Pure Mathematics 理论数学, 2024, 14(3), 9-18
Published Online March 2024 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/pm
https://doi.org/10.12677/pm.2024.143081

Hans汉斯

化归思想在中学数学解题中的应用

韩佳航，刘　君

北华大学数学与统计学院，吉林　吉林

收稿日期：2023年11月24日；录用日期：2024年3月8日；发布日期：2024年3月15日

摘　要

“化归”思想在数学解题中有多种形式，其主要作用是将问题的解决由复杂变为简单，由抽象变为具体。化归思想在数学教学中的应用也很广泛，如利用化归思想解决数列问题、不等式问题、方程问题等，尤其是在一些综合性较强的问题中，常常会把若干个相关的知识综合在一起，通过各种转化把它们统一到一个整体上来分析研究。本文首先介绍了研究的背景和意义，说明了研究的重要性。其次阐述了化归思想的概念和基本原理，以及化归思想方法在数学解题中的原则，同时提出了化归思想的一般模式。接着从中学数学中的不同领域出发，分别探讨化归思想在函数、数列、不等式等方面的应用。

关键词

数学教学，化归思想，解题应用

The Application of Naturalization in Middle School Mathematics Problem Solving

Jiahang Han, Jun Liu

School of Mathematics and Statistics, Beihua University, Jilin Jilin

Received: Nov. 24th, 2023; accepted: Mar. 8th, 2024; published: Mar. 15th, 2024

Abstract

The idea of naturalization has many forms in mathematical problem solving, and its main function is to change the solution of the problem from complex to simple, from abstract to concrete. The application of naturalization thought in mathematics teaching is also very wide, such as the use of naturalization thought to solve the problem of number series, inequality, equation, especially in some comprehensive problems, which often will synthesize several related knowledge together, through a variety of transformation to unify them into a whole on the analysis and research. This paper first introduces the background and significance of the study, explains the importance of the study; then

文章引用: 韩佳航, 刘君. 化归思想在中学数学解题中的应用[J]. 理论数学, 2024, 14(3): 9-18.
DOI: 10.12677/pm.2024.143081

elaborates the concept and basic principle of naturalization thought, as well as the principle of naturalization thought method in mathematical problem solving, and puts forward the general mode of naturalization thought; next from the different fields of middle school mathematics, respectively explore the naturalization thought in the function, series, inequalities and other aspects of the response use.

Keywords

Mathematics Teaching, Thoughts of Naturalization, Problem Solving Application

1. 引言

1.1. 研究背景

数学作为一门基础的教育学科，应用范围越来越广泛，渗透在各行各业中，而数学的掌握和应用对学生逻辑思维能力的培养至关重要，数学思想方法使人思维敏捷、表达清楚、做事有条理有逻辑，有自己思考问题的方向，所以对数学教育提出了适合当今社会需要的数学大纲以及数学课程改革计划，主要特点就是更加注重学生的思想发展，锻炼学生灵活的数学思维方式，增强学生数学核心素养以及学生数学思维能力的提高。数学课程的教学首先应该教授学生和数学相关的知识和技能，除此之外，还应该让学生们通过学习课程理解并掌握数学知识之中的各种思想方法[1]。

数学思想包括很多，较重要的有化归思想、数形结合思想、建模思想、函数思想等。其中，化归思想广泛地渗透在其他思想中，特别是在数学解题过程中，例如：我们在中学阶段运用较为频繁的数形结合思想，实际上它就是数与形两者之间的相互转化；还有分类讨论思想，是整体和局部的转化，化归思想是数学思想的基石，也是数学思想的灵魂，所以化归思想的培养特别重要[2]。

1.2. 研究意义

化归思想有利于学生掌握基本的思想方法，掌握新知识，提升解决问题的能力，系统地学习中学数学知识，培养数学思维。在中学数学学科的学习中，化归思想方法是最基础、运用最广泛的，化归思想主要是揭示了各个知识点之间的联系，从而进行知识之间的转化，最终达到解决问题的目的。

数学教学很重视解题技巧的培养，化归思想一直贯穿在所有数学问题的解题过程之中，是最基础、使用最频繁的思想之一，总的来说，数学解题就是运用现有的条件，把原有的问题转化成易解决的问题，这也就是化归的过程，注重化归思想的教学，有助于形成学生化归思维，提升学生化归能力，也就提高了学生的解题能力。

1.3. 研究方法

1.3.1. 文献研究法[3]

对化归思想方法相关的论文以及资料进行搜集、查阅、分析、总结，以及通过对文献的研究形成对化归思想有更深入的认识，熟悉并掌握化归思想之前的研究和发展情况，并结合实际教学工作，研究化

归思想方法在数学中的应用与重要作用，制定今后开展教学工作的教学策略。

1.3.2. 文本研究法[3]

以北师大版数学教材为基础，对其中提及到的化归思想进行总结与研究，发掘蕴含化归思想的数学知识，并结合课程实践，把化归思想方法融入到教材内容的教学设计当中。

2. 化归思想的基础知识

2.1. 化归思想的概念

化归思想是指对问题做细致分析的基础上，通过对已学知识的回忆开启思维大门，借助旧知识，旧经验来处理新问题，将未知问题化为已知问题、将较难问题化为容易问题、将繁琐问题化为简单问题以及化高维为低维、化数为形、化抽象为具体、化实际问题为数学问题的一种思想[1]。在数学教学中化归思想的运用十分广泛，用此数学思想不仅增强数学教学的趣味性以及灵活性，还能锻炼学生灵活的数学思维方式，增强学生的数学核心素养，提升学生的数学解题能力。所以，在教学过程中，教师要更加重视培养学生的化归思想与应用。化归思想可用如图 1 表示：

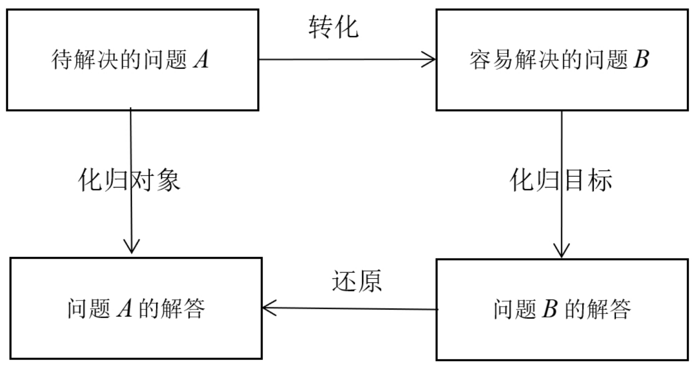

Figure 1. Diagram of the practical teaching system of automation major [3]
图 1. 自动化专业实践教学体系图[3]

在数学学科中，化归思想是一种非常重要的思维方法，它是从复杂问题转化为简单问题的过程中寻找解题思路的一种方法。例如，在学习“圆的有关知识”时，教师可以将圆的相关知识与整式方程、函数、不等式、几何图形等知识结合起来，让学生从整体上对圆进行学习；在学习“一次函数”时，教师可以将一次函数的图像与一元二次方程、一元二次不等式结合起来，让学生从整体上对一次函数进行学习。

2.2. 化归思想的原则

2.2.1. 熟悉化原则

熟悉化原则要求我们对所要学习的知识或对象有深刻的理解和记忆，并能熟练运用，它是指人们在学习新的知识时，经过一定时间的积累和实践，不仅能准确地记忆所学知识或对象，而且还能对其进行概括、综合、抽象、类比、转换等思维活动，从而使新知识或对象的特征与原有知识或对象特征之间建立起了清晰的联系，对所学知识有更深刻的理解和认识。

熟悉化原则要求我们对所学知识或对象有一个正确的认识和判断，仔细分析，找出新知识和旧知识之间的相同点和不同点，尝试将我们不熟悉的知识转化为熟悉的知识，将待解决的问题转化到已解决的问题上来。

2.2.2. 简单化原则[4]

简单化原则最大特点就是把一个复杂的问题，通过一定的方法分解为若干个简单的组成因素，然后根据一定的规则组合起来，最后得出结论。

数学中很多的问题都是“化繁为简”，“化难为易”，“化抽象为具体”的。如方程根的性质、函数、几何、解析几何中许多重要概念、定理和性质等，都是由一些基本元素组成的一系列简单问题。对于这些问题，我们可以采用化归方法，通过特殊与一般的转化，把它们转化为几个基本元素或简单问题来解决。例如：函数、方程根的性质、几何中一些重要概念和性质等表示形势的简化或者运算处理方法的简化。

2.2.3. 直观化原则

数学知识是抽象的，难以直接感知，这就需要借助直观来进行教学。数学中的很多知识、定理、法则和规律，都是用来解决实际问题的，它们从本质上说都是为了解决实际问题而建立的，因此，数学知识和规律的教学，必须采用直观化的原则，让学生在实际操作中感知知识和规律。

直观化原则是指教师在教学中需要充分利用直观教具进行教学，通过演示、操作等一系列的手段让学生理解抽象的数学知识以及规律。

例如，在《线段的长短》一课中，教师可以让学生在操作活动中感知线段的长短，教师通过演示活动向学生展示了一个长为 2 分米的线段和一个长为 1 分米的线段。

2.3. 化归思想的一般模式

2.3.1. 数与数之间的转化

我们的数学概念、思想、方法，都是建立在数与数之间的转化基础上的。

例如：正弦函数 $y=\sin x$ 和 $y=\cos x$ 的图像，它们都是轴对称图形，而轴对称性是数与数之间转化的重要特征。再如：相似三角形中，相似比等于相似三角形周长的比，相似三角形面积的比等于相似比的平方，它是数与数之间转化的重要特征。我们可以这样来理解：一个复杂图形，需要经过无数次变换才能得到它所需要的形状，但是在变换过程中，往往会丢失一些信息.这就需要我们通过“化整为零”、“化繁为简”、“化隐为显”来对复杂图形进行分析和研究[5]。

2.3.2. 形与形之间的转化

形与形之间的转化最简单的就是图形的转化，把不规则的平面图形或者立体图形通过相减、分割、割补等一系列的方法，把不规则的图形转化成规则的几何图形，使需要解决的复杂问题变得简单化。

运用相减法求图形面积如图 2：

Figure 2. Diagram of the practical teaching system of automation major
图 2. 自动化专业实践教学体系图

2.3.3. 数与形之间的转化

在代数式的研究中，“数”是研究变量与常量的一种数学语言，“形”是研究变量与变量之间的数

量关系，所以数形结合是代数式研究的重要方法之一。“数与形”在数学中被称为“数形结合”，是指运用图形性质解决数量问题的方法。

代数式研究中，常用“形”来表示某些量，如表示一个函数关系式，把函数中的每一个参数用函数图像来表示。而在几何图形问题中，特别是平面几何中，几何图形往往被看作是变量，或者是函数的一种特殊情况。因此，数形结合就成为了一种常用的解题方法。

3. 化归思想在中学数学中的应用

数学解题中，有些问题从特殊到一般，从数到形，学生更容易理解，有些问题从一般到特殊，从形到数，或者数形结合，学生更容易接受，整体来说是要从简单到复杂，从已知到未知。不同类型的问题，需要根据学生解题中存在的具体问题，变换策略，在教学中逐步进行化归思想的渗透。

3.1. 化归思想在函数中的应用

函数反映了生活中的变量关系，是揭示事物运动、变化的规律一种数学模型。函数是高中数学学习的一条主线，贯穿于整个高中数学的学习。对于函数部分的学习，教师要引导学生用发展的眼光去研究变量之间的关系，利用化归思想将文字描述的静态问题转化为变量之间的动态关系，以运动的观点来研究函数的性质。

3.1.1. 函数求值域问题中的整体换元

函数求值域问题中，我们一般将函数进行整体的换元，将其化为一个新的函数，然后对其求值即可。我们知道，在实际问题中，一般很难找到一个数使得函数的值域是连续的，我们可以利用整体换元的方法来处理。

例 1 求函数 $y=x+\sqrt{x-1}$ 的值域。

分析 首先求定义域，根号下的数必须大于零，又因为它是增函数，所以没有上限。

解 令 $\sqrt{x-1}=t(t\geq 0)$，

则

$$x=t^2+1,$$

所以

$$y=t^2+t+1=\left(t+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4},$$

又因为 $t\geq 0$，所以由二次函数的性质可知当 $t=0$ 时，$y_{\min}=1$。

当 $t\to+\infty$ 时，$y\to+\infty$，故函数的值域为 $[1,+\infty)$。

3.1.2. 函数思想中的数形转化[6]

在学习了函数的定义之后，我们知道了函数是一种特殊的图形，在这个图形中，我们可以进行数与形的相互转化，而在我们进行函数分析的过程中，数形转化也是一个很重要的途径。

例 2 (2012 • 北京高考) 函数 $f(x)=x^{\frac{1}{2}}-\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的零点的个数为( )

A.0 B.1 C.2 D.3

分析 首先先画出两个函数 $y_1=x^{\frac{1}{2}}$ 与 $y_2=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的图像，再利用几何画板绘制函数图像，几何画板绘

制的图像可以直观地回答问题，展现问题的本质，寻找解题线索。

解 在同一平面直角坐标系内作出 $y_1 = x^{\frac{1}{2}}$ 与 $y_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的图像如图 3 所示。

易知，两函数图像只有一个交点，因此函数 $f(x) = x^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 只有一个零点。

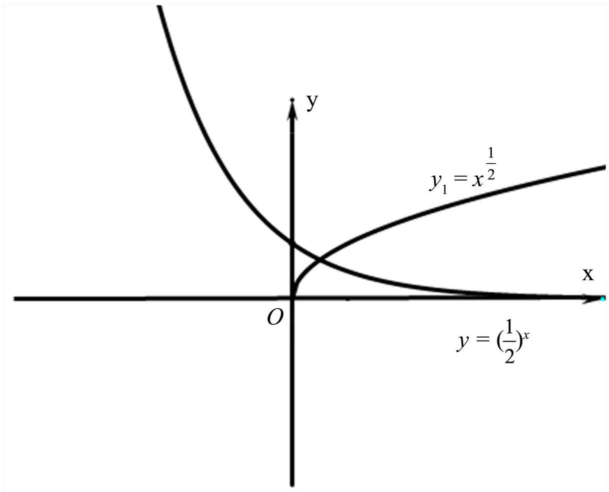

Figure 3. Diagram of the practical teaching system of automation major
图 3. 自动化专业实践教学体系图

所以答案选 B。

3.1.3. 函数问题关于图形变化的分类讨论

有些关于函数的数学题，图形位置存在很多可能性，那么就需要对图形分类讨论。本题在题设条件下有不确定因素"C 为 x 轴上一点"，即 C 点可能在顶点 A 的左边，也可能在顶点 A 的右边，因此需要分类讨论。

例 3 已知 A 为抛物线 $y = \sqrt{3}x^2 - 2\sqrt{3}x + \sqrt{3}$ 的顶点，B 为该抛物线与 y 轴的交点，C 为 x 轴上一点。设线段 BC、CA、AB 的长分别为 a,b,c，当 $a + c = 2b$ 时，求：(1) 经过 B,C 两点的直线的解析式；(2) ΔABC 的面积。

分析有些几何题，尤其是未画出图形的几何题，经常出现两种甚至两种以上的图形，此时需要分类讨论。

解 (1) 如图 4，设 C 点坐标为 $(x,0)$，由已知条件易得 $A(1,0), B(0,\sqrt{3})$，

① C 点顶点 A 的左边时，

$$b = |AC| = 1 - x\,(x < 1),$$

$$\sqrt{x^2 + 3} + 2 = 2(1 - x),$$

解得

$$x = \pm 1,$$

取 $x = -1$，C 点坐标为 $(-1,0)$，

因此过 $B\left(0,\sqrt{3}\right)$ 及 $C\left(-1,0\right)$ 的直线为 $y=\sqrt{3}x+\sqrt{3}$。

② 当 C 点顶点 A 的右边时，$b=x-1\left(x>1\right)$，同理可求得 $C\left(\frac{13}{3},0\right)$，

因此过 $B\left(0,\sqrt{3}\right)$ 及 $C\left(\frac{13}{3},0\right)$ 的直线为 $y=-\frac{3\sqrt{3}}{13}x+\sqrt{3}$。

(2) 当 C 点坐标为 $\left(-1,0\right)$ 时，$\left|AC\right|=2$，

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{3}=\sqrt{3}.$$

当 C 点坐标为 $\left(\frac{13}{3},0\right)$ 时，$\left|AC\right|=\frac{10}{3}$，

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\times\frac{10}{3}\times\sqrt{3}=\frac{5}{3}\sqrt{3}.$$

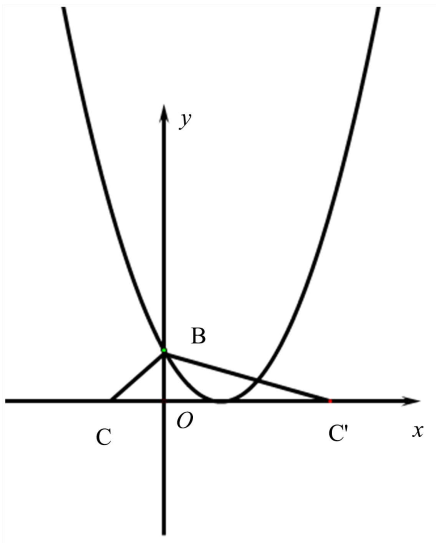

Figure 4. Diagram of the practical teaching system of automation major

图 4. 自动化专业实践教学体系图

3.2. 化归思想在数列中的应用

高中阶段，教材在数列部分重点介绍了等差、等比两类比较特殊的数列，练习中除了对等差、等比数列求通项或求和问题的考察，还有许多题目是考察学生的知识迁移能力，以及对转化与化归思想的掌握。一些相对复杂的数列求通项、求和的问题通常可以通过构造法，转化为等差或等比数列等问题进行处理。接下来我们通过具体问题进行分析。

3.2.1. 转化为等差以及等比数列的特殊数列问题

例 4 (2020 年全国卷 3 理科第 17 题) 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=3$，$a_{n+1}=3a_n-4n$。

(1) 计算 a_2,a_3，猜想 $\{a_n\}$ 的通项公式并加以证明；

(2) 求数列 $\{2^n a_n\}$ 的前 n 项和 S_n [7]。

分析不少同学在解决本题过程中，对于数列 $\{a_n\}$ 的通项公式的证明部分感觉比较困难，对于已知条

件中数列递推关系 $a_{n+1}=3a_n-4n$ 具体的转化方向不够明确。

解 (1) $a_2=5$，$a_3=7$，猜想 $a_n=2n+1$，由已知可得

$$a_{n+1}-(2n+3)=3\left[a_n-(2n+1)\right],$$

$$a_{n+1}-(2n+1)=3\left[a_{n-1}-(2n-1)\right],$$

$$\vdots$$

$$a_2-5=3(a_1-3),$$

因为 $a_1=3$，所以 $a_n=2n+1$。

(2) 由(1)得 $2^n a_n=(2n+1)2^n$，所以

$$S_n=3\times2+5\times2^2+7\times2^3+\cdots+(2n+1)\times2^n, \tag{①}$$

从而

$$2S_n=3\times2^2+5\times2^3+7\times2^4+\cdots+(2n+1)\times2^{n+1}, \tag{②}$$

①~②得

$$-S_n=3\times2+2\times2^2+2\times2^3+\cdots+2\times2^n-(2n+1)\times2^{n+1},$$

所以

$$S_n=(2n-1)2^{n+1}+2.$$

3.2.2. 通过放缩法，不可直接求和数列转化为可直接求和数列

对数列进行化归，若能直接求和，则考虑求和；若不能或者很难求和，则可考虑放缩法求解。进行化归时要注意：

1、注意把数列化成等差或等比数列；

2、成等比或等差数列；

3、注意把数列分解成两个部分。

例 5 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $\{S_n\}$，且满足 $a_1=\frac{1}{2}$，$a_n+S_nS_{n-1}=0(n\ge2)$。

(1) 数列 $\left\{\frac{1}{S_n}\right\}$ 是否为等差数列？并证明你的结论；

(2) 求 S_n 和 a_n；

(3) 求证：$S_1^2+S_2^2+S_3^2+\cdots+S_n^2<\frac{1}{2}$ [7]。

分析当学生已经对数列的前 n 项和 S 与通项 a 之间关系的转化方式比较熟悉之后，例 5 的第(1)，(2)问对于学生来讲，解题思路是比较清晰的，学生出错主要集中在第(3)问，这里要证明的式子中出现了一串不能直接进行求和化简的数列的前 n 项和，很多学生不知道该如何处理。

解 (1) 数列 $\left\{\frac{1}{S_n}\right\}$ 为等差数列，证明如下：

由 $a_n+S_nS_{n-1}=0(n\ge2)$，

得 $S_n-S_{n-1}+S_nS_{n-1}=0(n\ge2)$，

两边同时除 S_nS_{n-1}，并移项得 $\frac{1}{S_n}-\frac{1}{S_{n-1}}=2$，又因为 $\frac{1}{S_n}=\frac{1}{a_n}=2$，

故数列 $\left\{\frac{1}{S_n}\right\}$ 是以 2 为首项，2 为公差的等差数列。

(2) 由(1)得 $S_n=\frac{1}{2n}$，$a_n=\begin{cases}\frac{1}{2}(n=1)\\ -\frac{1}{2n(n-1)}(n\geq 2)\end{cases}$。

当 $n=1$ 时，$S_1^2=\frac{1}{4}<\frac{1}{2}$；

当 $n\geq 2$ 时，$S_n^2=\frac{1}{4n^2}<\frac{1}{4}\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}\right)$，

$$S_1^2+S_2^2+S_3^2+\cdots+S_n^2<\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\left[\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\cdots+\frac{1}{(n-1)\times n}\right]=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\left(1-\frac{1}{n}\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{n}<\frac{1}{2},$$

综上所述 $S_1^2+S_2^2+S_3^2+\cdots+S_n^2<\frac{1}{2}$。

3.3. 化归思想在不等式中的应用

不等式知识点多，应用广泛，它作为研究数学问题的重要工具渗透在数学的方方面面，常与其他知识一起考察一些综合问题。不等式与函数、方程等问题都有密切联系，很多的不等式问题可以与函数或方程问题相互转化。

3.3.1. 不等式转化成等式

例 6 已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=2$，$a_{n+1}=\frac{a_n}{2}+\frac{1}{a_n}$，求证：$\sqrt{2}<a_n<\sqrt{2}+\frac{1}{2^{n-1}}\left(n\in N^*\right)$。

分析 在中学数学中，我们往往会遇到不等式证明这一类问题，但除了用不等式思维来解决，我们还可以从证明等式的角度来解决这类问题。

解 由题设 $a_{n+1}=\frac{a_n}{2}+\frac{1}{a_n}$，故 $a_{n+1}=\frac{a_n}{2}+\frac{1}{a_n}\geq 2\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$。

当 $\frac{a_n}{2}=\frac{1}{a_n}\Rightarrow a_n=\sqrt{2}$ 时，等号成立，

若 $a_n=\sqrt{2}\Rightarrow\left(a_{n-1}-\sqrt{2}\right)^2=0\Rightarrow a_{n-1}=\sqrt{2}$，

故与 $a_1=2$ 矛盾，所以对任意 $n\in N^+$，$a_n-\sqrt{2}>0$。

再作差、配方得

$$a_n-\sqrt{2}=\frac{\left(a_{n-1}-\sqrt{2}\right)^2}{2a_{n-1}}(>0)\Rightarrow\frac{a_n-\sqrt{2}}{a_{n-1}-\sqrt{2}}=\frac{a_{n-1}-\sqrt{2}}{2a_{n-1}}=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2a_{n-1}}<\frac{1}{2}.$$

因为 $a_n>0$，

即

$$\frac{a_n-\sqrt{2}}{a_{n-1}-\sqrt{2}}<\frac{1}{2},$$

所以

$$a_n-\sqrt{2}=\frac{a_n-\sqrt{2}}{a_{n-1}-\sqrt{2}}\cdot\frac{a_{n-1}-\sqrt{2}}{a_{n-2}-\sqrt{2}}\cdots\frac{a_2-\sqrt{2}}{a_1-\sqrt{2}}\cdot\left(a_1-\sqrt{2}\right)<\frac{1}{2^{n-1}}\left(a_1-\sqrt{2}\right)<\frac{1}{2^{n-1}},$$

即 $0<a_n-\sqrt{2}<\frac{1}{2^{n-1}}$，

不等式 $\sqrt{2}<a_n<\sqrt{2}+\frac{1}{2^{n-1}}$ 成立。

3.3.2. 不等式转化为函数求解[8]

不等式恒成立问题一般可以转化为相应的函数的最值问题进行求解。恒成立问题还可以分为分参或者对含参函数进行分类讨论两种做法，但是无论哪种方法，最终都转化为函数最值求解。

例 7 已知不等式 $x^2-ax+1\ge 0$，若对一切 $x\in[2,3]$ 恒成立，求实数 a 的取值范围。

分析 本题是恒成立问题中的典型问题，通过对含参函数在不同情况下的最值进行分类讨论，能够很好地说明处理恒成立问题的一般解题思路。学生习惯于把字母 x 作为变量，把字母 a 作为参数，因此在处理时候会觉得困难，需要提醒学生打破习惯思维，变换主元，把问题转化为函数 $g(a)=x^2-ax+1, x\in[2,3]$ 的最值问题处理。

解 设函数 $f(x)=x^2-ax+1, x\in[2,3]$，不等式 $x^2-ax+1\ge 0$，在 $x\in[2,3]$ 恒成立，只需要函数 $f(x)$ 的最小值大于等于零。

① 当 $a\le 4$ 时，函数 $f(x)$ 在 $x\in[2,3]$ 上单调递增，则 $f(x)_{\min}=f(2)=5-2a\ge 0$，解得 $a\le\frac{5}{2}$。

② 当 $4<a<6$ 时，函数 $f(x)$ 在 $\left[2,\frac{a}{2}\right]$ 上单调递增，在 $\left[\frac{a}{2},3\right]$ 上单调递增，所以

$f(x)_{\min}=f\left(\frac{a}{2}\right)=1-\frac{a^2}{4}\ge 0$，解得 $-2\le a\le 2$，与 $4<a<6$ 矛盾。

③ 当 $a\ge 6$ 时，函数 $f(x)$ 在 $x\in[2,3]$ 上单调递减，则 $f(x)_{\min}=f(3)=10-3a\ge 0$，解得 $a\le\frac{10}{3}$，这与 $a\ge 6$ 矛盾。

综上，$a\le\frac{5}{2}$ 时，不等式 $x^2-ax+1\ge 0$ 在 $x\in[2,3]$ 上恒成立。

参考文献

[1] 马艳. 中学数学教学中化归思想方法的应用研究[D]: [硕士学位论文]. 兰州: 西北师范大学, 2009.
[2] 王洁. 化归思想在初中数学教学中的实践研究[D]: [硕士学位论文]. 合肥: 合肥师范学院, 2020.
[3] 吴贝贝. 初中数学化归思想方法的教学研究[D]: [硕士学位论文]. 聊城: 聊城大学, 2018.
[4] 王萌萌. 化归思想在中学数学教学中的应用研究[D]: [硕士学位论文]. 长春: 长春师范大学, 2023.
[5] 戴金珍. 化归思想在初中数学教学中的渗透路径[J]. 名师在线, 2023(6): 62-64.
[6] 杨社锋. 化归思想在高中数学解题中的应用[D]: [硕士学位论文]. 郑州: 河南大学, 2014.
[7] 马兰勤. 转化与化归思想在高中数学解题中的应用研究[D]: [硕士学位论文]. 重庆: 西南大学, 2021.
[8] 敖羚峰. 高中数学导数试题分析、解题错误与教学对策研究[D]: [硕士学位论文]. 上海: 华东师范大学, 2021.