

时延多智能体系统有限时间分组一致协议设计

文开妍, 王莉*, 冯沙沙, 陈超, 李振双

天津理工大学, 计算机科学与工程学院, 天津

收稿日期: 2022年4月21日; 录用日期: 2022年5月23日; 发布日期: 2022年5月31日

摘要

针对具有时延的多智能体系统的分组和有限时间一致性问题, 基于复杂网络和李雅普诺夫稳定性理论, 我们提出了一致性协议和控制算法, 使得多智能体状态在有限时间内达到分组一致, 并对算法的有效性及其稳定性进行了理论推导和证明。在我们的研究中智能体的通信拓扑分为静态拓扑和动态拓扑, 同时智能体的分组情况也可以是动态变化的。为了进一步验证所设计的算法, 我们开展了仿真研究, 最终发现控制算法中的参数 α 和 β 越高, 所估计的建立时间就越短。

关键词

多智能体系统, 一致性控制协议, 有限时间, 时延, 分组通信拓扑

Design of Finite-Time Group Consensus Protocol for Multi-Agent System with Time Delay

Kaiyan Wen, Li Wang*, Shasha Feng, Chao Chen, Zhenshuang Li

School of Computer Science and Engineering, Tianjin University of Technology, Tianjin

Received: Apr. 21st, 2022; accepted: May 23rd, 2022; published: May 31st, 2022

Abstract

Aiming at the problem of group and finite-time consensus of multi-agent system with time-delay, based on the theories of complex network and Lyapunov stability, the consensus protocol and control algorithm based on complex dynamic network are proposed to make the states of multi-agents achieve consensus in finite time, and the analysis of effectiveness and stability is carried out. In our research, the topology of agents is divided into static and dynamic topology, and the

*通讯作者。

group of agents also can be dynamically changed. To verify the algorithm, further simulation study was carried out, it was found that the higher the α and β in the control algorithm, the shorter the estimated establishment time.

Keywords

Multi-Agent System, Consensus Control Protocol, Finite Time, Time-Delay, Group Communication Topology

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

多智能体系统一致控制问题在计算机科学中的应用具有较长的历史[1] [2], 从时间优化的角度, 若能在有限时间内使得多智能体状态达到一致, 则是时间最优的控制算法。而智能体的收敛速度是衡量所设计算法的一个重要指数, 因此, 如何使智能体在有限时间达到稳定状态或预期状态越来越成为近年来的研究热点。

Olfati-Saber 等人[3]给出了保证线性一致性收敛的协议, 并且研究了智能体系统拉普拉斯图代数连通度(智能体系统拉普拉斯矩阵的第二最小特征根)对一致性算法收敛速度的影响。Xiao 和 Boyd [4]通过使用半限定凸集解决了权值设计的问题, 以便使多智能体系统的代数连通度是增加的。虽然通过最大化多智能体系统拉普拉斯矩阵第二最小特征根的方法, 可以使控制协议的收敛速度提高, 但不能确保系统在有限时间内状态一致。Wang 等人[5]探讨了不同网络结构对群体收敛速度的影响。在控制协议相同的情况下, 考虑了线型网络和环型网络这两种不同的网络对群体收敛速度的影响。进一步, 从节点的位置和数量两方面来讨论上述两种网络对群体收敛速度的影响。在很多实际情况中, 需要多智能体系统状态在有限时间达到一致状态。针对一阶多智能体的同步问题, Xiao 等人[6]利用有限时间 Lyapunov 稳定性判据, 设计了有限时间控制器。Wang 等人[7]考虑了带有时延的一阶多智能体有限时间控制问题, 利用坐标变换, 将时延控制问题转化为不含时延的控制问题, 然后设计有限时间控制器。上述结果都是关于一阶多智能体的一致性有限时间控制问题。结合工程实际, 二阶及多阶多智能体的有限时间控制问题同样具有研究意义[8], Huang 等人[9]针对具有非均匀时滞的二阶多智能体系统, 设计了有限时间一致性算法使得所有智能体趋于一致。Zou 等人[10]考虑了二阶异构切换非线性多智能体系统, 设计了自适应有限时间一致性算法并且给出了任意切换条件下系统的充分条件。Shi 等人[11]针对高阶异构多智能体系统, 采用积分滑模控制技术构造了有限时间一致性算法, 同时克服了抖振现象。另外还有一些研究成果讨论了固定时间及初始条件的影响[12] [13] [14] [15]。

另外在实际系统中, 由于内在、外在的原因[16], 会出现所有智能体状态最终按组收敛到多于一个状态值的情况, 即分组一致。关于多智能体系统分组一致控制的研究, Yu 等人[17]研究了拓扑结构为强连通平衡图的多智能体系统分组一致控制协议的设计, 并基于图论与矩阵理论的知识分析得到了系统分组一致的收敛判据。Xia 等人[18]提出在切换拓扑和时变时滞情况下, 一阶多智能体分组一致性的充分条件。Ji 等人[19]针对一阶/二阶混合多智能体系统, 提出分组一致控制律, 并通过频域分析及矩阵理论给出了系统收敛条件。Li 等人[20]考虑输入限幅及速度不可测, 提出基于牵制控制的分组一致控制算法, 实现了系统渐近分群一致。

基于以上研究成果, 我们希望结合现实系统中的更多情况, 如时延、分组、切换拓扑等因素开展多智能群体的有限时间一致性研究。在本文中, 对所提多智能体系统进行了有限时间分组一致性协议的设计同时开展了仿真研究工作, 并发现了控制算法中参数变化所引起的建立时间变化的关系。

本文剩余部分的结构安排如下。第二节中我们介绍了多智能体系统的模型及使用到的引理; 第三节中我们介绍了所设计的有限时间分组一致算法, 并对算法的有效性和稳定性进行了理论推导证明; 为了验证所设计的算法, 在接下来的第四节中我们开展了仿真验证, 智能体的通信拓扑分为静态拓扑和动态拓扑, 同时智能体的分组情况也可以是动态变化的。最后, 我们对所完成的工作进行了总结和展望。

2. 问题描述

可以先假设多智能体系统中有 n 个智能体, 标记为从 1 到 n 。 $I_n = \{1, 2, \dots, n\}$, 所有智能体的状态空间为 R 。 $x_i^{(j)}$ 表示群组 j 中智能体 i 的状态, $i \in I_n$, $j = \{1, 2\}$, 智能体 i 的状态公式如下:

$$x_i^{(j)}(t) = f\left(x_i^{(j)}, u_i^{(j)}(t)\right) \quad (1)$$

其中 $u_i^{(j)}(t)$ 是状态反馈, 称为控制协议。控制协议是根据智能体 i 的邻居接收到的状态信息设计的, 并且满足以下公式: $x_i^{(j)}(\tau) = x_i^{(j)}(t + \tau)$ 。

2.1. 图论概念

在多智能体系统中, 每个智能体都可以与其邻居进行通信。这里分别用有向图和无向加权图来表示邻居之间的通信拓扑, 其中 $A = \{a_{ij}\}_{n \times n}$ 和 $A' = \{a'_{ij}\}_{n \times n}$ 是半正定矩阵, 而且我们假设所有 $i \in I_n$ 都是 $a_{ii} = 0$ 和 $a'_{ii} = 0$ 。 A 和 A' 称为权重矩阵, 其中 A 和 A' 分别是有向加权图和无向加权图。 $V = \{v_i : i \in I_n\}$ 为顶点集, E 为边集。顶点 v_i 相当于智能体 i 。 $G(A)$ 的一条边用 (v_j, v_i) 表示, 表示从智能体 j 到智能体 i 的通信, 边的权重用 a_{ij} 表示, $a_{ij} > 0$ 表示智能体 j 可以向智能体 i 传输其状态信息。 $G'(A)$ 的一条边用 (v_j, v_i) 表示, 表示智能体 j 和智能体 i 之间的通信, 边的权重用 a_{ij} 表示, $a'_{ij} > 0$ 表示智能体 j 和智能体 i 可以相互通信。顶点 v_i 的邻域集合由 $N_i = \{v_j : (v_j, v_i) \in E\}$ 表示。

2.2. 符号和定义

为了构建我们的控制协议设计, 需要给出以下符号和定义:

通常, $x_i(t)$ 是系统(1)的解, 它的初始状态是 x_0 , x_e 用来平衡系统(1), $x_i(t)$ 在 $[0, b)$ ($b \in R$) 和 $x(0) = x_0$ 中是连续的。

稳定性和渐近稳定性的定义是:

(1) 对于任意 $\varepsilon > 0$, 存在 $\delta(\varepsilon) > 0$, 使得 $\rho \in C_{\delta(\varepsilon)}$ 且对于所有 $t \geq 0$, $\|x_i(t)\| \leq \varepsilon$, 则称系统(1)为稳定系统。

(2) 如果系统(1)是稳定的, 并且有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_e\| < \varepsilon$, 那么系统称为渐近稳定的。

附注:

(1) C^0 是状态空间中从 $[-\tau, 0]$ 到 R^m 的连续函数, 其中 $\tau > 0$ 。

(2) $C_\varepsilon = \{\rho \in C^0 : \|\rho\|_{C^0} < \varepsilon\}$, 其中 $\|\rho\|_{C^0} = \sup_{-\tau \leq s \leq 0} \|\rho(s)\|$ 。

对于给定的协议 u_i , $i \in I_n$, 任何给定的初始状态和任何 $j, k \in I_n$, 如果 $\|x_j(t) - x_k(t)\| \rightarrow 0$, $t \rightarrow \infty$ 时, 那么多智能体系统可以被认为有解决一致性问题能力。对于任意 $j \in I_n$, 如果存在满足 $x_j(t) = k$ 的时间 t' 和实值 k , 那么它可以在有限时间内解决一个一致性问题。如果最终状态是初始状态的平均值, 即

$x_j(t) \rightarrow \frac{\sum_{k=1}^n x_k(0)}{n}$ 对于所有 $j \in I_n$, 作为 $t \rightarrow \infty$, 那么它可以解决平均一致性问题。

2.3. 一些引理

为了表明我们的主要结论，需要下列引理。

引理 1 [7]: 如果 $y_1, y_2, \dots, y_n \geq 0$ 且 $0 < p \leq 1$ ，则 $\sum_{i=1}^n y_i^p \geq \left(\sum_{i=1}^n y_i\right)^p$

引理 2 [7]: $L[A] = [L_{ij}] \in R^{n \times n}$ 表示 $g(A)$ 的拉普拉斯图，由下式表示:

$$l_{ij} = \begin{cases} \sum_{k=1, k \neq i}^n a_{ik}, & j = i \\ -a_{ij}, & j \neq i \end{cases}$$

$L[A]$ 具有以下属性:

(1) 0 是 $L[A]$ 的一个特征值，它的特征值是 1，其中 $1 = [1, 1, \dots, 1]^T \in R^n$;

(2) $x^T L(A)x = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n a_{ij} (x_j - x_i)^2$ ， $L[A]$ 的所有特征值不小于零;

(3) 如果 $g(A)$ 是连通的，则由 $\lambda_2(L[A])$ 表示的 $L[A]$ 的第二小特征值，称为 $g(A)$ 的代数连通度，并且大于零;

(4) $g(A)$ 的代数连通性等于 $\min_{x \neq 0, 1^T = 0} \frac{x^T L(A)x}{x^T}$ 如果 $1^T = 0$ ，则 $x^T L(A)x \geq \lambda_2(L(A))x^T x$;

引理 3 [7]: 以下系统:

$$\dot{x}_i^{(j)}(t) = A_i x(t) + \sum_{i=0}^k B_i u_i^{(j)}(t - h_i), t > 0 \tag{2}$$

其中 $j \in \{1, 2\}$ ， $x^{(j)}(t) \in R^n$ ， A_i 是一个 $n \times n$ 矩阵， B_i 是一些 $n \times m$ 矩阵， h_i 是一些正的常数。

如果 $y^{(j)}(t) = x^{(j)}(t) + \sum_{i=1}^k L_{(A_i, C_i)}^{h_i} u_i$ 和 $L_{(A_i, C_i)}^{h_i} f = \int_{-h}^0 e^{A_i(-h-s)} C_i f(s) ds$ ， $C_i = B_i e^{-A_i h_i}$ 则

$$y_i^{(j)}(t) = B u^{(j)}(t), B = \sum_{i=0}^k C_i \tag{3}$$

如果系统(3)可通过反馈控制 $u^{(j)}(t) = k(t)f(y^{(j)}(t))$ 在有限时间内是能稳定的，并且 $k(t)$ 有界且 f 连续的，那么系统(2)就可以通过反馈控制在有限时间内稳定。

3. 主要结果

现在系统(1)可以表示为:

$$\dot{x}_i^{(j)}(t) = a x_i^{(j)}(t) + \sum_{i=1}^k b_k u^{(j)}(t - \tau_k) \tag{4}$$

我们提出了解决具有两个群组的多智能体系统在有限时间内的一致性问题的协议，这两个群组被标记为群组一和群组二。等式(5)和等式(7)可以解决两组中的一致性问题，并且相应的通信拓扑是静态的。等式(6)和等式(8)可以解决两组中的一致性问题，并且相应的通信拓扑是动态切换。

$$u_i^{(1)}(t) = -\frac{1}{m} \left(a_1 y_i^{(1)}(t) + \text{sign} \left(\sum_{v_j \in N_i} a_{ij} (y_j^{(1)} - y_i^{(1)}) \times \left| \sum_{v_j \in N_i} (y_j^{(1)} - y_i^{(1)}) \right|^\alpha \right) \right) \tag{5}$$

$$u_i^{(1)}(t) = -\frac{1}{m} \left(a_1 y_i^{(1)}(t) + \sum_{v_j \in N_i} a_{ij} \text{sign} (y_j^{(1)} - y_i^{(1)}) \times \left| (y_j^{(1)} - y_i^{(1)}) \right|^\alpha \right) \tag{6}$$

$$u_i^{(1)}(t) = -\frac{1}{m} \left(a_1 y_i^{(1)}(t) + \sum_{v_j \in N_i} a_{ij} \text{sign} (y_j^{(1)} - y_i^{(1)}) \times \left| (y_j^{(1)} - y_i^{(1)}) \right|^\alpha \right) \tag{7}$$

$$u_i^{(2)}(t) = -\frac{1}{m} \left(a_i y_i^{(2)}(t) + \sum_{v_j \in N_i} a_{ij} \text{sign}(y_j^{(2)} - y_i^{(2)}) \right) \times \left| (y_j^{(2)} - y_i^{(2)}) \right|^\alpha \quad (8)$$

定理 1: 等式(5)和等式(7)可以解决两组多智能体系统的一致性问题的, 并且对应的通信拓扑是静态的。

$$\dot{y}_i^{(k)}(t) = p y_i^{(k)}(t) + b u_i^{(k)}, k \in \{1, 2\}, p \in \{a_1, a_2\}, b \in \{m, n\} \quad (9)$$

证明: 利用引理 3, 很明显如果系统在有限时间内是稳定的, 则定理 1 被证明。要证明系统(9)在有限时间内是稳定的, 则选择

$$u_i^{(k)} = -\frac{1}{b} \left(p y_i^{(k)}(t) + \text{sign} \left(\sum_{v_j \in N_i} l_{ij} (y_j^{(k)} - y_i^{(k)}) \right) \times \left| \sum_{v_j \in N_i} l_{ij} (y_j^{(k)} - y_i^{(k)}) \right|^\gamma \right), k \in \{1, 2\}, l_{ij} \in \{a_{ij}, a'_{ij}\}, \gamma \in \{\alpha, \beta\} \quad (10)$$

从引理 1 中取半正定函数

$$V(t) = \frac{1}{4} \left(\sum_{i,j=1}^n a_{ij} (y_j^{(k)}(t) - y_i^{(k)}(t))^2 \right)$$

$$\frac{dV(t)}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial V(t)}{\partial v_i} \dot{y}_i^{(k)} = -\sum_{i=1}^n \left(\left(\sum_{v_j \in N_i} l_{ij} (y_i^{(k)} - y_j^{(k)}) \right)^2 \right)^{\frac{1+\gamma}{2}}$$

$$\frac{dV(t)}{dt} \leq -\left(\sum_{i=1}^n \left(\sum_{v_j \in N_i} l_{ij} (y_i^{(k)} - y_j^{(k)}) \right)^2 \right)^{\frac{1+\gamma}{2}}$$

如果 $V(t) \neq 0$

$$\frac{\sum_{i=1}^n \sum_{v_j \in N_i} l_{ij} (y_i^{(k)} - y_j^{(k)})^2}{V(y(t))} = \frac{y^T L(A)^T L(A) y}{\frac{1}{2} y^T L(A)^T y}$$

如果 A 是方程(5)的矩阵, 它的特征值是 $\lambda_1 L(A), \lambda_2 L(A), \dots, \lambda_3 L(A)$ 按递增顺序排列。

$$2\lambda_2 L(A) \leq \frac{y^T L(A)^T L(A) y}{\frac{1}{2} y^T L(A)^T y}$$

所以有 $\frac{dV(t)}{dt} \leq (2\lambda_2 L(A))^{\frac{1+\gamma}{2}} V(t)^{\frac{1+\gamma}{2}}$ 。

让 $K = (2\lambda_2 L(A))^{\frac{1+\gamma}{2}}$, $T(y) = \frac{(2V(0))^{\frac{1+\gamma}{2}}}{(1-\gamma)\lambda_2 L(A)^{\frac{1+\gamma}{2}}}$ 。

初始状态是 $y(0)$, 如果 $V(0) = 0$, 根据微分比较原理, $V(t) \leq \left(-K \frac{1-\gamma}{2} t + (V(0))^{\frac{2}{1-\gamma}} \right)^{\frac{2}{1-\gamma}}$, $t < T(y)$ 并

且 $\lim_{t \rightarrow T(y)} V(t) = 0$ 。

所以, 方程(5)在有限时间内是稳定的。 $T(y)$ 被称为等式(5)的建立时间。

当 $y_i(t) = x_i(t) + \sum_{k=1}^n L_{(a,c_k)}^{\tau_k} u_i$ 时, 系统(4)的建立时间增加了 $y_i(t)$ 达到平衡点的时间加上 $\sum_{k=1}^n L_{(a,c_k)}^{\tau_k} u_i$ 达到平衡点的时间, 并且

$$T\left(\sum_{k=1}^n L_{(a,c_k)}^{\tau_k} u_i\right) \leq \sum_{k=1}^n T\left(L_{(a,c_k)}^{\tau_k} u_i\right) \leq \sum_{k=1}^n c_k \tau_k$$

因此, $T(x) \leq t(y) + \sum_{k=1}^n c_k \tau_k$ 。

类似地，我们可以证明方程(7)在有限时间内是稳定的。

考虑到已有通信链接的失败，由于超出通信范围智能体之间可能存在障碍，因此我们也采用交换通信拓扑。

定理 2: 等式(6)和等式(8)可以解决两组中的一致性问题，并且相应的通信拓扑是动态切换。

证明: 利用引理 3，很明显，如果具有交换拓扑的系统(9)在有限时间内是稳定的，则定理 2 被证明。

为了证明具有交换拓扑的系统(9)在有限时间内是稳定的，我们选择

$$u_i^{(k)}(t) = -\frac{1}{b} \left(p y_i^{(k)}(t) + \sum_{v_j \in N_i} l_{ij} \text{sign}(y_i^{(k)} - y_j^{(k)}) \times \left| (y_i^{(k)} - y_j^{(k)}) \right|^\gamma \right), k \in \{1, 2\}, l_{ij} \in \{a_{ij}, a'_{ij}\}, \gamma \in \{\alpha, \beta\}$$

取李雅普诺夫函数 $V'(t) = \frac{1}{2} (\|\delta\|)^2$ ，其中 δ 称为群组不一致向量。群组不一致函数不依赖于网络拓扑。

因此， $V'(t)$ 沿着交换系统的解是不增加的。 $V'(t)$ 的这一性质使它成为交换系统稳定性分析的一个合适的李雅普诺夫函数。

然后，

$$\frac{dV'(t)}{dt} \leq -2^\gamma \lambda^{\frac{1+\gamma}{2}} V'(t)^{\frac{1+\gamma}{2}}$$

$$\lambda = \min_{t \geq 0} \lambda_2(t), \lambda > 0 \text{ 其中 } \lambda_2 \text{ 是 } g \left(\left[a_{ij}^{\frac{2}{1+\gamma}}(t) \right] \right) \text{ 的代数连通性。因此，在无限时间 } T'(y) = \frac{2^{1-\gamma} V'(0)^{\frac{1-\gamma}{2}}}{(1-\gamma) \lambda^{\frac{1+\gamma}{2}}}$$

内 $V'(t)$ 将等于零。

基于定理 1 的证明，我们有：

$$T'(x) \leq T'(y) + \sum_{k=1}^n c_k \tau_k$$

4. 模拟结果

在这一部分，仿真结果说明了理论结果的正确性和有效性。多智能体系统由十个智能体组成，十个智能体的初始状态是随机的。在这项研究中，我们将十个智能体分为两组。在没有特殊声明的情况下，我们认为标记为{1, 2, 3, 8, 9, 10}的是第一组智能体，用红线表示该组智能体的轨迹，而{4, 5, 6, 7}是第二组，用蓝线表示该组的轨迹。参数 α 为 0.9， β 为 0.7。

智能体之间的通信拓扑如图 1 所示，它显示了四个不同的无向连通图和四个不同的有向图，每个边的权重为 1。

图 1(a)的代数连通度为 0.3820，图 1(b)的代数连通度为 0.3820，图 1(c)的代数连通度为 0.4158，图 1(d)的代数连通度为 0.4679，图 1(e)的代数连通度为 0.3820，图 1(f)的代数连通度为 0.3916~0.4698 I，图 1(g)的代数连通度为 0.2190~0.4925 I，图 1(h)的代数连通度为 0。

为了证明我们提出的控制算法能够达成一致，我们首先设置了无向图 1(d)和有向图 1(h)的拓扑。与之对应，图 2 和图 3 是在时间延迟 $\tau = 0.18$ 的控制算法(5)下两组中的智能体的状态轨迹。

第一组的估计建立时间为 10.3904 和 9.4633，第二组的估计建立时间为 10.4588 和 7.8966。从图 2 和图 3 可以看出，两组智能体可以在有限的时间内在自己的组中达成一致。

为了使算法更加通用，我们考虑了多智能体系统的拓扑结构是动态的。同样，我们也考虑通信拓扑由无向图和有向图组成。然后系统从通信图 1(a) (图 1(e))、到图 1(b) (图 1(f))、到图 1(c) (图 1(g))、到图 1(d) (图 1(h))、回到图 1(a) (图 1(e))，每一秒切换到下一个拓扑。(括号内的内容代表有向图的切换顺序)。

如图 4 和图 5 表示控制算法(6)下智能体的状态轨迹。

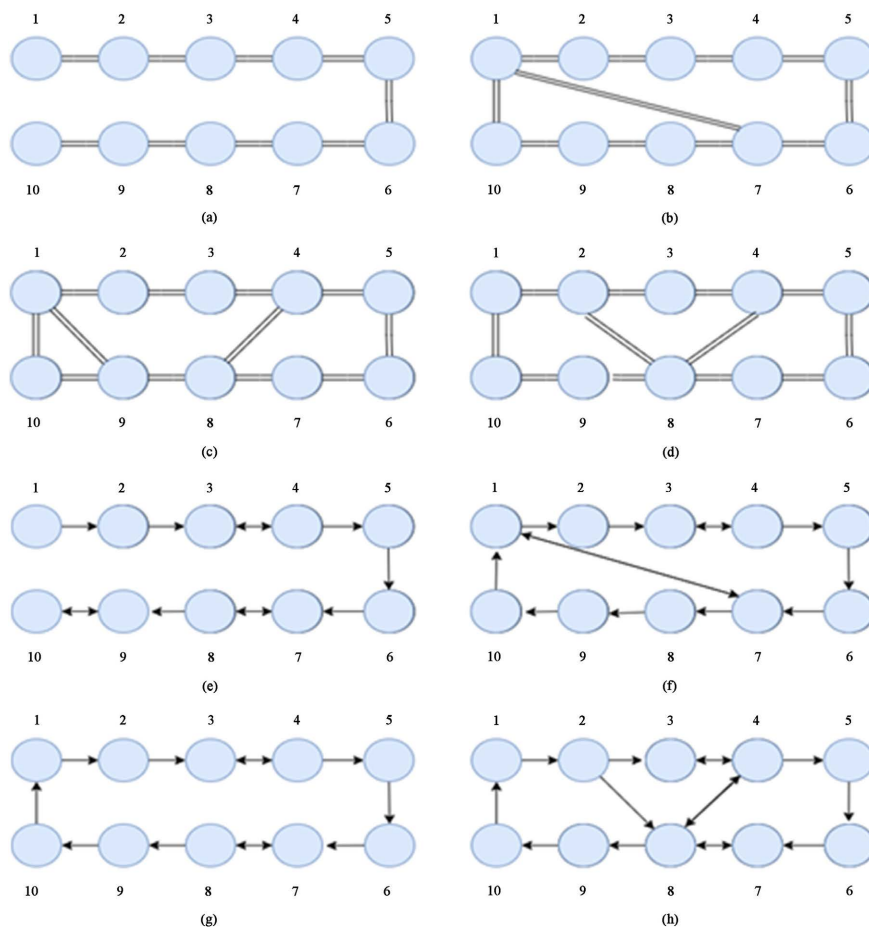


Figure 1. Communication topology of the system
图 1. 系统的通信拓扑图

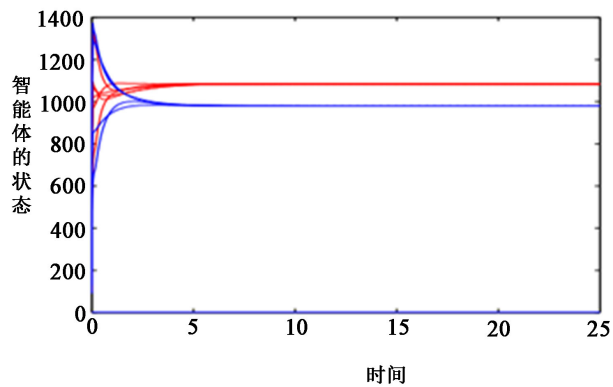


Figure 2. State trajectory of agents in undirected communication topology (d)
图 2. 无向通信拓扑(d)下智能体的状态轨迹

通信拓扑也用无向图和有向图划分。第一组的估计建立时间为 22.700 和 22.600，第二组的估计建立时间为 24.800 和 22.400。从图 4 和图 5 中，我们可以看到两组智能体的状态可以在他们自己的组中达成一致。这些数据还表明，动态拓扑比静态的拓扑更长，以达成一致。

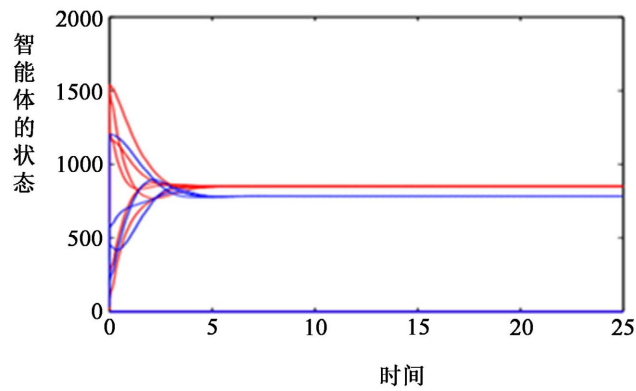


Figure 3. State trajectory of agents in directed communication topology (h)

图 3. 有向通信拓扑(h)下智能体的状态轨迹

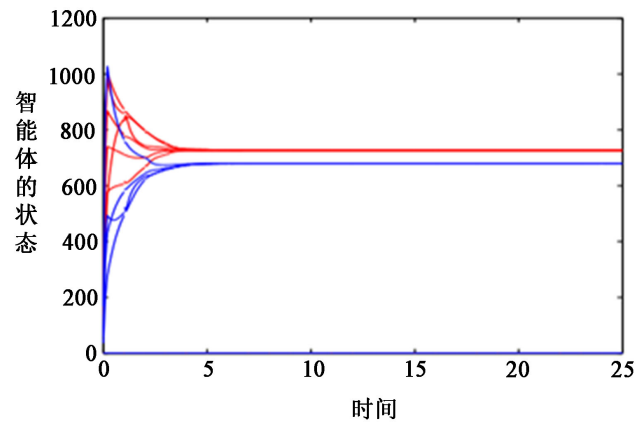


Figure 4. State trajectories of agents in switching topology

图 4. 交换拓扑下智能体的状态轨迹

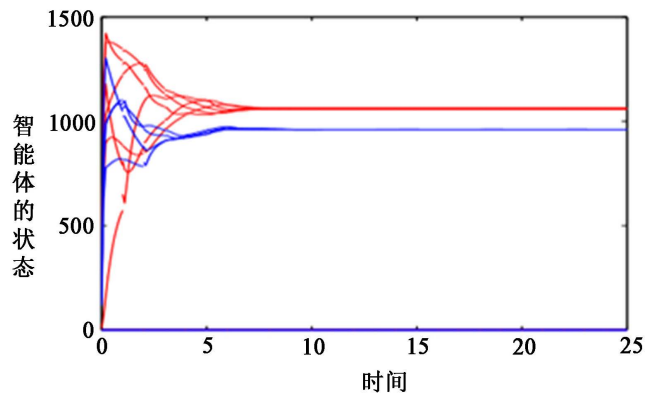


Figure 5. State trajectories of agents in switching topology

图 5. 交换拓扑下智能体的状态轨迹

除了考虑通信拓扑是动态的，我们还考虑了群组是动态变化的。我们设置图 1(d)所示的通信拓扑，初始组为{1, 2, 3, 8, 9, 10}和{4, 5, 6, 7}，当时间为 2 秒时，组将变为{1, 2, 3, 4, 5}和{6, 7, 8, 9, 10}，第一组的估计建立时间为 10.2058，第二组的估计建立时间为 11.1258。两组群组的状态轨迹如图 6 所示。

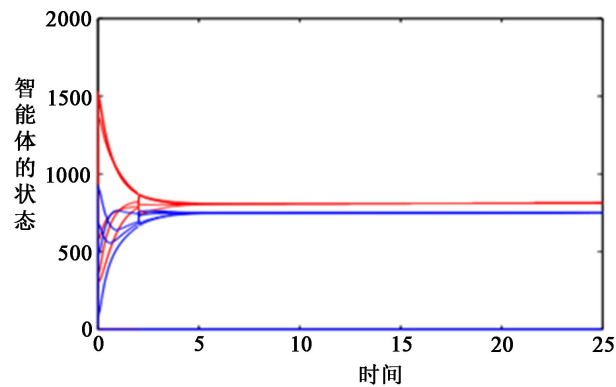


Figure 6. The state trajectory of an agent in the communication topology (d) when the group changes

图 6. 当群组改变时, 通信拓扑(d)下智能体的状态轨迹

由此可以看出, 当群组发生变化时, 两个群组中的智能体在新的群组中仍然可以达成共识。在研究中, 我们还发现控制算法中的 α 和 β 越大, 估计的建立时间越短。如图 7(a)和图 7(b)所示。

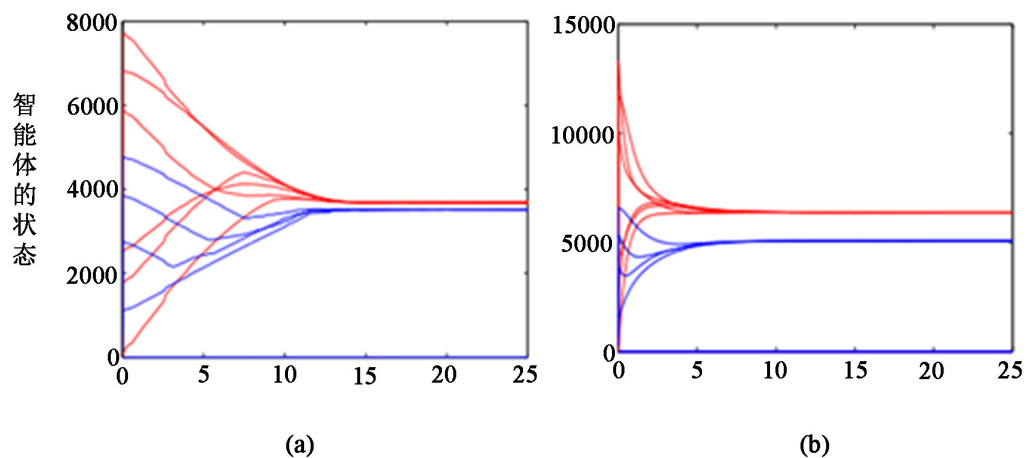


Figure 7. State trajectory of agent in communication topology (d): (a) $\alpha = 0.25, \beta = 0.05$; (b) $\alpha = 0.95, \beta = 0.75$

图 7. 通信拓扑(d)下智能体的状态轨迹: (a) $\alpha = 0.25, \beta = 0.05$; (b) $\alpha = 0.95, \beta = 0.75$

我们设置由图 1(d)表示的通信拓扑, 智能体的初始状态由 $x_0 = [8, 12, 0, 14, 5, 20, 25, 30, 35, 40]$ 设置。在图 7(a)中, α 等于 0.25, β 等于 0.05; 在图 7(b)中, α 等于 0.95, β 等于 0.75。图 7(b)中的估计建立时间比图 7(a)中的短。

从以上仿真结果可以看出, 基于我们所设计的控制算法, 智能体均能实现有效时间分组一致并可以精确计算出建立时间; 否则智能体将处于发散无法收敛的情况, 针对该情况在此不予详细描述。

5. 结论

提出并分析了有限时间内具有通信延迟的多智能体系统的不同群组的分组和不同群组的一致性问题的, 给出了控制模型并进行了稳定性分析。为了验证理论结果的正确性和方法的有效性, 进一步进行了相关的仿真工作。在进行仿真工作时, 我们主要考虑了通信拓扑分为无向图和有向图、静态拓扑和动态拓扑以及静态分组和动态分组。同时, 我们还发现控制算法中的 α 和 β 越高, 所估计的建立时间就越短。同

时在我们的研究中,多智能体系统动态拓扑的切换是有限的,在未来的工作中,可以进一步针对时变系统开展有限时间分组一致性研究。

基金项目

国家大学生创新项目(20190060024)、天津市 131 第二层次创新人才计划项目。

参考文献

- [1] Vicsek, T., Czirok, A., Jacob, I., Cohen, E.B. and Schochet, O. (1995) Novel Type of Phase Transitions in a System of Self-Driven Particles. *Physical Review Letters*, **75**, 1226-1229. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.75.1226>
- [2] Jadbabaie, A., Lin, J. and Morse, A.S. (2003) Coordination of Groups of Mobile Autonomous Agents Using Nearest Neighbor Rules. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **48**, 998-1001. <https://doi.org/10.1109/TAC.2003.812781>
- [3] Olfati-Saber, R. and Murray, R.M. (2004) Consensus Problems in Networks of Agents with Switching Topology and Time-Delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **49**, 1520-1533. <https://doi.org/10.1109/TAC.2004.834113>
- [4] Xiao, L. and Boyd, S. (2006) Fast Linear Iterations for Distributed Averaging. *Systems & Control Letters*, **53**, 65-78. <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2004.02.022>
- [5] Feng, S.S., Wang, L., Sun, S.W. and Xia, C.Y. (2017) Effect of Network Structure to the Convergence Rate of Agents in Multi-Agent Systems. *Proceeding of 36th Chinese Control Conference*, Dalian, 26-28 July 2017, 1408-1412. <https://doi.org/10.23919/ChiCC.2017.8027548>
- [6] Xiao, F., Wang, L. and Chen, J. (2009) Finite-Time Formation Control for Multi-Agent Systems. *Automatica*, **45**, 2605-2611. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2009.07.012>
- [7] Wang, L., Chen, Z.Q. and Liu, Z.X. (2009) Finite Time Agreement Protocol Design of Multi-Agent Systems with Communication Delays. *Asian Journal of Control*, **11**, 281-286. <https://doi.org/10.1002/asjc.104>
- [8] Ren, W., Moore, K. and Chen, Y. (2006) High-Order Consensus Algorithms in Cooperative Vehicle Systems. *Proceeding of International Conference on Networking Sensing and Control*, Lauderdale, 23-25 April 2006, 457-462.
- [9] Huang, Y., Li, Y.G. and Hu, W.F. (2019) Distributed Rotating Formation Control of Second-Order Leader-Following Multi-Agent Systems with Non-Uniform Delays. *Journal of the Franklin Institute*, **356**, 3090-3101. <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2019.02.009>
- [10] Zou, W., Shi, P. and Xiang, Z. (2020) Finite-Time Consensus of Second-Order Switched Nonlinear Multi-Agent Systems. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, **31**, 1757-1762. <https://doi.org/10.1109/TNNLS.2019.2920880>
- [11] Shi, S., Feng, H. and Liu, W. (2019) Finite-Time Consensus of High-Order Heterogeneous Multi-Agent Systems with Mismatched Disturbances and Nonlinear Dynamics. *Nonlinear Dynamics*, **96**, 1317-1333. <https://doi.org/10.1007/s11071-019-04856-3>
- [12] 庞璐, 于娟. 脉冲复杂网络的固定时间聚类同步[J]. *理论数学*, 2022, 12(4): 500-513.
- [13] Mei, F., Wang, H. and Yao, Y. (2020) Robust Second-Order Finite-Time Formation Control of Heterogeneous Multi-Agent Systems on Directed Communication Graphs. *IET Control Theory Applications*, **14**, 816-823. <https://doi.org/10.1049/iet-cta.2019.0212>
- [14] Peng, X., Geng, Z. and Sun, J. (2020) The Specified Finite-Time Distributed Observers-Based Velocity-Free Attitude Synchronization for Rigid Bodies on SO(3). *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, **50**, 1610-1621. <https://doi.org/10.1109/TSMC.2018.2831778>
- [15] Gao, Z. and Guo, G. (2020) Fixed-Time Sliding Mode Formation Control of Auvs Based on a Disturbance Observer. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, **7**, 539-545. <https://doi.org/10.1109/JAS.2020.1003057>
- [16] Tang, L.K., Wu, X.Q., Lv, J.H., Lu, J.A. and Raissa, M.D. (2019) Master Stability Functions for Complete, Intra-Layer and Inter-Layer Synchronization in Multiplex Networks of Coupled Rössler Oscillators. *Physical Review E*, **99**, Article ID: 012304. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.99.012304>
- [17] Yu, J.Y. and Wang, L. (2012) Group Consensus of Multi-Agent Systems with Directed Information Exchange. *International Journal of Systems Science*, **43**, 334-348. <https://doi.org/10.1080/00207721.2010.496056>
- [18] Xia, H., Huang, T.Z., Shao, J.L. and Yu, J.Y. (2016) Group Consensus of Multi-Agent Systems with Communication Delays. *Neurocomputing*, **171**, 1666-1673. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2015.07.108>
- [19] Ji, L.H., Yu, X.H. and Li, C.J. (2018) Group Consensus for Heterogeneous Multiagent Systems in the Competition Networks with Input Time Delays. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, **50**, 4655-4663. <https://doi.org/10.1109/TSMC.2018.2858556>

-
- [20] Li, X.B., Yu, Z.H., Li, Z.W. and Wu, Z.Q. (2021) Group Consensus via Pinning Control for a Class of Heterogeneous Multi-Agent Systems with Input Constraints. *Information Sciences*, **542**, 247-262.
<https://doi.org/10.1016/j.ins.2020.05.085>