_{ij} > 5445.7 \end{cases}$$

$$i = 1, 2, \dots, 402; j = 1, 2, \dots, 240$$

Step 3 构造归一化初始矩阵[9]

根据本问题需要 402 个供应商作为待评价对象, 评价指标有供应率、未供应量、供货量均值、供货量均方差四个指标, 但仅 3 个指标(属性)可作为归一化变量, 则原始数据矩阵构造为:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} \end{pmatrix}_{n \times 3}$$

使用余弦距离度量实现归一化, 将每列元素都除以当前列向量的范数。

$$Z_{ij} = \frac{a_{ij}}{\|a_{ij}\|}$$

由此得到归一化处理后的标准化矩阵 Z

$$Z = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ z_{n1} & z_{n2} & z_{n3} \end{pmatrix}_{n \times 3}$$

Step 4 确定最优方案, Z^+ 由 Z 中每列元素的最大值构成, Z^- 由 Z 中每列元素的最小值构成

$$Z^+ = \{\max(z_{11}, z_{21}, \dots, z_{n1}), \max(z_{12}, z_{22}, \dots, z_{n2}), \max(z_{13}, z_{23}, z_{n3})\} = \{Z_1^+, Z_2^+, Z_3^+\}$$

$$Z^- = \{\min(z_{11}, z_{21}, \dots, z_{n1}), \min(z_{12}, z_{22}, \dots, z_{n2}), \min(z_{13}, z_{23}, z_{n3})\} = \{Z_1^-, Z_2^-, Z_3^-\}$$

Step 5 算各指标的熵值

$$e_j = -k \sum_{i=1}^n Z_{ij} \ln Z_{ij} \quad (j=1,2,3)$$

Step 6 加权处理

$$D_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^3 w_j (Z_j^+ - z_{ij})^2}, D_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^3 w_j (Z_j^- - z_{ij})^2},$$

其中 $w_j = [w_A, w_B, w_C]$ 。

Step 7 计算各评价对象与最优方案的贴近程度 C_j

$$C_j = \frac{D_i^-}{D_i^+ + D_i^-}$$

$0 \leq C_i \leq 1$, $C_i \rightarrow 1$ 表明评价对象越优。

4.1.3. 运行结果

根据以上模型的求解, 根据程序运行选择出得分最高的 50 家供应商, 如表 1 所示。

Table 1. List of Top 50 suppliers score

表 1. 50 家最优供应商得分列表

厂家	229	201	361	140	108	395	151	340	282	139
种类	A	A	C	B	B	A	C	B	A	B
得分	1.1785	1.1001	1.0902	1.0883	0.8312	0.75	0.6941	0.6315	0.6291	0.6094
厂家	275	329	131	308	330	268	356	306	348	126
种类	A	A	B	B	B	C	C	C	A	C
得分	0.5968	0.5923	0.5395	0.5375	0.5343	0.5261	0.5243	0.5145	0.4661	0.4616
厂家	194	307	352	143	37	247	284	365	31	374
种类	C	A	A	A	C	C	C	C	B	C
得分	0.4567	0.4363	0.4239	0.4103	0.3788	0.3734	0.3646	0.3472	0.3468	0.3396
厂家	364	338	40	55	367	346	218	80	294	5
种类	B	B	B	B	B	B	C	C	C	A
得分	0.3365	0.3354	0.3237	0.3197	0.3191	0.3179	0.3142	0.3119	0.3117	0.3076
厂家	178	266	291	273	189	114	244	7	3	86
种类	A	A	A	A	A	A	C	A	C	C
得分	0.3054	0.3053	0.3044	0.3038	0.303	0.3027	0.3019	0.3018	0.3011	0.3006

4.2. 问题二分析**4.2.1. 最少供应商方案**

根据问题一的结果, 50 家供货商提供原材料 A、B、C 的数量要求满足企业生产的需要, 并要选择尽可能少的供货商提供要求。通过对 50 家优质供货商的分析, 设定供货偏好权重, 对供货商进行供货分配 [10]。引入 0-1 规划解决供货商选择, 目标函数则为选择供货商总数最小。

引入决策变量

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{选择供应商提供服务} \\ 0, & \text{不选择供应商提供服务} \end{cases}$$

构造矩阵 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_i\}$ 为最优解。

根据选择出的 50 家优质供应商的供货情况, 规定供货权重为 A 、 B 、 C 三种原材料的供货均值, 做供应商选择偏好指标, 进行归一化处理可得:

$$[w_A, w_B, w_C] = [0.347, 0.349, 0.304]$$

原材料供货商分类矩阵: A_i 、 B_i 、 C_i 分别表示第 i 个提供原材料 A 、 B 、 C 的商家。

$$A = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_t \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_m \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_k \end{pmatrix}$$

其中 $t + m + k \leq 50$ 。

50 家优质供应商提供 A 、 B 、 C 三种原材料的供货量不大于对应供货总量。设产能 $S = 2.82 \times 10^4$, 分类供货总量加权计算。

选择供货总数最小为目标函数, 即

$$\begin{aligned} & \min \sum_{i=1}^n x_i \\ & s.t \\ & \begin{cases} XA \leq \frac{w_A S}{W_A}, XB \leq \frac{w_B S}{W_B}, XC \leq \frac{w_C S}{W_C} \\ t + m + k \leq 50 \\ n \leq 50 \\ x_i = \{0, 1\} \end{cases} \end{aligned}$$

其中 W 为 A 、 B 、 C 三种原材料的生产所需, 根据数据为 $[W_A, W_B, W_C] = [0.6, 0.66, 0.72]$ 。

4.2.2. 最经济原材料订购方案

为了得到最经济的采购方案, 通过计算, 可得到 A 、 B 、 C 三种原材料的单位生产成本, 如表 2 所示。

Table 2. Unit production cost

表 2. 单位生产成本

	A	B	C
单位价格	1.2	1.1	1
生产所需	0.6	0.66	0.72
生产成本	0.72	0.726	0.72

显然, 从经济效果上, $A = C > B$, 而由于生产所需的单位 $C > A$ 。综合考虑, 原材料的选择优先顺序为 $A > C > B$ 。即尽可能选择 A 、 C 原材供货商。因此将模型修正为

$$x_i^A = \begin{cases} 1, & \text{选择供应商 A 提供服务} \\ 0, & \text{不选择供应商 A 提供服务} \end{cases}$$

$$x_i^B = \begin{cases} 1, & \text{选择供应商 B 提供服务} \\ 0, & \text{不选择供应商 B 提供服务} \end{cases}$$

$$x_i^C = \begin{cases} 1, & \text{选择供应商 C 提供服务} \\ 0, & \text{不选择供应商 C 提供服务} \end{cases}$$

不妨设 $X = (x_1^A, x_2^A, \dots, x_t^A)^T$, $Y = (x_1^B, x_2^B, \dots, x_m^B)^T$, $Z = (x_1^C, x_2^C, \dots, x_k^C)^T$ 。

根据表 1, t_i^A, t_i^B, t_i^C 分别为 A, B, C 三种原材料供应商的得分指标, 构造矩阵

$$\tilde{A} = (t_1^A, t_2^A, \dots, t_t^A), \tilde{B} = (t_1^B, t_2^B, \dots, t_m^B), \tilde{C} = (t_1^C, t_2^C, \dots, t_k^C)$$

$$A = (t_1^A x_1^A, t_2^A x_2^A, \dots, t_t^A x_t^A)^T, B = (t_1^B x_1^B, t_2^B x_2^B, \dots, t_m^B x_m^B)^T, C = (t_1^C x_1^C, t_2^C x_2^C, \dots, t_k^C x_k^C)^T$$

综合考虑上述各种因素, 通过分析 50 家供应商, 同时选择供货总数最小为目标建立优化模型:

$$\min \left(\sum_{i=1}^n x_i^A + \sum_{i=1}^m x_i^B + \sum_{i=1}^l x_i^C \right)$$

s. t.

$$\begin{cases} t + m + k \leq 50 \\ XA \leq \frac{S}{W_A}, XB \leq \frac{S}{W_B}, XC \leq \frac{S}{W_C} \\ \frac{XA}{W_A} + \frac{XB}{W_B} + \frac{XC}{W_C} \geq S \\ x_i^A = \{0, 1\}, x_i^B = \{0, 1\}, x_i^C = \{0, 1\} \\ \sum_{i=1}^t x_i^A > \sum_{i=1}^m x_i^B > \sum_{i=1}^k x_i^C \end{cases}$$

4.2.3. 损耗最少的转运方案[10]

大量的损耗会增加生产成本, 因此对于转运商质量的要求也非常重要。根据问题分析, 需要解决两个问题。第一, 供应商选择数量最少, 并且满足每次转运过程转运商与供货商一一对应; 第二, 满足转运商再次转运的最大容量为 6000。由于并没有明确转运商的产能, 以供货质量的均值作为供货量的标准。按周进行转运商的分配。对于各家转运商而言, 损耗越小, 其稳定性和可靠性越靠前。对于企业而言, 稳定性和可靠性同时高的转运商会增加企业的经济效益。

240 周的平均损耗率作为转运商损耗率, 这个假设是合理的。要建立使损耗最小的数学模型, 即目标函数为:

$$\min \sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^8 r_{ij} x_{ij}$$

其中 r_{ij} 表示由第 j 个转运商完成第 i 个供应商的损耗率。

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{第 } j \text{ 个转运商执行第 } i \text{ 个供应商的转运任务} \\ 0, & \text{第 } j \text{ 个转运商不执行第 } i \text{ 个供应商的转运任务} \end{cases}$$

目标函数限制为每个供货商仅仅由一个转运商服务, 因此约定条件为:

$$\sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^8 x_{ij} = 1$$

还应满足 $\sum_{i=1}^{50} \sum_{j=1}^8 p_i x_{ij} \leq 6000$ ， p_i 表示 50 家供货商的平均供货量。

4.2.4. 模型求解

用 lingo 软件与 python 程序结合对模型进行求解，该企业至少选择 36 家供应商供应原材料才能满足生产需要。具体结果由图 1 所示。

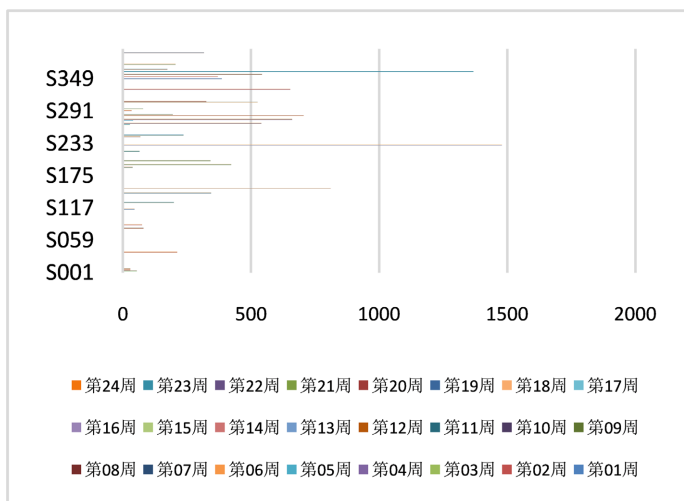


Figure 1. 24-weeks raw material order plan
图 1. 24 周原材料订购方案

图 1 和图 2 展示出优秀的转运商和供货商。稳定的供货能力和转运能力是企业稳定发展的基础。B 材料的生产成本最高，A、C 生产成本相同，36 家供应商对 A、B、C 三种原材料平均供应需求依次是 $A > C > B$ ；根据表 2 看出制定的 240 周原材料订购方案中使得供应量稳定，考虑尽量选择 A、C 原材料供应商，减少库存积压费用，使得企业的生产成本降低。

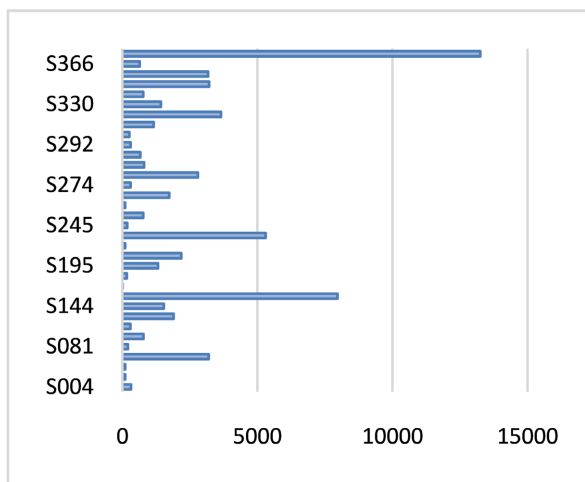


Figure 2. Transfer of raw materials
图 2. 原材料转运情况

根据图3分析八家转运商平均损耗率可以看出 $T3 < T6 < T4 < T8 < T2 < T5 < T1 < T7$ 。在选择转运商时应该避免损耗率较高的转运商；根据图4可知，原材料损耗率低的供应商转运次数并不低。所以在转运方案结合转运的损耗率和转运能力综合考虑，做到低损耗高转运，使得企业利益更大化。

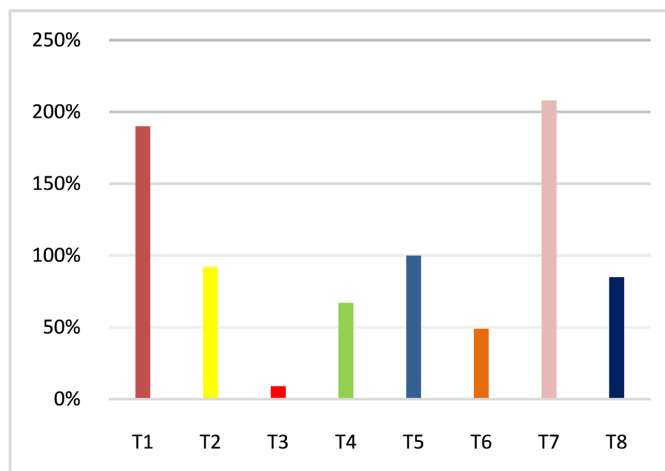


Figure 3. Average loss rate of transporters

图3. 转运商平均损耗率

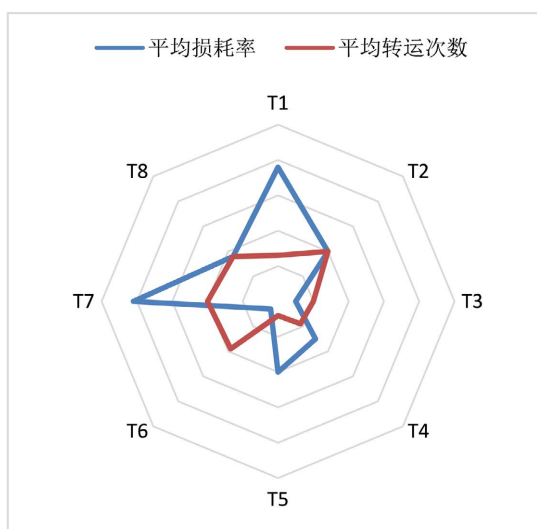


Figure 4. Average raw material loss and transfer times

图4. 原材料平均损耗与转运次数

5. 结论

目标规划在企业生产、销售、经营过程中都具有应用基础。企业能更清晰的认识到自身发展的问题，强化成本意识，扩大销售渠道，这就需要结合自身特点，综合分析企业中的各种因素，将最优化思想和目标规划思想运用在企业发展规划之中。使得企业发展更加具有科学性。

基金项目

四川省社会科学重点研究基地——彝语言文化中心项目《彝族数学文化融入数学教育的实践路径研究》(YZWH2225)。

参考文献

- [1] 习近平. 把握新发展阶段, 贯彻新发展理念, 构建新发展格局[J]. 先锋, 2021(5): 5-13.
- [2] 张靖林. 供应链管理模式下第三方物流运输特点探析[J]. 商展经济, 2022(20): 103-105.
- [3] 陈宝林. 最优化理论与算法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
- [4] 李志勇, 王顺洪. 基于模糊综合评判的供应商选择方法[J]. 北京工业大学学报, 2004, 30(1): 124-128.
- [5] 索理. 服装零售买手选择供货商的 factors 分析[J]. 山东纺织经济, 2009(1): 44-45.
- [6] 周宽. Q 公司供应商评价与选择研究[D]: [硕士学位论文]. 石家庄: 河北地质大学, 2021.
- [7] 曹成, 郭敏. 基于模糊区间 ER 的 TOPSIS 群决策方法[J]. 湖北农业科学, 2020, 59(6): 160-164+168.
- [8] 胡凌云, 袁宏俊, 李东勤. 一类区间型组合预测权重确定方法[J]. 统计与决策, 2021, 37(11): 34-38.
- [9] 翁小雄, 谢志鹏. 基于多层复杂网络的高速公路节点重要性研究[J]. 广西师范大学学报(自然科学版), 2021, 39(5): 78-88.
- [10] 刘颖. 考虑损耗的鲜果供应链运作优化[D]: [硕士学位论文]. 成都: 西南交通大学, 2013.