

# 基于干净字典学习的多视图聚类算法

董安学, 吴自凯<sup>1</sup>

上海理工大学, 管理学院, 上海

收稿日期: 2023 年 12 月 15 日; 录用日期: 2023 年 12 月 25 日; 发布日期: 2024 年 1 月 29 日

## 摘要

多视图聚类已被广泛应用到图像分类、信息检索、医学病理分析等多个领域。虽然基于自表示学习的多视图子空间聚类算法在学术界已有诸多研究, 但这些方法大多数是直接利用原始数据作为字典来构建亲和图, 因此, 聚类性能往往会受到原始数据特征质量的影响。为了克服这一问题, 我们提出了一种全新的多视图聚类算法, 名为“基于干净字典学习的多视图聚类算法”。在这种方法中, 我们首先将原始数据分解为干净数据和噪声数据, 然后通过采用干净数据矩阵来进行字典学习, 从而避免了直接使用受污染数据所导致的错误表示。同时, 我们引入了鲁棒主成分分析 (RPCA) 和秩约束, 以构建出更加干净、鲁棒的亲和矩阵。最后, 我们使用了基于增广拉格朗日乘子 (ALM) 的优化方法来求解模型的目标函数。实验结果表明, 在 4 个真实的多视图数据集上, 我们算法的聚类性能均优于其他先进的聚类算法, 展现出了非凡的性能。

## 关键词

多视图聚类, 亲和图, 字典学习, 秩约束

# Multi-View Clustering Algorithm Based on Clean Dictionary Learning

Anxue Dong, Zikai Wu<sup>1</sup>

Business School, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

<sup>1</sup> 通讯作者。

Received: Dec. 15<sup>th</sup>, 2023; accepted: Dec. 25<sup>th</sup>, 2023; published: Jan. 29<sup>th</sup>, 2024

## Abstract

Multi-view clustering has been widely used in many fields such as image classification, information retrieval, and medical pathology analysis. Although multi-view subspace clustering algorithms based on self-representation learning have been researched in many academic circles, most of these methods directly utilize the original data as a dictionary to construct affinity graphs, and thus the clustering performance tends to be affected by the quality of features in the original data. To overcome this problem, we propose a novel multi-view clustering algorithm called “Multi-view clustering algorithm based on clean dictionary learning”. In this approach, we first decompose the original data into clean and noisy data, and then perform dictionary learning by employing a clean data matrix, which avoids the misrepresentation caused by the direct use of contaminated data. At the same time, we introduce Robust Principal Component Analysis (RPCA) and rank constraints to construct a cleaner and more robust affinity matrix. Finally, we use an optimization method based on augmented Lagrange multipliers (ALM) to solve the objective function of the model. Experimental results show that the clustering performance of our algorithm outperforms other state-of-the-art clustering algorithms on all four real multi-view datasets, demonstrating exceptional performance.

## Keywords

Multi-View Clustering, Affinity Graphs, Dictionary Learning, Rank Constraints

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

作为无监督机器学习和模式识别的关键分支, 聚类分析在图像分类 [1]、癌症亚型检测 [2]、运动分割 [3] 等众多领域已经得到广泛应用。在众多聚类方法中, 基于自表征学习的子空间聚类方

法 [4] 在统计学和计算机科学领域受到了广大研究者的热烈关注。近年来, 许多学者开始寻求优化基于自表示的子空间聚类方法。其中, 运用自表示学习来实现聚类的主要挑战在于处理原始数据中的潜在噪声 [5], 以便得到更为清晰的亲和矩阵。低秩表示 (LRR) [4] 和稀疏约束 (SSC) [6] 的应用有效地克服了这项挑战。为了同时捕获视图数据的局部和全局信息, 有学者 [7] 将 LRR 和 SSC 结合, 借此让模型 LRSSC 得以获取更全面的信息。进一步地, 部分学者 [8] 将距离正则化引入 LRR 框架, 以激励数据图的内部结构学习。然而, 所有上述方法未能充分利用多个相关视图中丰富的信息, 以及满足对如今多视图数据复杂性、异构性和噪声的处理需求。

从多个来源或利用不同的测量技术获取的多视图数据在现实应用中具有广泛的应用价值。例如, 图像可以借助多种特征进行描述, 其中视觉帧和音频信号作为视频的两种不同表现形式, 在理解多媒体内容方面均发挥着至关重要的作用。不同的视图可以包含更全面的信息, 因此如何有效地从多视图数据中挖掘相关信息已成为当前研究的热点。很明显, 直接运行单视图聚类算法来处理多视图数据通常无法得到满意结果 [9]。到目前为止, 已经开发了许许多多的多视图聚类方法, 可从方法论原则的角度将其分为四类。首先, 基于图学习算法的方法 [10] 旨在找到所有视图共享的一致图, 该一致图能够描述不同视图之间的相互关系, 然后使用图切割技术或其他谱聚类技术在一致图上进行聚类。其次, 基于子空间学习的方法 [6, 11] 的核心思想是找到多个视图共享的表示空间, 并尽量保留每个视图独特的分布信息。第三类方法通常基于多核学习 [12], 结合了线性和非线性方法, 旨在寻找个体视图之间的结构关联, 并通过得到的一致性核实现聚类。第四类方法则是基于深度学习算法 [13], 通过强大的非线性拟合能力解决更复杂的目标函数, 从而提高在识别和聚类场景中的性能。所有基于上述原理的多视图聚类方法都取得了较好的效果。其中, 基于自表示的多视点子空间聚类 (MVC) 方法以其良好的性能和可解释性脱颖而出。

现实环境中的数据往往充斥着噪声和离群点, 这构成了对子空间划分的主要挑战。为了增强模型对噪声的鲁棒性, 低秩约束和稀疏约束得到了广泛的应用。例如, Luo 等人 [14] 提出了一种名为 CSMSC 的方法, 它将自我表征矩阵分解为一致性矩阵和多样性矩阵, 并对一致性矩阵应用低秩约束以挖掘不同视图间的共享信息。另一方面, Lin 等人 [15] 考虑到全局表示信息和局部流形结构信息以获取鲁棒且有效的特征映射。与 CSMSC 方法不同, 一些研究 [16] 除了对一致性表示应用低秩约束外, 还对多样性表示加入排他性约束, 以提升不同视图间的多样性。导致子空间表示冗余的主要问题是, 传统聚类方法难以捕获多个视图中的高阶信息 [17, 18]。为解决这个问题, 研究者们将低秩张量引入到子空间学习中, 显著提升了聚类的准确性。此外, 一些研究 [19, 20] 将稀疏表示编码正则化和谱聚类融入多视图聚类框架, 并通过先验信息获取稀疏视图表示, 然后通过成对正则化约束促进信息的融合。值得关注的是, 在实际应用中, 数据的噪声水平可能受到环境因素、采集设备的质量以及数据处理方法的复杂性等多方面的影响。当噪声的幅度过大或分布过于复杂时, 如果像上述文献中直接利用这些带有噪声的原始数据构建字典并进行自表示学习, 可能会导致学习结果的性能显著下降, 甚至产生误导性的理解和结论。

为解决上述问题, 本文提出了一种基于干净字典学习的多视图聚类算法。首先, 我们通过将原始数据进行剥离来获取干净的数据, 并将其作为字典进行自表示学习。这样的操作降低了聚类结果对原始数据的敏感性, 提高了算法的鲁棒性。接下来, 我们将自表示系数分解为适合聚类的干净系数矩阵和其他矩阵 (包括噪声和离群值)。我们假设干净系数矩阵具有相同的底层数据分布和聚类属性, 通过这种方式捕获多个视图之间的一致性信息。最后, 我们利用增广拉格朗日乘子

(ALM) 算子进行迭代优化 [21]。在 4 个真实数据集上的实验结果也验证了我们所提出的算法的优越性。

## 2. 相关工作

### 2.1. 低秩学习

低秩表示 (LRR) [4] 是一种有效地揭示高维数据内在几何结构的方法, 它对于偏离子空间的噪声和离群点具有鲁棒性。LRR 不仅能够捕捉全局数据特征, 还能够揭示数据中存在的多个子空间, 使其在子空间聚类和其他机器学习任务中得到广泛应用。在 LRR 模型中, 每个数据点可以表示为其他数据点的线性组合, 形成一个自我表示的框架。这个过程通过以下优化问题来实现

$$\min_{Z^i} \|E^i\|_{2,1} + \lambda \|Z^i\|_* \quad \text{s.t.} \quad X^i = X^i Z^i + E^i, \quad (1)$$

其中,  $X^i$  是输入数据矩阵;  $Z^i$  是表示矩阵;  $E^i$  是误差矩阵;  $\lambda$  是平衡  $Z^i$  的秩和误差  $E^i$  的权重的正则化参数;  $\|Z^i\|_*$  是核范数 (即,  $Z^i$  的所有奇异值之和, 这促使解具有  $Z^i$  的最小可能秩)。LRR 的优化问题可以通过迭代算法 (如增广拉格朗日乘子算法) 来求解, 从而获得数据的低秩表示。这个低秩表示可以用于子空间聚类和其他机器学习任务。

### 2.2. 正交约束和低秩约束的双线性分解

在实际的多视图聚类应用中, 视图之间的系数矩阵应该具有相同的底层结构 (即聚类特性)。为了解决这个问题, [22] 引入了具有正交约束和低秩约束的双线性分解方法。该方法对所有视图的系数矩阵施加相同的迹范数约束, 从而更充分地利用多视图数据之间的一致性信息。目标函数如下所示

$$\begin{aligned} \min_{E_Z^{(i)}, Z^{(i)}} \sum_{i=1}^v \|E_Z^{(i)}\|_{2,1} + \lambda \|V\|_* \\ \text{s.t.} \quad X^{(i)} = X^{(i)} Z^{(i)} + E^{(i)} \\ Z^{(i)} = U^{(i)} V \\ U^{(i)T} U^{(i)} = I, \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $U^{(i)T} U^{(i)} = I$  被添加以简化优化问题并使计算更有效, 具体计算过程可参考 [22]。

### 2.3. 鲁棒主成分分析

鲁棒主成分分析方法, 用于对数据进行低秩表示和异常值检测。RPCA 的目标是将观测数据矩阵分解为两个部分: 一个低秩矩阵表示数据的主要结构, 另一个稀疏矩阵表示数据中的异常值

$$\min_{E_Z^i, C^i} \sum_{i=1, \dots, v} \beta \|E_Z^i\|_{2,1} + \|C^i\|_* \quad \text{s.t.} \quad Z^i = C^i + E_Z^i. \quad (3)$$

其中  $C^i$  为亲和矩阵,  $E_Z^i$  为  $Z^i$  的噪声,  $\beta$  是用于平衡两个正则化项的参数。需要指出的是, 在实际应用中, 高斯噪声是更常见的噪声形式。与  $l_{2,1}$ -范数相比,  $l_2$ -范数更适合于处理这种类型的噪声, 因为其有效地处理高斯分布噪声。从计算复杂度的角度来看, 使用  $l_2$  范数作为正则化项来解决优化问题通常更简洁有效。因此我们在求重构误差时采用的是  $l_2$  范数。

$$\min_{E_Z^i, C^i} \sum_{i=1, \dots, v} \beta \|E_Z^i\|_F^2 + \|C^i\|_* \quad \text{s.t. } Z^i = C^i + E_Z^i. \quad (4)$$

## 2.4. 数据分解

由于噪声和异常值的存在, 直接使用原始数据进行分析可能导致结果不准确或不稳定。通过拆分干净数据和噪声, 可以使得分析更加鲁棒, 对数据质量的波动和噪声的影响有更好的适应性 [23]

$$X^i = D^i + E^i, D^i = D^i Z^i \quad (5)$$

其中,  $D^i$  是干净数据的表示,  $Z^i$  是表示矩阵, 而  $E^i$  则包含了数据中的噪声。通过这种方式, 可以获得更准确的系数矩阵, 因为  $D^i$  代表了原始数据中的真实信息, 而  $E^i$  则对应于噪声部分。通过对干净数据的表示, 我们可以更好地捕捉到数据的底层结构和特征, 同时减少了噪声的影响。

## 3. 模型

本章我们提出了一种基于自适应搜索的多视图子空间聚类算法, 并给出了其求解过程。

### 3.1. 目标函数

我们将原始数据进行剥离来获取干净的数据, 并将其作为字典进行自表示学习。这样的操作降低了聚类结果对原始数据的敏感性, 提高了算法的鲁棒性。目标函数如下

$$\begin{aligned} \min_{D^{(i)}, E_Z^{(i)}, Z^{(i)}, C^{(i)}} & \sum_{i=1}^v \|E^{(i)}\|_F^2 + \lambda \|V\|_* + \beta \sum_{i=1}^v \|E_Z^{(i)}\|_F^2 \\ \text{s.t. } & X^i = D^i + E^i \\ & D^{(i)} = D^{(i)} Z^{(i)} \\ & Z^{(i)} = C^{(i)} + E_Z^{(i)} \\ & C^{(i)} = U^{(i)} V \\ & U^{(i)T} U^{(i)} = I, \end{aligned} \quad (6)$$

其中  $D^i$  是重构的相似数据矩阵,  $C^i$  表示第  $i$  个视图的干净的亲和矩阵,  $V$  是公共编码矩阵, 并且  $\lambda$  和  $\beta$  代表权衡参数。一旦获得清洁基矩阵  $C^i$  和公共编码矩阵  $V$ , 我们就可以构造邻接矩阵  $T$

来执行谱聚类。

$$T = \frac{\left| \sum_{i=1}^v U^{(i)}V / v \right| + \left| \left( \sum_{i=1}^v U^{(i)}V \right)^T / v \right|}{2}. \quad (7)$$

### 3.2. 模型求解

在本节中, 我们设计了一种新的基于增广拉格朗日的迭代更新方法。为了使模型的优化过程可分离, 我们引入了辅助变量  $W$ 。

$$\begin{aligned} & \min_{D^{(i)}, E_Z^{(i)}, Z^{(i)}, C^{(i)}} \sum_{i=1}^v \|E^{(i)}\|_F^2 + \lambda \|W\|_* + \beta \sum_{i=1}^v \|E_Z^{(i)}\|_F^2 \\ & s.t. X^i = D^i + E^i \\ & D^{(i)} = D^{(i)} Z^{(i)} \\ & Z^{(i)} = C^{(i)} + E_Z^{(i)} \\ & C^{(i)} = U^{(i)}V \\ & V = W \\ & U^{(i)T}U^{(i)} = I, \end{aligned} \quad (8)$$

上式 (8) 的增广拉格朗日函数为

$$\begin{aligned} & L(V, W, D^{(i)}, U^{(i)}, Z^{(i)}, C^{(i)}, E_Z^{(i)}) \\ & = \sum_{i=1}^v \|X^{(i)} - D^{(i)}\|_F^2 + \lambda \|W\|_* \\ & + \beta \sum_{i=1}^v \|E_Z^{(i)}\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \sum_{i=1}^v \|Y^{(i)} - Y^{(i)}Z^{(i)}\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \sum_{i=1}^v \|Z^{(i)} - C^{(i)} - E_Z^{(i)}\|_F^2 \\ & + \frac{\mu}{2} \sum_{i=1}^v \|C^{(i)} - U^{(i)}V\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \|V - W\|_F^2 + \sum_{i=1}^v \langle \Lambda_1^i, D^{(i)} - D^{(i)}Z^{(i)} \rangle \\ & + \sum_{i=1}^v \langle \Lambda_2^i, Z^{(i)} - C^{(i)} - E_Z^{(i)} \rangle + \sum_{i=1}^v \langle \Lambda_3^i, C^{(i)} - U^{(i)}V \rangle + \langle \Lambda_4, V - W \rangle. \end{aligned} \quad (9)$$

其中  $\mu > 0$  是惩罚参数,  $\Lambda_1^i, \Lambda_2^i, \Lambda_3^i, \Lambda_4$  是拉格朗日乘子。

在求解变量方面, 我们将上述问题分解为若干个子问题。

#### 3.2.1. 更新 $D^{(i)}$

固定其他变量以更新  $D^{(i)}$ , 等式 (9) 可以简化为

$$\min_{D^{(i)}} \sum_{i=1}^v \left( \|X^{(i)} - D^{(i)}\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \|D^{(i)} - D^{(i)}Z^{(i)}\|_F^2 + \langle \Lambda_1^i, D^{(i)} - D^{(i)}Z^{(i)} \rangle \right). \quad (10)$$

对公式 (10) 的  $D^{(i)}$  求导可得

$$D^{(i)} = \left[ 2X^{(i)} - \Lambda_1^i (I - Z^{(i)})^T \right] \left[ 2I + \mu(I - Z^{(i)})(I - Z^{(i)})^T \right]^{-1}. \quad (11)$$

### 3.2.2. 更新 $E_Z^{(i)}$

固定其他变量以更新  $E_Z^{(i)}$ , 等式 (9) 可以简化为

$$\min_{E_Z^{(i)}} \beta \sum_{i=1}^v \left\| E_Z^{(i)} \right\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \sum_{i=1}^v \left\| Z^{(i)} - C^{(i)} - E_Z^{(i)} \right\|_F^2 + \sum_{i=1}^v \left\langle \Lambda_2^i, Z^{(i)} - C^{(i)} - E_Z^{(i)} \right\rangle. \quad (12)$$

对公式 (12) 的  $E_Z^{(i)}$  求导可得

$$E_Z^{(i)} = \left( \frac{\mu}{2\beta + \mu} \right) (Z^{(i)} - C^{(i)} + \frac{\Lambda_2^i}{\mu}). \quad (13)$$

### 3.2.3. 更新 $Z^{(i)}$

固定其他变量以更新  $Z^{(i)}$ , 等式 (9) 可以简化为

$$\min_{Z^{(i)}} \frac{\mu}{2} \sum_{i=1}^v \left\| D^{(i)} - D^{(i)} Z^{(i)} + \frac{\Lambda_1^i}{\mu} \right\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \sum_{i=1}^v \left\| Z^{(i)} - C^{(i)} - E_Z^{(i)} + \frac{\Lambda_2^i}{\mu} \right\|_F^2. \quad (14)$$

对公式 (14) 的  $Z^{(i)}$  求导可得

$$Z^{(i)} = \left[ (D^{(i)})^T D^{(i)} + I \right]^{-1} \left[ (D^{(i)})^T (D^{(i)} + \frac{\Lambda_1^i}{\mu}) + C^{(i)} + E_Z^{(i)} - \frac{\Lambda_2^i}{\mu} \right]. \quad (15)$$

### 3.2.4. 更新 $C^{(i)}$

固定其他变量以更新  $C^{(i)}$ , 等式 (9) 可以简化为

$$\min_{C^{(i)}} \frac{\mu}{2} \sum_{i=1}^v \left\| Z^{(i)} - C^{(i)} - E_Z^{(i)} + \frac{\Lambda_2^i}{\mu} \right\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \sum_{i=1}^v \left\| C^{(i)} - U^{(i)}V + \frac{\Lambda_3^i}{\mu} \right\|_F^2 \quad (16)$$

对公式 (16) 的  $C^{(i)}$  求导可得

$$C^{(i)} = (Z^{(i)} + U^{(i)}V - E_Z^{(i)} + \frac{\Lambda_2^i - \Lambda_3^i}{\mu})/2. \quad (17)$$

### 3.2.5. 更新 $U^{(i)}$

固定其他变量以更新  $U^{(i)}$ , 等式 (9) 可以简化为

$$\begin{aligned} \min_{U^{(i)}} \frac{\mu}{2} \sum_{i=1}^v \left\| C^{(i)} - U^{(i)}V + \frac{\Lambda_3^i}{\mu} \right\|_F^2 \\ \text{s.t. } U^{(i)T}U^{(i)} = I. \end{aligned} \quad (18)$$

对公式 (18) 的  $U^{(i)}$  求解, 我们可以参考文献 [24] 里的求解器。

### 3.2.6. 更新 $V$

固定其他变量以更新  $V$ , 等式 (9) 可以简化为

$$\min_V \frac{\mu}{2} \sum_{i=1}^v \left\| C^{(i)} - U^{(i)}V + \frac{\Lambda_3^i}{\mu} \right\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \left\| V - W + \frac{\Lambda_4}{\mu} \right\|_F^2 \quad (19)$$

对公式 (19) 的  $V$  求导可得

$$V = \left[ \sum_{i=1}^v (U^{(i)})^T U^{(i)} + I \right]^{-1} \left[ \sum_{i=1}^v (U^{(i)})^T (C^{(i)} + \frac{\Lambda_3^i}{\mu}) + W - \frac{\Lambda_4}{\mu} \right]. \quad (20)$$

### 3.2.7. 更新 $W$

固定其他变量以更新  $W$ , 等式 (9) 可以简化为

$$\min_W \lambda \|W\|_* + \frac{\mu}{2} \left\| W - (V + \frac{\Lambda_4}{\mu}) \right\|_F^2. \quad (21)$$

对于变量  $W$  的求解, 我们可以参考文献 [25]。

### 3.2.8. 更新 $\Lambda$ and $\mu$

$$\begin{aligned} \Lambda_1^i &= \Lambda_1^i + \mu(D^{(i)} - D^{(i)}Z^{(i)}), \\ \Lambda_2^i &= \Lambda_2^i + \mu(Z^{(i)} - C^{(i)} - E_Z^{(i)}), \\ \Lambda_3^i &= \Lambda_3^i + \mu(C^{(i)} - U^{(i)}V), \\ \Lambda_4 &= \Lambda_4 + \mu(V - W), \\ \mu &= \min(\rho\mu, \mu_{\max}). \end{aligned} \quad (22)$$

其中,  $\rho$  是  $\mu$  每次迭代的步长, 通常而言,  $\rho$  是大于 0 的。



### 3.3. 算法总结

最后, 我们总结了算法 1 中学习过程的所有细节。

**Algorithm 1.** : 基于干净字典学习的多视图聚类算法

**输入:** 数据  $\{X^1, X^2, \dots, X^v\}$ ,  $\mu_{\max} = 10^6$ ,  $\varepsilon = 10^{-6}$ ,  $\rho = 1.9$ ,  $D^i = \mathbf{0}$ ,  $U^i = \mathbf{0}$ ,  $V = \mathbf{0}$ ,  $W = \mathbf{0}$ ,  $\Lambda_1^i = \mathbf{0}$ ,  $\Lambda_2^i = \mathbf{0}$ ,  $\Lambda_3^i = \mathbf{0}$ ,  $\Lambda_4 = \mathbf{0}$ , 参数  $\lambda$ ,  $\beta$ ;

**输出:**

- 1:  $\{U^1, U^2, \dots, U^v\}$ ,  $V$ ;
- 2: **Repeat:**
- 3:     使用公式 (20) 更新  $V$  ;
- 4:     使用公式 (21) 更新  $W$  ;
- 5: **While not converged do:**
- 6:     **for**  $1 \leq i \leq v$  **do:**
- 7:         使用公式 (11) 更新  $D^{(i)}$  ;
- 8:         使用公式 (13) 更新  $E_Z^{(i)}$  ;
- 9:         使用公式 (15) 更新  $Z^{(i)}$  ;
- 10:         使用公式 (17) 更新  $C^{(i)}$  ;
- 11:         使用公式 (18) 更新  $U^{(i)}$  ;
- 12:          $\Lambda_1^i = \Lambda_1^i + \mu(D^{(i)} - D^{(i)}Z^{(i)})$ ;
- 13:          $\Lambda_2^i = \Lambda_2^i + \mu(Z^{(i)} - C^{(i)} - E_Z^{(i)})$ ;
- 14:          $\Lambda_3^i = \Lambda_3^i + \mu(C^{(i)} - U^{(i)}V)$ ;
- 15:     **End**
- 16:      $\Lambda_4 = \Lambda_4 + \mu(V - W)$ ;
- 17:     更新  $\mu = \min(\rho\mu, \mu_{\max})$ ;
- 18: **Until:**
- 19:     **for**  $1 \leq i \leq v$  **do:**
- 20:          $\|Y^{(i)} - Y^{(i)}Z^{(i)}\|_{\infty} < \varepsilon$ ;
- 21:          $\|Z^{(i)} - C^{(i)} - E_Z^{(i)}\|_{\infty} < \varepsilon$ ;
- 22:          $\|C^{(i)} - U^{(i)}V\|_{\infty} < \varepsilon$ ;
- 23:     **End**
- 24:     and  $\|V - W\|_{\infty} < \varepsilon$ .
- 25: **End**

## 4. 实验

在本节中, 我们将简要描述我们的实验设置, 如所使用的数据集和所比较的方法。然后从不同的角度给出了实验结果和相应的分析, 以验证所提出方法的有效性。所有代码均使用 Matlab R2019a 实现。

## 4.1. 实验设置

### 4.1.1. 实验数据

**ORL**<sup>2</sup>: 由 400 张图像组成, 其中包含 40 人的 10 张不同的面部图像, 该数据集包含 4096、3304 和 6750 个维度。**BBC**<sup>3</sup>: 由 685 篇新闻文章组成, 其中包括来自 4 个不同观点的数据集。**NGs** [22]: 由 500 个样本新闻文档的数据集组成, 我们使用了三种类型的特性来描述集群, 这些视图的维度都为 2000。**Movies-617**<sup>4</sup>: 由 17 种类型的 617 部电影组成。这些视图的尺寸分别是 1878 年和 1398 年。

### 4.1.2. 比较方法

为了评价我们方法的有效性, 我们将其与 8 种方法进行了比较。这 8 种算法分别是: **LRR-AGR** [8]<sup>5</sup>、**DiMSC** [26]<sup>6</sup>、**CSMSC** [14]、**MLRSSC** [20]、**NESE** [27]<sup>7</sup>、**MCLES** [18]<sup>8</sup>、**CBF-MSC** [22]<sup>9</sup>、**CAMR** [28]<sup>10</sup>。其中第一种属于单视图聚类方法, 其余的为多视图聚类方法。

## 4.2. 实验结果

为了获得算法的最佳聚类性能, 我们通过反复实验为模型的选取了最优参数值。对于每个数据集, 我们对具有最优参数组合的模型重复实验 10 次, 并以所有指标的平均值作为最终的聚类结果, 所有结果如表 1~4 所示, 最优结果以粗体显示。

**Table 1.** Clustering results of the algorithm on ORL

**表 1.** 算法在 ORL 上的聚类结果

Methods	ACC(%)	NMI(%)	F-score(%)	Precision(%)	AR(%)
LRR-AGR	68.75	85.44	61.94	54.44	60.94
DiMSC	81.45	91.35	75.25	70.77	74.64
CSMSC	79.65	91.97	75.06	69.28	74.43
MLRSSC	69.05	83.96	59.16	55.13	58.14
NESE	74.50	86.66	65.18	58.84	64.29
MCLES	77.75	89.02	69.74	63.03	68.97
CBF-MSC	82.00	91.10	76.19	72.00	75.61
CAMR	82.75	92.22	77.50	74.01	76.96
Ours	<b>83.50</b>	<b>93.42</b>	<b>79.36</b>	<b>74.68</b>	<b>78.85</b>

<sup>2</sup> <https://www.cl.cam.ac.uk/research/dtg/>.

<sup>3</sup> <http://mlg.ucd.ie/datasets/bbc.html>.

<sup>4</sup> <http://lig-membres.imag.fr/grimal/data/movies617.tar.gz>.

<sup>5</sup> Code available: <https://github.com/Ekin102003/JFLMSC>.

<sup>6</sup> Code available: <http://cic.tju.edu.cn/faculty/zhangchangqing/code/DiMSC.rar>.

<sup>7</sup> Code available: <https://github.com/sudalvxin/SMSC>.

<sup>8</sup> Code available: <https://github.com/Ttuo123/MCLES>.

<sup>9</sup> Code available: <https://qinghai-zheng.github.io/index-cn.html>.

<sup>10</sup> Code available: <https://github.com/zhaojinbiao/CAMR>.

**Table 2.** Clustering results of the algorithm on BBC**表 2.** 算法在 BBC 上的聚类结果

Methods	ACC(%)	NMI(%)	F-score(%)	Precision(%)	AR(%)
LRR-AGR	65.55	42.11	55.75	71.34	45.82
DiMSC	89.78	73.68	82.14	82.36	76.69
CSMSC	86.25	72.14	80.30	79.92	74.19
MLRSSC	85.65	76.91	83.09	84.39	78.08
NESE	87.45	72.22	78.95	72.92	71.79
MCLES	67.15	45.12	57.66	45.71	39.87
CBF-MSC	87.00	69.57	79.69	79.13	71.51
CAMR	93.72	81.71	89.09	<b>88.40</b>	85.71
Ours	<b>93.78</b>	<b>82.74</b>	<b>89.14</b>	87.46	<b>85.72</b>

**Table 3.** Clustering results of the algorithm on NGs**表 3.** 算法在 NGs 上的聚类结果

Methods	ACC(%)	NMI(%)	F-score(%)	Precision(%)	AR(%)
LRR-AGR	44.40	29.00	33.10	52.41	23.52
DiMSC	77.12	75.11	74.47	69.70	67.60
CSMSC	97.91	93.60	95.87	95.81	94.85
MLRSSC	96.20	91.75	93.56	92.89	91.91
NESE	97.40	91.47	94.84	94.81	93.56
MCLES	96.60	89.50	93.27	93.21	91.60
CBF-MSC	98.40	94.95	96.83	96.81	96.04
CAMR	99.00	96.52	97.99	97.98	97.50
Ours	<b>99.00</b>	<b>96.76</b>	<b>98.00</b>	<b>97.98</b>	<b>97.50</b>

从表 1~4, 我们观察到多视图聚类方法的性能明显优于 LRR-AGR 单视图聚类技术。特别是在 NGs 数据集上, 我们的方法在 ACC 和 NMI 方面显著优于单视图 LRR-AGR。这主要是由于多视图聚类可以充分利用每个视图的互补信息来揭示数据特征, 从而更好地解析复杂的数据结构。与以原始数据为字典的多视图子空间聚类方法相比, 我们的方法提高了所有数据集上绝大多数聚类度量的得分, 并且降低了聚类结果对初始值的敏感性, 得到了稳定的聚类结果。

与 NESE 多视图光谱聚类相比, 我们的模型提高了 4 个数据集上所有聚类指标的得分。这证明了通过自表示学习得到的亲和矩阵比通过距离学习得到的亲和矩阵更适合用于多视图聚类。

基于对多视图数据集的详尽分析, 我们提出的算法在大多数聚类评价指标上都优于其他聚类方法。这一发现在很大程度上证实了我们所提出的算法的有效性和优越性。

**Table 4.** Clustering results of the algorithm on Movies-617**表 4.** 算法在 Movies-617 上的聚类结果

Methods	ACC(%)	NMI(%)	F-score(%)	Precision(%)	AR(%)
LRR-AGR	28.04	26.69	17.29	17.21	11.88
DiMSC	31.22	31.42	<b>20.03</b>	<b>19.94</b>	<b>14.80</b>
CSMSC	29.55	29.48	18.51	18.13	13.09
MLRSSC	31.84	31.82	19.28	18.99	13.94
NESE	30.63	29.14	18.13	16.61	12.28
MCLES	28.36	26.79	18.27	15.44	11.91
CBF-MSC	31.70	31.79	19.61	19.26	14.28
CAMR	31.28	30.78	19.34	18.68	13.89
Ours	<b>32.58</b>	<b>32.11</b>	19.77	18.97	14.32
	$O(h^r)$	0.9990	1.9941	1.4117	1.9953

### 4.3. 参数选取

基于干净字典学习的多视图聚类算法共有 2 个需要调整的参数  $\lambda$ ,  $\beta$ , 它们都是模型的权衡参数。在这里, 我们选择了 ACC 和 NMI 指标来对 ORL 数据集上的 2 个参数进行敏感性分析。

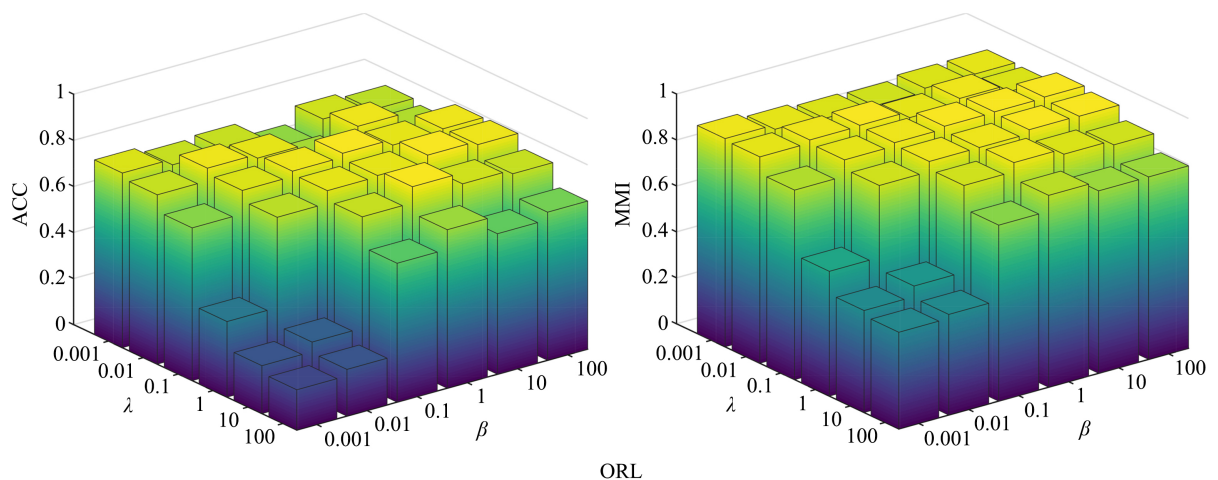
**Figure 1.** Results of ACC and NMI on ORL dataset with different parameters  $\lambda$ ,  $\beta$ **图 1.** ORL 数据集在不同参数  $\lambda$ ,  $\beta$  上 ACC 和 NMI 的结果

图 1 显示了不同参数组合后的 ACC 和 NMI 的比较, 其中参数  $\lambda$  和  $\beta$  分别代表低秩约束项和误差项的重要性。可以看出, ACC 和 NMI 在 ORL 数据集上对参数  $\lambda$  和  $\beta$  表现出一定的敏感性。参数  $\lambda$  和  $\beta$  不能太小或太大。过小的低秩约束项  $\lambda$  并不能保证亲和矩阵的低秩性质, 从而导致共享信息的丢失。另一方面,  $\lambda$  过大, 导致秩约束项的主导作用, 忽略了局部和全局结构的保存。同

样, 必须合理地采用误差项参数 $\beta$ , 过小或过大的 $\beta$  都不能很好地恢复或补偿数据的稀疏噪声。

#### 4.4. 收敛分析

为了验证算法的收敛性, 本实验设置了四个收敛条件, 如下

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{1}{v} \sum_{i=1}^v \|D^{(i)} - D^{(i)}Z^{(i)}\|_{\infty} \\
 Z &= \frac{1}{v} \sum_{i=1}^v \|Z^{(i)} - C^{(i)} - E_Z^{(i)}\|_{\infty} \\
 C &= \frac{1}{v} \sum_{i=1}^v \|C^{(i)} - U^{(i)}V\|_{\infty} \\
 V &= \|V - W\|_{\infty}.
 \end{aligned} \tag{23}$$

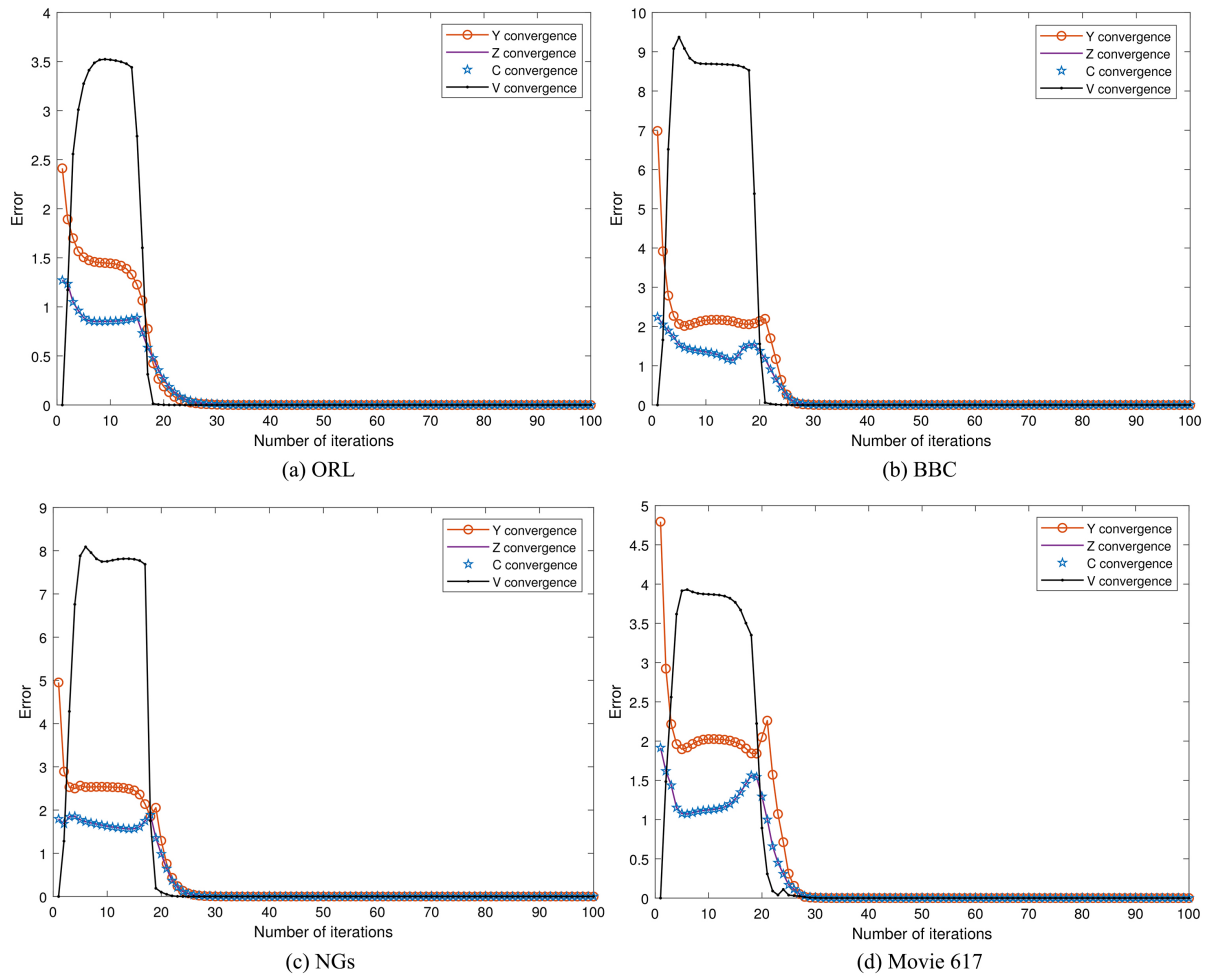


Figure 2. Convergence analysis

图 2. 收敛性分析

图 2显示了各个变量的迭代过程, 经过 30 次迭代, 算法可以在所有公共数据集上实现收敛。

这也证明了该算法具有有效的收敛性。

## 5. 结论

在本研究中, 我们提出了一种基于干净字典学习的多视图聚类算法。与现有的先进的多视图子空间聚类方法不同, 我们通过将原始数据进行剥离来获取干净的数据, 并将其作为字典进行自表示学习。其次, 我们对得到的系数矩阵进行了矩阵分解, 以确保不同视图之间的系数矩阵具有相同的聚类结构。最后, 我们将 RPCA 思想引入到亲和矩阵的构造中, 以在不丢失聚类信息的情况下提高亲和矩阵的抗噪性。在 4 个真实数据集上的实验结果也验证了我们所提出的算法的优越性。

值得注意的是, 我们的方法在处理高维数据和参数选择方面可能相当耗时。因此, 在不久的将来的工作中, 我们将考虑如何在不丢失信息的情况下对高维多视图数据进行降维, 以实现快速的多视图子空间聚类。此外, 更有效地进行参数选择是我们研究的另一个重点。

## 参考文献

- [1] Li, M., Xue, X.-B. and Zhou, Z.-H. (2009) Exploiting Multi-Modal Interactions: A Unified Framework. *Proceedings of the 21st International Joint Conference on Artificial Intelligence*, Pasadena, 11-17 July 2009, 1120-1125.
- [2] Zuo, C., Zhang, Y., Cao, C., Feng, J., Jiao, M. and Chen, L. (2022) Elucidating Tumor Heterogeneity from Spatially Resolved Transcriptomics Data by Multi-View Graph Collaborative Learning. *Nature Communications*, **13**, Article No. 5962.  
<https://doi.org/10.1038/s41467-022-33619-9>
- [3] Rao, S., Tron, R., Vidal, R. and Ma, Y. (2009) Motion Segmentation in the Presence of Outlying, Incomplete, or Corrupted Trajectories. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **32**, 1832-1845. <https://doi.org/10.1109/TPAMI.2009.191>
- [4] Liu, G., Lin, Z., Yan, S., Sun, J., Yu, Y. and Ma, Y. (2012) Robust Recovery of Subspace Structures by Low-Rank Representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **35**, 171-184. <https://doi.org/10.1109/TPAMI.2012.88>
- [5] Liu, G., Lin, Z. and Yu, Y. (2010) Robust Subspace Segmentation by Low-Rank Representation. *Proceedings of the 27th International Conference on Machine Learning (ICML-10)*, Haifa, 21-24 June 2010, 663-670.
- [6] Elhamifar, E. and Vidal, R. (2013) Sparse Subspace Clustering: Algorithm, Theory, and Applications. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **35**, 2765-2781. <https://doi.org/10.1109/TPAMI.2013.57>
- [7] Wang, Y.-X., Xu, H. and Leng, C. (2013) Provable Subspace Clustering: When LRR Meets SSC. *Proceedings of the 26th International Conference on Neural Information Processing Systems*, Lake Tahoe, 5-10 December 2013, 64-72.

- 
- [8] Wen, J., Fang, X., Xu, Y., Tian, C. and Fei, L. (2018) Low-Rank Representation with Adaptive Graph Regularization. *Neural Networks*, **108**, 83-96.  
<https://doi.org/10.1016/j.neunet.2018.08.007>
- [9] Wang, H., Yang, Y. and Liu, B. (2019) GMC: Graph-Based Multi-View Clustering. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, **32**, 1116-1129.  
<https://doi.org/10.1109/TKDE.2019.2903810>
- [10] Tang, C., Liu, X., Zhu, X., Zhu, E., Luo, Z., Wang, L. and Gao, W. (2020) CGD: Multi-View Clustering via Cross-View Graph Diffusion. *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*, **34**, 5924-5931. <https://doi.org/10.1609/aaai.v34i04.6052>
- [11] Yin, Q., Wu, S., He, R. and Wang, L. (2015) Multi-View Clustering via Pairwise Sparse Subspace Representation. *Neurocomputing*, **156**, 12-21.  
<https://doi.org/10.1016/j.neucom.2015.01.017>
- [12] Zhao, B., Kwok, J.T. and Zhang, C. (2009) Multiple Kernel Clustering. *Proceedings of the 2009 SIAM International Conference on Data Mining*, Sparks, 30 April-2 May 2009, 638-649.  
<https://doi.org/10.1137/1.9781611972795.55>
- [13] Du, G., Zhou, L., Yang, Y., Lü, K. and Wang, L. (2021) Deep Multiple Auto-Encoder-Based Multi-View Clustering. *Data Science and Engineering*, **6**, 323-338.  
<https://doi.org/10.1007/s41019-021-00159-z>
- [14] Luo, S., Zhang, C., Zhang, W. and Cao, X. (2018) Consistent and Specific Multi-View Subspace Clustering. *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*, **32**, 3730-3737.  
<https://doi.org/10.1609/aaai.v32i1.11617>
- [15] Lin, S.-X., Zhong, G. and Shu, T. (2020) Simultaneously Learning Feature-Wise Weights and Local Structures for Multiview Subspace Clustering. *Knowledge-Based Systems*, **205**, Article 106280. <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2020.106280>
- [16] Si, X., Yin, Q., Zhao, X. and Yao, L. (2022) Consistent and Diverse Multi-View Subspace Clustering with Structure Constraint. *Pattern Recognition*, **121**, Article 108196.  
<https://doi.org/10.1016/j.patcog.2021.108196>
- [17] Zhang, C., Fu, H., Liu, S., Liu, G. and Cao, X. (2015) Low-Rank Tensor Constrained Multiview Subspace Clustering. *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision*, Santiago, 7-13 December 2015, 1582-1590.
- [18] Chen, Y., Xiao, X. and Zhou, Y. (2020) Multi-View Subspace Clustering via Simultaneously Learning the Representation Tensor and Affinity Matrix. *Pattern Recognition*, **106**, Article 107441. <https://doi.org/10.1016/j.patcog.2020.107441>
- [19] Wang, X., Guo, X., Lei, Z., Zhang, C. and Li, S.Z. (2017) Exclusivity-Consistency Regularized Multi-View Subspace Clustering. *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Honolulu, 21-26 July 2017, 923-931.

- 
- [20] Brbić, M. and Kopriva, I. (2018) Multi-View Low-Rank Sparse Subspace Clustering. *Pattern Recognition*, **73**, 247-258. <https://doi.org/10.1016/j.patcog.2017.08.024>
- [21] Lin, Z., Liu, R. and Su, Z. (2011) Linearized Alternating Direction Method with Adaptive Penalty for Low-Rank Representation. *Advances in Neural Information Processing Systems* **24**.
- [22] Zheng, Q., Zhu, J., Tian, Z., Li, Z., Pang, S. and Jia, X. (2020) Constrained Bilinear Factorization Multi-View Subspace Clustering. *Knowledge-Based Systems*, **194**, Article 105514. <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2020.105514>
- [23] Favaro, P., Vidal, R. and Ravichandran, A. (2011) A Closed form Solution to Robust Subspace Estimation and Clustering. *CVPR 2011*, Colorado Springs, 20-25 June 2011, 1801-1807. <https://doi.org/10.1109/CVPR.2011.5995365>
- [24] Zhang, Z. (2000) A Flexible New Technique for Camera Calibration. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **22**, 1330-1334. <https://doi.org/10.1109/34.888718>
- [25] Cai, J.-F., Candés, E.J. and Shen, Z. (2010) A Singular Value Thresholding Algorithm for mAtrix Completion. *SIAM Journal on Optimization*, **20**, 1956-1982. <https://doi.org/10.1137/080738970>
- [26] Cao, X., Zhang, C., Fu, H., Liu, S. and Zhang, H. (2015) Diversity-Induced Multi-View Subspace Clustering. *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Boston, 7-12 June 2015, 586-594.
- [27] Hu, Z., Nie, F., Wang, R. and Li, X. (2020) Multi-View Spectral Clustering via Integrating Nonnegative Embedding and Spectral Embedding. *Information Fusion*, **55**, 251-259. <https://doi.org/10.1016/j.inffus.2019.09.005>
- [28] Zhao, J. and Lu, G.-F. (2023) Clean Affinity Matrix Learning with Rank Equality Constraint for Multi-View Subspace Clustering. *Pattern Recognition*, **134**, Article 109118. <https://doi.org/10.1016/j.patcog.2022.109118>