

房地产供需及房价的数学模型探究

罗永晋, 陈英

甘肃农业大学管理学院, 甘肃 兰州

收稿日期: 2023年12月8日; 录用日期: 2023年12月28日; 发布日期: 2024年2月29日

摘要

本文旨在探究房地产供需及与房价关系的数学模型。在第一部分, 本文从宏观和微观两个层面对影响房地产供需关系的因素进行了深入分析, 并探讨了房地产供需关系与房价之间的关系。在第二部分, 本文详细描述了房地产供需及与房价关系的数学模型的构建流程, 包括变量设置、自变量权重占比的确定以及模型验证分析, 希望这项研究能为房地产市场的研究和实践提供一些有价值的参考。

关键词

房地产, 供需关系, 房价影响因素, 数学模型构建

Research on the Mathematical Model of Real Estate Supply and Demand and Housing Price

Yongjin Luo, Ying Chen

College of Management, Gansu Agricultural University, Lanzhou Gansu

Received: Dec. 8th, 2023; accepted: Dec. 28th, 2023; published: Feb. 29th, 2024

Abstract

This paper aims to explore the mathematical model of the relationship between real estate supply and demand and housing price. In the first part, this paper analyzes the factors affecting the real estate supply and demand relationship from the macro and micro levels, and discusses the relationship between the real estate supply and demand relationship and the housing price. In the second part, this paper describes in detail the construction process of the mathematical model of real estate supply and demand and its relationship with housing prices, including variable setting, determination of the weight ratio of independent variables and model verification analysis, hop-

ing that this study can provide some valuable references for the research and practice of the real estate market.

Keywords

Real Estate, Supply and Demand Relationship, Influencing Factors of Housing Price, Mathematical Model Construction

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

房地产市场作为现代社会经济生活中的重要组成部分, 其供需关系以及房价变动对整个社会经济状况的影响至关重要。随着经济学和数学的发展, 利用数学模型来研究房地产市场的供需和房价变动已经成为科学研究的重要手段。数学模型可以更加准确地分析和预测房地产市场的动态变化, 为政策制定者提供决策依据, 为投资者提供投资决策参考。然而, 房地产市场的供需关系和房价变动是由多种因素共同影响的复杂系统, 包括宏观经济环境、政策法规、人口结构、地理位置等因素。如何构建一个能够准确地反映这种复杂系统的数学模型, 是当前研究的重要课题。

2. 房地产供需及与房价关系的数学模型构建要素分析

2.1. 房地产供需关系影响因素分析

房地产市场的供需关系是由多种因素共同决定的, 主要包括以下几个方面:

1) 宏观经济环境。宏观经济环境是影响房地产市场供需关系的重要因素。一方面, 经济增长会带动人们的收入水平提高, 提高了购房的经济能力, 从而增加了房地产的需求[1]; 另一方面, 经济增长也会带动房地产的投资活动, 增加了房地产的供应。具体公式如下:

$$\text{房地产宏观需求量} = \beta_0 + \beta_1 * \text{GDP} \quad (1)$$

在公式(1)中, β_0 和 β_1 是待估计的参数, GDP 是国内生产总值, 用于反映宏观经济环境。

政策法规: 政策法规对房地产市场的供需关系也有重要影响。例如, 政府的房地产调控政策、土地供应政策、信贷政策等都会影响房地产的供需关系。具体公式如下:

$$\text{房地产供应量} = \gamma_0 + \gamma_1 * \text{调控政策} \quad (2)$$

在公式(2)中, γ_0 和 γ_1 是待估计的参数, 调控政策是一个虚拟变量, 用于反映政府的房地产调控政策[2]。

3) 人口结构。人口结构, 特别是城市化进程, 也是影响房地产市场供需关系的重要因素。城市化进程的加快, 会带来大量的城市人口增长, 增加了房地产的需求。具体公式如下:

$$\text{基于人口结构的房地产需求量} = \alpha_0 + \alpha_1 * \text{城市人口} \quad (3)$$

在公式(3)中, α_0 和 α_1 是待估计的参数, 城市人口用于反映人口结构。

4) 地理位置。地理位置, 特别是城市的地理位置, 也会影响房地产的供需关系。一般来说, 地理位置优越的城市, 其房地产的需求量会更大。计算公式如下:

$$\text{基于地理位置的房地产需求量} = \delta_0 + \delta_1 * \text{地理位置} \quad (4)$$

在公式(4)中, δ_0 和 δ_1 是待估计的参数, 地理位置是一个虚拟变量, 用于反映城市的地理位置。

在上述 4 个公式中, β_0 、 γ_0 、 α_0 和 δ_0 是常数项, 反映了在其他条件不变的情况下, 需求量或供应量的基本水平; β_1 、 γ_1 、 α_1 和 δ_1 是系数, 反映了相应变量对需求量或供应量的影响程度, 均为构建房地产供需及房价关系数学模型之前必须考虑的要素[3]。

2.2. 房地产供需情况与房价之间的关系

从经济学角度来看, 房地产供需关系必然会对房价产生影响。但需要注意, 此处提到的“供需关系”包含多种需求关系, 代表性要素如下: 其一, “刚需”与房价之间的关系。社会发展至当下, 处于婚龄的年轻人要想顺利走入婚姻殿堂, 在其工作所在城市或是老家(一般是指父母居住的地区)购买婚房, 已经成为“必须具备”的条件。基于此, 只要“刚需”存在, 相当数量的优质房产价格不会出现较大滑落, 会始终维持在相对较高的水平。反之, 一旦“刚需”数量大幅度下降(比如出生人口锐减, 或是社会有意愿结婚的适龄青年数量大幅度下降等), 房地产市场便会失去一个稳定的消费族群, 房价届时有大概率会下降。其二, “炒房客”。部分人将房地产视为“有较大增值空间的长期投资产品”。因此, 这类人也是买房的主要人群之一, 他们更是不希望房价下跌的主要人群之一。从市场运行的角度来看, 这类人一旦退出市场, 也会造成房地产供需情况发生变化, 进而影响房价[4]。

综合考虑上述因素后, 可以得出一个结论, 房地产供需关系与房价之间的关系可以通过数学模型进行表述。常用的模型是利用供需平衡理论, 即当其他条件保持不变时, 供给增加, 需求减少, 价格下降; 反之, 供给减少, 需求增加, 价格上升[5]。具体到数学模型, 可以表示为以下形式

$$P = \theta_0 + \theta_1 * D - \theta_2 * S \quad (5)$$

在公式(5)中, P 表示房价, D 表示房地产需求量, S 表示房地产供应量, θ_0 是常数项, 反映其他影响房价的因素, θ_1 和 θ_2 分别表示需求和供应对价格的影响程度。这一公式假设需求和供应对价格的影响是线性的, 实际情况可能更为复杂。例如, 需求和供应可能对价格的影响并不是恒定的, 而是随着需求和供应的变化而变化。这时, 可以考虑引入更复杂的函数形式, 如对数函数、指数函数等。需要注意的是, 这个模型只是一个基本的理论模型, 实际的房地产市场可能受到许多其他因素的影响, 如政策、地理位置、人口结构等。在实际的研究中, 可能需要对模型进行进一步的调整和扩展。

3. 房地产供需及与房价关系的数学模型构建流程及分析

3.1. 变量设置

本文第一部分对房地产供需关系、影响房价的有关因素进行了分析, 但上文内容均为“单独分析”, 并没有将相关影响因素进行整合。而对这些因素进行整合的过程, 实际上便是设置“房地产供需及与房价关系的数学模型”时需要重点考虑的各项变量。具体来说:

1) 影响变量(自变量, 用于分析房价变化情况时, 对房价变化产生影响的变量)。主要包括: ① 房地产需求量(D): 房地产需求量是影响房价的重要因素, 一般可以通过房地产销售数据来表示[4]。② 房地产供应量(S): 房地产供应量也是影响房价的重要因素, 一般可以通过房地产开发投资数据来表示。③ 宏观经济环境指标(E): 如国内生产总值(GDP)、居民人均可支配收入等, 这些指标反映了经济发展水平和居民购房能力, 对房地产需求量和房价有重要影响。④ 政策法规因素(P): 如房地产调控政策、信贷政策等, 这些政策因素对房地产供需和房价有直接影响。⑤ 人口结构因素(H): 如城市人口、人口年龄结构等, 这些人口因素对房地产需求量和房价有重要影响。⑥ 地理位置因素(L): 如城市的地理位置、交通设施等, 这些位置因素对房地产需求量和房价也有重要影响[6]。

2) 结果变量(因变量, 受其他变量变化而发生变化)。主要是房地产价格(ρ), 即为目标变量。

结果变量(目标变量、因变量)与影响变量(自变量)之间的模型关系可以是线性的,也可以是非线性的。为了简化模型,本文设置为线性关系,具体表达式如下:

$$\rho = \theta_0 + \theta_1 * D + \theta_2 * S + \theta_3 * E + \theta_4 * P + \theta_5 * H + \theta_6 * L \quad (6)$$

在公式(6)中, $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_6$ 均是待估计的参数,在模型中可被视为“权重占比”,表明相关自变量的影响因子,由于公式(6)中的自变量有 6 个,而待估计参数有 7 个(其中, θ_0 的存在意义是,在对房地产供需关系以及房价进行分析时,除了上述 6 项影响因子之外,还或多或少地存在其他影响因素,这些因素的影响权重相对较低却不可完全忽视),故从理论层面来看, $\theta_1, \dots, \theta_6$ 共计 6 项权重因子对应权重占比常数的总和无限接近于“1”,但永远不可能等于“1”,只有加上 θ_0 之后,结果才能等于 1。

3.2. 自变量权重占比分析

基于公式(6)代表的线性数学模型进行分析时,可以不考虑 θ_0 ,但必须考虑 $\theta_1, \dots, \theta_6$ 的权重大小。在现实生活中,虽然每一个地区的房价均存在差异性,但决定各地区房价的因子本质是相同的。在明确这一点的情况下,即可明确 $\theta_1, \dots, \theta_6$ 的具体值(权重)不能人为设定,而是通过数据进行估计。在统计学中,这通常是通过最小二乘法(Least Squares Method)或最大似然估计法(Maximum Likelihood Estimation)等方法来实现的。具体的估计过程需要用到统计学和计量经济学的知识[5]。其中,最小二乘法的应用广泛程度最高,这种方法的原理是,通过最小化残差平方和来确定最佳拟合曲线或回归线。比如可以假设数据点服从一个线性模型,即 $y = ax + b$,其中 y 是因变量, x 是自变量, a 和 b 是要估计的参数[7]。我们的目标是找到最佳的 a 和 b ,使得数据点到拟合直线的残差平方和最小。具体的求解过程可以通过求解正规方程来完成。正规方程是通过对残差平方和对参数 a 和 b 分别求偏导,然后令偏导等于 0 来得到的。求解正规方程可以得到最佳的参数估计值。最小二乘法的优点是简单且易于理解,而且在许多实际问题中具有广泛的应用。它可以用于拟合数据点到直线、曲线或多项式函数,也可以用于回归分析、时间序列分析等。

以下是一个简单的例子来说明如何使用最小二乘法估计这些参数。

假设现有 n 个观测值,每个观测值包括房价 ρ 和对应的需求量 D ,供应量 S ,宏观经济环境指标 E ,政策法规因素 P ,人口结构因素 H ,地理位置因素 L 。可以将模型写成:

$$\rho_i = \theta_0 + \theta_1 * D_i + \theta_2 * S_i + \theta_3 * E_i + \theta_4 * P_i + \theta_5 * H_i + \theta_6 * L_i + \varepsilon_i, i = 1, \dots, n \quad (7)$$

在公式(7)中, ε_i 是误差项,表示模型中未能解释的部分。

当前的目标是找到一组参数 $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_6$,使得总误差(即所有 ε_i 的平方和)最小。这就是最小二乘法的基本思想。

在实际操作中,通常需要用统计软件(如 R, Stata, SPSS 等)来进行计算。通过这种方式,可以得到每个变量对房价影响的估计值,这个估计值就是变量的权重。

比如基于 SPSS 软件进行分析的过程如下:

- 1) 确保所有数据都在 SPSS 的数据视图中,每一列代表一个变量,每一行代表一个观察值。
- 2) 在顶部菜单中,选择“分析”→“回归”→“线性”[8]。
- 3) 在弹出的对话框中,将目标变量(即房价)移动到“因变量”框中。然后,将自变量(即房地产需求量、供应量、宏观经济环境指标、政策法规因素、人口结构因素、地理位置因素)移动到“自变量”框中。
- 4) 点击“确定”,SPSS 会自动计算并显示回归分析的结果。

在结果中,需要关注的主要有两部分:

- 1) 参数估计。这部分内容显示了每个自变量的系数(即为 $\theta_1, \dots, \theta_6$ 的值)。这个值表示,当自变量

增加 1 单位时, 因变量(房价)预期会变化的数量。正系数表示自变量和因变量正相关, 负系数表示负相关 [9]。系数的绝对值大小表示自变量对因变量的影响程度。

2) 显著性检验。这部分显示了每个自变量系数的 t 值和 p 值。t 值表示系数的统计显著性, p 值表示显著性的概率。通常, 如果 p 值小于 0.05, 便可认为这个自变量对房价有显著影响。

需要注意的是, 这种方法只能大致说明每个变量对房价的相对重要性, 但并不能确定这些变量对房价的绝对影响 [10]。例如, 如果 θ_1 的值是 θ_2 的 2 倍, 那么不能盲目地认为需求量对房价的影响是供应量的两倍, 只能说需求量对房价的影响比供应量更大。

3.3. 模型验证分析

对上面提到的数学模型进行验证分析, 得到的相关结果如下。

假设有以下数据(每个变量的平均值), 单位为平均万元/套, 部分实际调查值及设定的自变量参数如表 1 所示。

Table 1. Actual survey value of house price in a certain place and parameter table of independent variables

表 1. 某地房价实际调查值及自变量参数表

项目	参数
房价(ρ)	50 万元
房地产需求量(D)	100
房地产供应量(S)	80
宏观经济环境指标(E)	2
政策法规因素(P)	5
人口结构因素(H)	3
地理位置因素(L)	7

上文提到的模型是:

$$\rho = \theta_0 + \theta_1 D + \theta_2 S + \theta_3 E + \theta_4 P + \theta_5 H + \theta_6 L + \varepsilon$$

1) 假设所有的 θ 参数都为 1, 所以模型变为:

$$P = 1 + D + S + E + P + H + L + \varepsilon;$$

2) 代入数据, 得到: $50 = 1 + 100 + 80 + 2 + 5 + 3 + 7 + \varepsilon;$

3) 解这个方程, 得到: $\varepsilon = 50 - (1 + 100 + 80 + 2 + 5 + 3 + 7) = -148;$

这个结果显然是不合理的, 因为预期的误差 ε 应该是接近 0 的。这说明所设置的模型参数 θ 的设定是不准确的。

在实际的统计分析中, 使用最小二乘法或最大似然法等方法来估计 θ 的值, 使得总误差(即所有 ε 的平方和)最小。这需要用到统计软件进行计算, 而不是手动解方程。但是, 为了简化分析过程, 可以假设 θ 的值都为 0.01, 所以模型变为: $P = 1 + 0.01D + 0.01S + 0.01E + 0.01P + 0.01H + 0.01L + \varepsilon。$

4) 代入数据, 得到: $50 = 1 + 0.01100 + 0.0180 + 0.012 + 0.015 + 0.013 + 0.017 + \varepsilon;$

5) 解这个方程, 得到: $\varepsilon = 50 - (1 + 0.01100 + 0.0180 + 0.012 + 0.015 + 0.013 + 0.017) = 49.05;$

这个结果比之前的误差小很多, 但还是不够理想。在实际的统计分析中, 需要通过迭代的方式, 不断调整 θ 的值, 直到找到最小化总误差的参数值, 确定与经济学中的供需理论“需求增加, 价格上升; 供应增加, 价格下降”相符。

4. 结语

通过对房地产供需及与房价关系的数学模型进行深入探究, 可以对房地产市场的供需关系和房价变动有了更深入地理解。具体来说, 房地产市场的供需关系和房价变动是由宏观经济环境、政策法规、人口结构、地理位置等多种因素共同影响的复杂系统。通过构建数学模型, 可以更加准确地分析和预测房地产市场的动态变化。然而, 笔者也认识到, 构建一个既能够准确反映房地产市场供需关系和房价变动的实际情况, 又具有一定的预测能力的数学模型, 仍然是一个具有挑战性的任务。未来的研究需要更多地关注模型的改进和完善, 以期提高模型的实用性和预测能力。

参考文献

- [1] 韩艺. 泰安市房价影响因素及房地产调控对策研究[D]: [硕士学位论文]. 泰安: 山东农业大学, 2022.
- [2] 郎昱, 沈冰阳, 施昱年, 等. 城市人口迁移、住房供需均衡与房价——基于限购与限贷政策实施力度的分组实证分析[J]. 城市问题, 2022(1): 75-85.
- [3] 李军珂. 中国中部地区主要城市商品房价格区域差异及其影响因素分析[D]: [硕士学位论文]. 广州: 广东外语外贸大学, 2021.
- [4] 刘恺文. 房价波动、土地财政与地方政府债务安全研究[D]: [硕士学位论文]. 武汉: 中南财经政法大学, 2019.
- [5] 胡筱蓓. 人民币汇率与中国房地产价格波动的动态关联研究[D]: [硕士学位论文]. 北京: 对外经济贸易大学, 2019.
- [6] 赵正奎. 中国房地产价格影响因素区域性比较研究[D]: [硕士学位论文]. 西安: 西安建筑科技大学, 2019.
- [7] 胡伟, 刘鹏凌. 合肥楼市疯涨的背后——基于改进灰色理论分析[J]. 辽宁工业大学学报(社会科学版), 2018, 20(3): 24-28.
- [8] 张冲. 房价上涨对居民消费影响分析——机制分析、模型构建与实证检验[D]: [博士学位论文]. 大连: 东北财经大学, 2017.
- [9] 王翀, 徐培玮, 杨海慈, 等. 抑制小产权房的消费者风险分析模型构建与应用[J]. 现代城市研究, 2017(11): 57-62.
- [10] 蒋风光. 居民房价容忍度测算模型的构建与应用研究[D]: [博士学位论文]. 天津: 河北工业大学, 2017.