

# 基于时间序列的上海市空气质量变化与污染物特征分析

赵子杰, 王晨旻, 林沛辰, 白晓东\*

大连民族大学理学院, 辽宁 大连  
Email: \*baixd518@126.com

收稿日期: 2021年1月23日; 录用日期: 2021年2月16日; 发布日期: 2021年2月24日

---

## 摘要

本文收集了上海市2014年1月至2020年10月期间的空气质量与主要污染物数据的共计七项指标, 在建立时间序列的基础上, 采用时间序列季节模型与Holt-Winters指数平滑法对数据进行拟合, 并预测未来五期数据。拟合结果表明, 上海市空气质量与污染物含量长期以来呈总体下降趋势, 并且具有明显的季节性周期变化特征。

## 关键词

时间序列, 季节模型, Holt-Winters指数平滑, AQI指数

---

# Analysis of Air Quality Change and Pollutant Characteristics in Shanghai Based on Time Series

Zijie Zhao, Chenmin Wang, Peichen Lin, Xiaodong Bai\*

Dalian Minzu University, Dalian Liaoning  
Email: \*baixd518@126.com

Received: Jan. 23<sup>rd</sup>, 2021; accepted: Feb. 16<sup>th</sup>, 2021; published: Feb. 24<sup>th</sup>, 2021

---

## Abstract

This paper collects a total of seven indicators of air quality and major pollutant data in Shanghai from January 2014 to October 2020. Based on the establishment of time series, the time series

\*通讯作者。

seasonal model and Holt-Winters exponential smoothing method are used to fit the data and predict the next five periods of data. The fitting results show that the air quality and pollutant content in Shanghai have shown an overall downward trend for a long time, and have obvious seasonal and periodic changes.

## Keywords

Time Series, Seasonal Model, Holt-Winters Exponential Smoothing, AQI Index

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

随着气候变化, 环境保护等话题在全球范围内得到了更加广泛的关注, 人们逐渐意识到空气质量与自身生活密切相关, 国家也在空气质量与污染治理问题上投入了越来越多的关注。对空气质量与污染物特征的分析研究对空气质量治理具有重要意义。本文使用时间序列相关方法, 对上海市空气质量与污染物特征的长期趋势以及周期性波动给出合理的解释, 有助于有关部门更好落实空气质量治理。

## 2. 问题分析

对上海市 82 期月度数据进行时间序列建模, 提取其中长期的线性趋势。由于空气质量数据表现出明显的周期性特征, 我们分别采取季节模型以及 Holt-Winters 指数平滑法对时间序列数据进行拟合并预测五期结果, 比较两种模型的优劣, 选择最优模型。

## 3. 名词解释

1) 季节模型[1]:  $y_t = \nabla^d \nabla_s^p x_t$ , 若  $\{y_t\}$  满足季节周期为  $s$  的  $ARMA(p, q) \times (P, Q)$  模型, 则称  $\{x_t\}$  为季节周期为  $s$ , 非季节阶数为  $p, d, q$ , 季节阶数为  $P, D, Q$  的乘积季节求和自回归移动平均模型, 记作  $SARMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$

2) Holt-Winters 指数平滑[2][3]: 在 Holt 线性指数平滑的基础上考虑季节变动的影响, 一般来讲, 对于趋势和季节的加法模型, Holt-Winters 指数平滑法的公式如下

$$\begin{cases} \alpha_t = \alpha(x_t - s_{t-\pi}) + (1-\alpha)(\alpha_{t-1} + b_{t-1}); \\ b_t = \beta(\alpha_t - \alpha_{t-\pi}) + (1-\beta)b_{t-1}; \\ s_t = \gamma(x_t - \alpha_t) + (1-\gamma)s_{t-\pi} \end{cases}$$

其中,  $\alpha_t$  为该序列水平部分;  $b_t$  为该序列的趋势部分;  $s_t$  为该序列季节部分;  $\pi$  为一个季节的周期长度;  $\alpha, \beta, \gamma$  为平滑系数, 介于 0 到 1 之间。

3) 时间序列[1][2]: 在统计研究中, 一般将按时间顺序排列的一组随机变量  $X_1, X_2, \dots, X_t, \dots$  成为一个时间序列(time series), 简记为  $\{X_t, t \in T\}$ 。用  $\{x_t, t = 1, 2, \dots, n\}$  表示该序列的  $n$  个有序观测值。

4) AQI 指数: 空气质量指数(Air Quality Index), 就是根据空气中的各种成分占比, 将监测的空气浓度简化成为单一的概念性指数值形式, 它将空气污染程度和空气质量状况分级表示, 适合于表示城市的短期空气质量状况和变化趋势。

- a) 一级: 空气污染指数  $\leq 50$  优级
- b) 二级: 空气污染指数  $\leq 100$  良好
- c) 三级: 空气污染指数  $\leq 150$  轻度污染
- d) 四级: 空气污染指数  $\leq 200$  中度污染
- e) 五级: 空气污染指数  $\leq 300$  重度污染
- f) 六级: 空气污染指数  $> 300$  严重污染

#### 4. 模型假设

- 1) 假设模型采集的数据口径相同, 无太大误差。
- 2) 假设 2014 年 1 月至 2021 年 1 月间上海市未发生导致观测数据出现极端离群值, 脱离长期趋势, 足以导致模型结果明显误差的事件。
- 3) 假设上海市空气质量数据以及污染物特征指标连续且具有某种特定趋势, 可以进行时间序列建模。

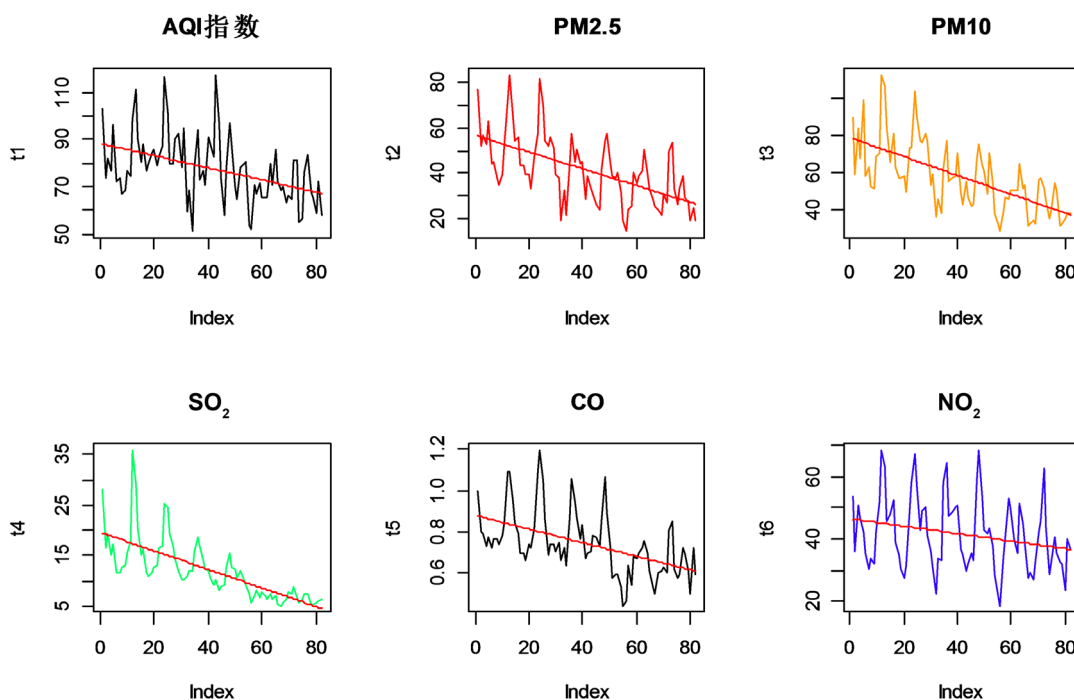
#### 5. 数据预处理

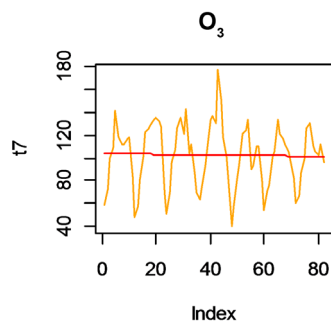
我们收集了 2014 年一月到 2020 年十月间的 AQI 指数, PM<sub>2.5</sub> 浓度, PM<sub>10</sub> 浓度, SO<sub>2</sub> 浓度, NO<sub>2</sub> 浓度, CO 浓度, O<sub>3</sub> 浓度的每日数据, 取每月的平均值, 对月度数据进行建模。

#### 6. 时间序列模型建立

##### 6.1. 序列平稳性检验

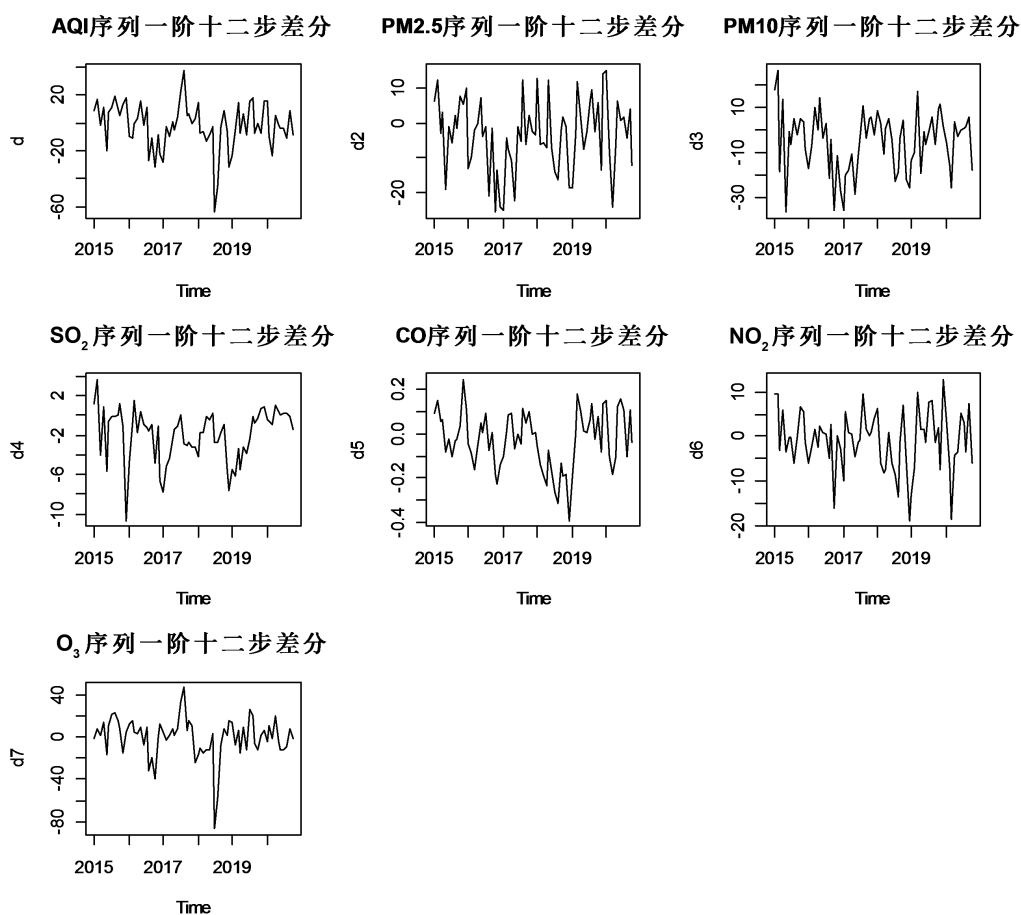
根据上海市空气质量与污染物特征的六项指标, 绘制时序图如图 1 所示, 并进行线性拟合。可以直观看出 AQI 指数以及其他物种空气污染物指数均呈现长期下降趋势, 并且具有明显的周期性季节波动。为非平稳序列。对六组数据的时间序列进行白噪声检验,  $p$  值均小于 0.05, 说明六组数据的时间序列均为非白噪声序列, 不能直接进行建模。





**Figure 1.** Time series of air quality and pollutant content  
**图 1.** 空气质量及污染物含量时序图

为消除其中的趋势，我们尝试采用一阶十二步差分对序列进行处理，得到差分后的时序图如图 2。



**Figure 2.** First-order twelve-step difference timing diagram of air quality and pollutant content  
**图 2.** 空气质量及污染物含量一阶十二步差分时序图

可以看出所有序列在步长为 12 的一阶差分后已经没有显著趋势或规律波动，白噪声检验所有差分后的序列  $p$  值均小于 0.05，通过白噪声检验。

## 6.2. 季节模型

由于数据表现出明显的季节性周期波动，我们考虑使用季节模型来拟合序列。所有指标序列均为非

平稳序列，且有季节性特征，于是我们对序列进行步长为 12 的一阶差分，目的是消除季节的影响。使用 sarima 模型对序列进行拟合得到结果如表 1 所示。

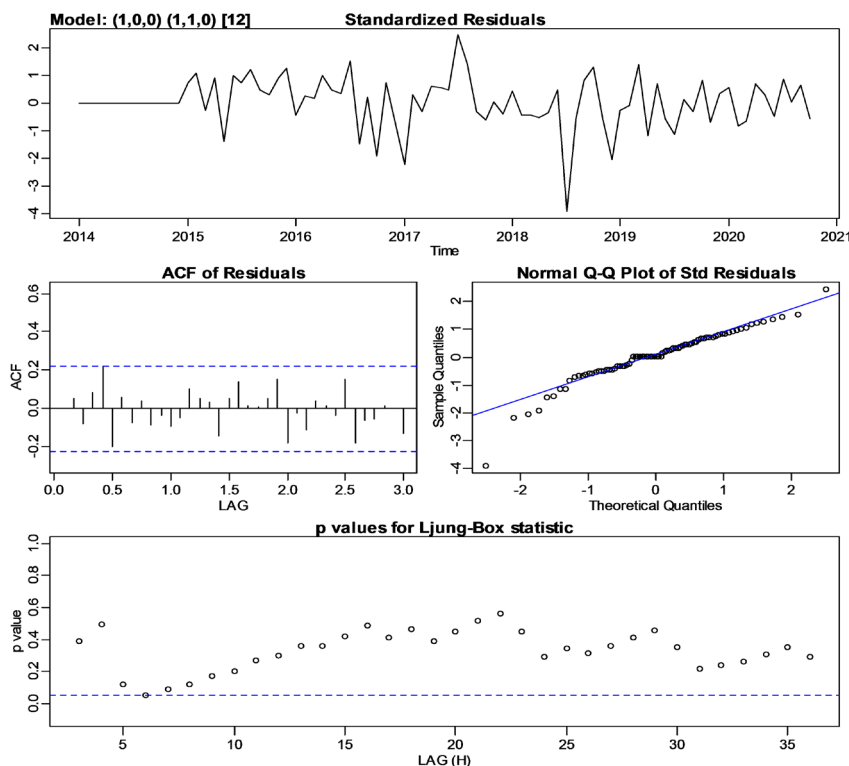
**Table 1.** Seasonal model fitting results

**表 1.** 季节模型拟合结果

AQI 指数	Sarima (1, 0, 0) (1, 1, 0) [12]	aic = 562.73
PM2.5	Sarima (1, 0, 0) (1, 1, 0) [12]	aic = 496.33
PM10	Sarima (3, 0, 0) (0, 1, 1) [12]	aic = 545.55
SO <sub>2</sub>	Sarima (1, 0, 0) (0, 1, 0) [12]	aic = 320.21
CO	Sarima (1, 0, 0) (1, 1, 0) [12]	aic = -140.25
NO <sub>2</sub>	Sarima (1, 0, 0) (0, 1, 1) [12]	aic = 446.61
O <sub>3</sub>	Sarima (1, 0, 0) (2, 1, 0) [12]	aic = 583.41

根据诊断图图 3, 图 4, 图 5 可知, 七组数据的模型拟合结果残差 acf 值始终在二倍标准差范围内, 残差检验  $p$  值始终大于 0.05, QQ 图中残差聚集在参考线附近, 说明模型对信息的提取比较完善充分, 拟合结果成功(SO<sub>2</sub>, NO<sub>2</sub>, CO, O<sub>3</sub> 的诊断图详见附录)。

在季节模型的基础上, 我们对未来五期的上海市空气质量与空气污染物含量进行预测, 预测结果如图 6 所示, AQI 指数以及各污染物含量在 2020 年十二月达到峰值, 随后迅速回落, 整体上延续了长期下降的趋势。



**Figure 3.** AQI index seasonal model diagnosis diagram

**图 3.** AQI 指数季节模型诊断图

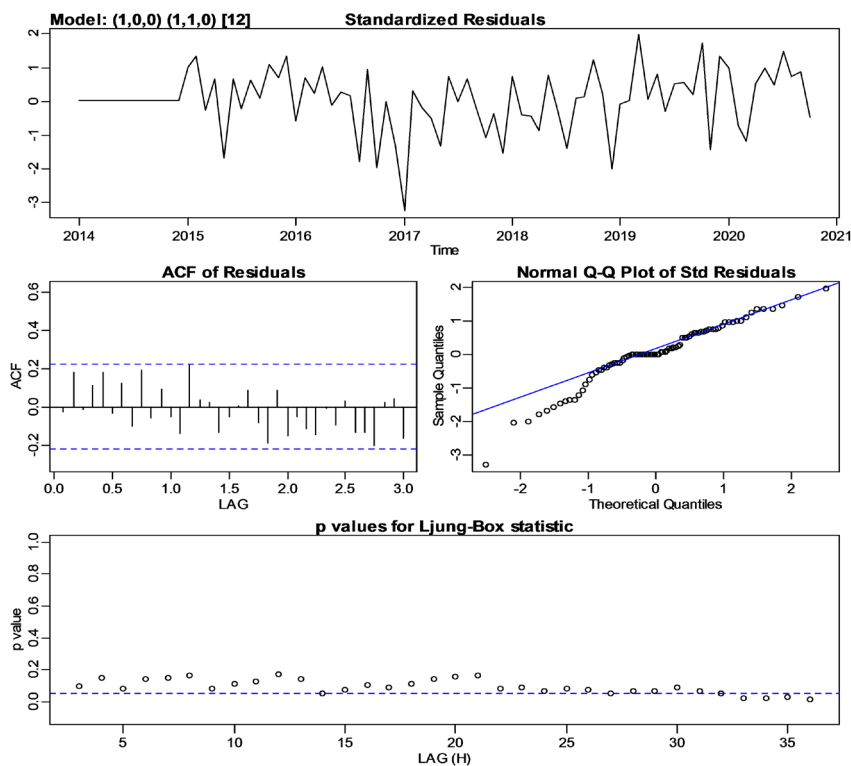


Figure 4. PM2.5 seasonal model diagnosis diagram

图 4. PM2.5 季节模型诊断图

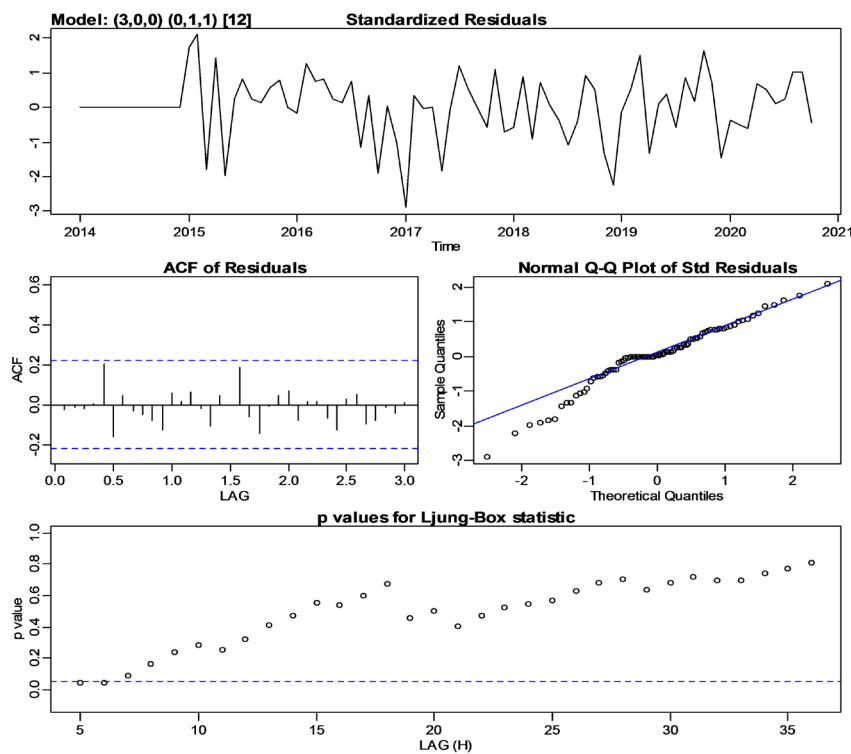


Figure 5. PM10 seasonal model diagnosis diagram

图 5. PM10 季节模型诊断图

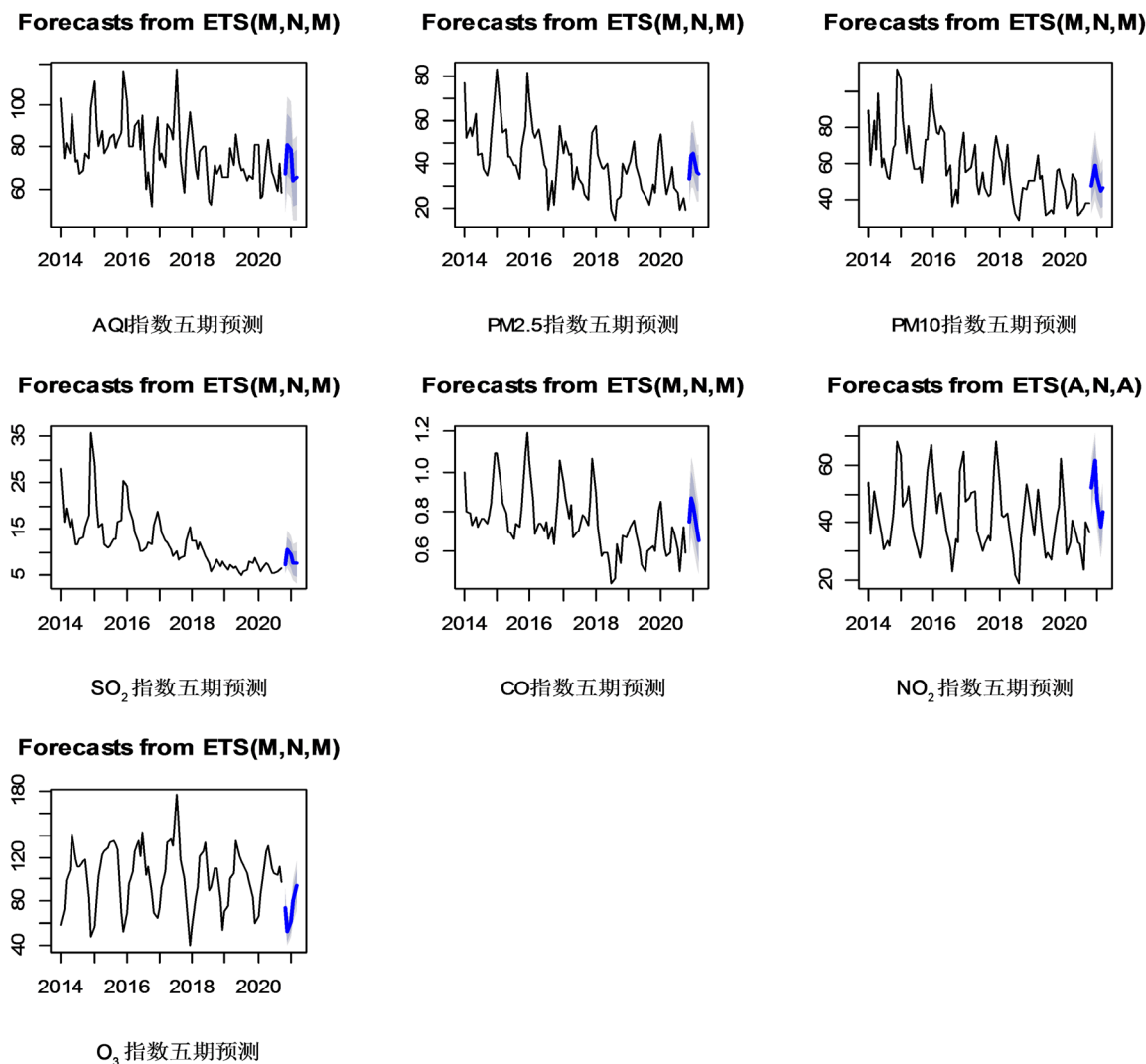
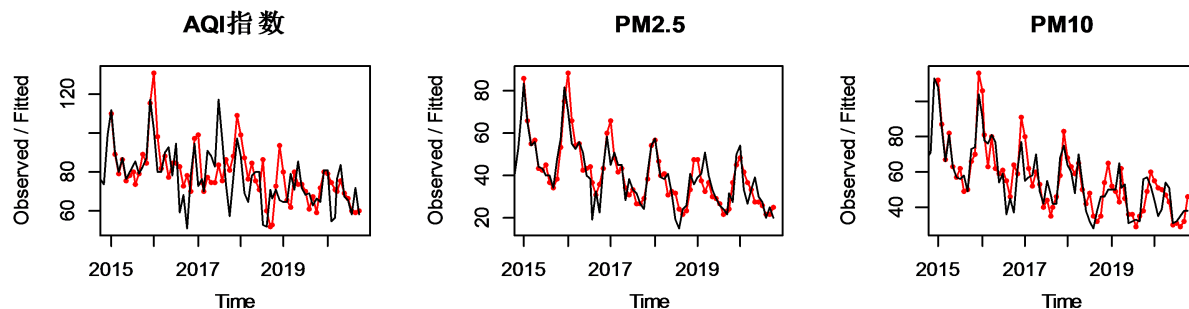
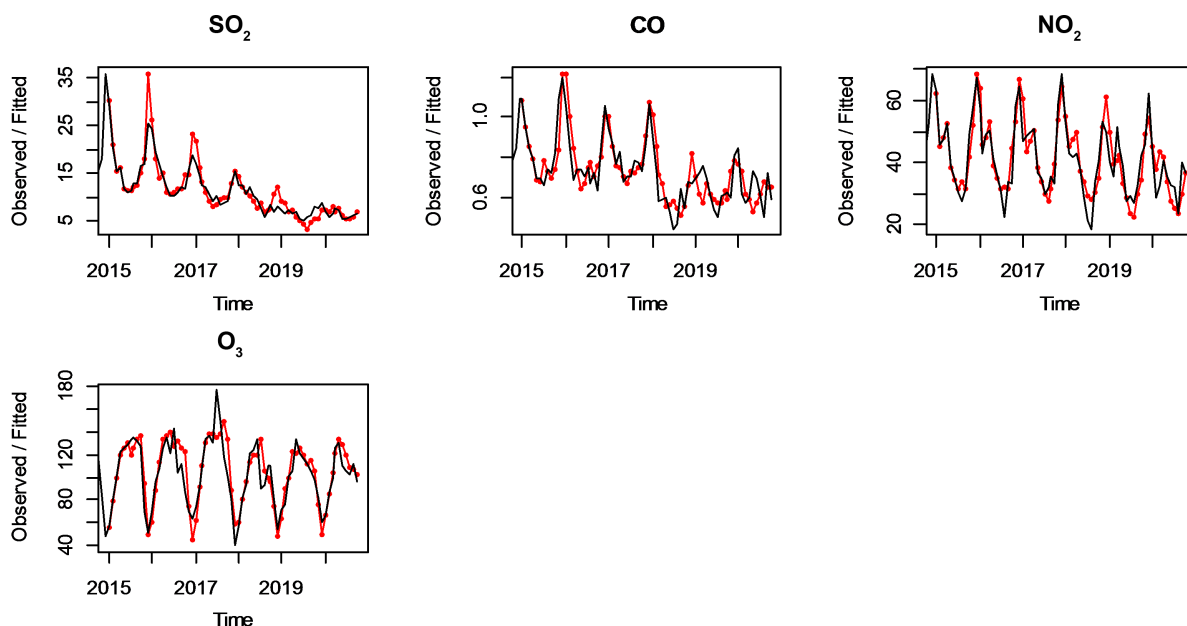


Figure 6. Five-phase forecast of seasonal model  
图 6. 季节模型五期预测

### 6.3. Holt-Winters 指数平滑法

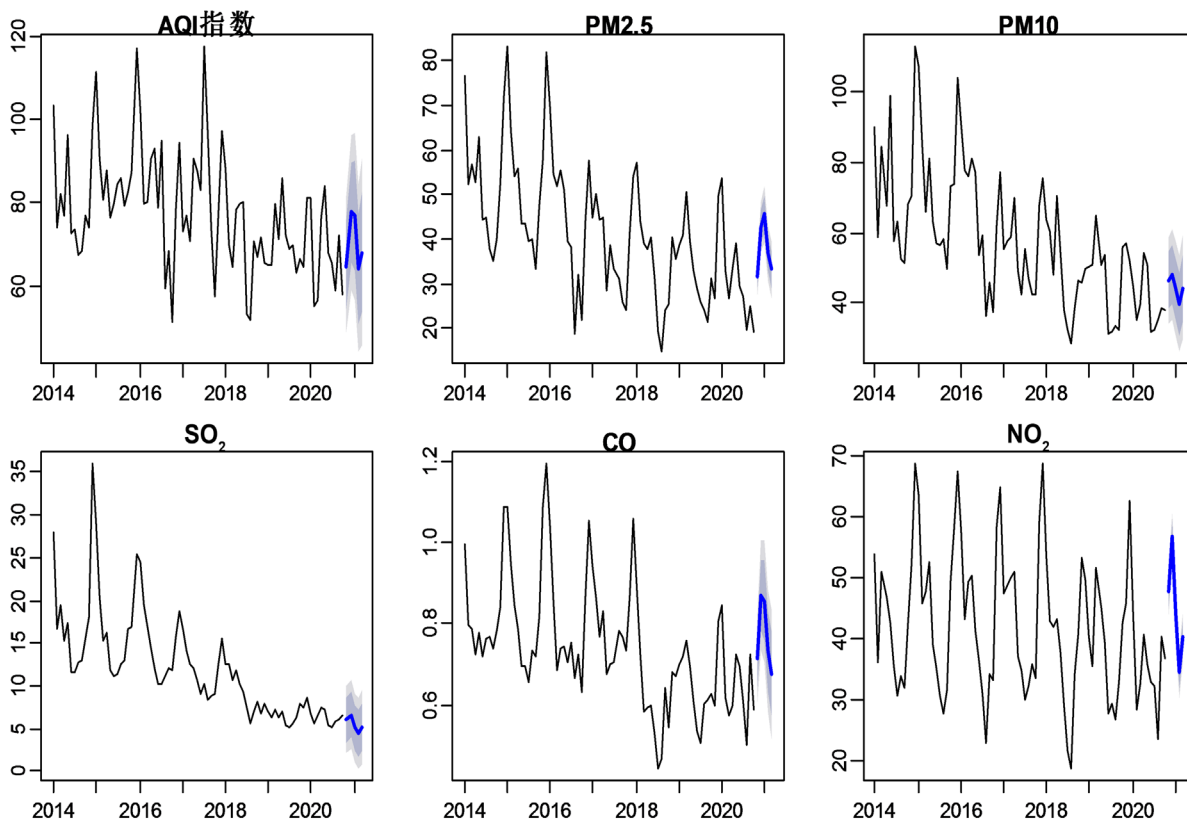
使用 Holt-Winters 指数平滑法可以有效提取序列中的长期趋势和季节周期性信息，图 7 中黑色折线为实际数据的时序图，红色为使用 Holt-Winters 指数平滑法进行拟合后的拟合曲线，所有指标的重合程度都比较高，拟合效果较好。





**Figure 7.** Holt-Winters exponential smoothing fitting  
**图 7.** Holt-Winters 指数平滑拟合

在此基础上对 AQI 指数, PM<sub>2.5</sub>, PM<sub>10</sub>, SO<sub>2</sub>, CO, NO<sub>2</sub>, O<sub>3</sub> 共七项指标进行五期预测, 预测结果如图 8 所示。与季节模型的预测结果大致相似, 未来五个月内, 上海市 AQI 指数与各项空气污染物指标将在 2020 年十二月达到峰值, 然后回落, 呈长期下降趋势。





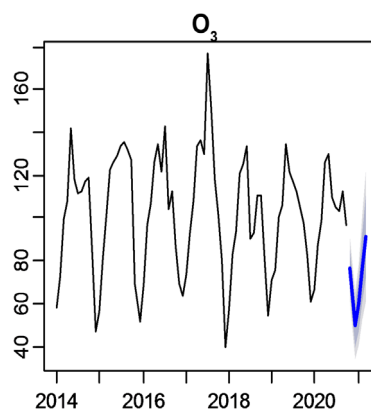


Figure 8. Holt-Winters five-phase forecast  
图 8. Holt-Winters 五期预测

#### 6.4. 预测分析

根据模型拟合结果我们列出了季节模型和 Holt-Winters 指数平滑两种方法的预测值, 预测区间和实际值对比, 在此列出了 AQI 指数(表 2), PM2.5 (表 3), PM10 (表 4)的预测结果, SO<sub>2</sub>, NO<sub>2</sub>, CO, O<sub>3</sub> 的预测结果详见附件。

结果显示, 两种模型的预测结果都与实际情况高度相符, 实际值均落在预测值 80% 区间内, 说明模型对未来空气质量及污染物特征的预测具有很高的准确度。

Table 2. AQI prediction value  
表 2. AQI 预测值

	季节模型		Holt-Winters 指数平滑		实际值
	预测值	取值范围	预测值	取值范围	
Nov 2020	66.75264	[54.8515, 78.65373]	64.82058	[54.28954, 75.35163]	58
Dec 2020	81.14157	[66.14654, 96.1366]	77.59422	[65.46754, 89.72090]	81
Jan 2021	78.39404	[63.41278, 93.3753]	76.76750	[63.64654, 89.88846]	74
Feb 2021	64.14632	[51.49599, 76.79663]	64.31289	[51.15941, 77.46638]	
Mar 2021	65.26313	[52.00535, 78.52091]	68.11923	[53.58811, 82.65035]	

Table 3. PM2.5 prediction value  
表 3. PM2.5 预测值

	季节模型		Holt-Winters 指数平滑		实际值
	预测值	取值范围	预测值	取值范围	
Nov 2020	47.48762	[37.55236, 57.42288]	46.46951	[38.41329, 54.52573]	44
Dec 2020	58.60425	[46.01948, 71.18901]	47.96538	[39.45462, 56.47614]	53
Jan 2021	52.0055	[40.55732, 63.45367]	43.86917	[35.06736, 52.67097]	76
Feb 2021	44.5213	[34.48598, 54.55661]	39.64594	[30.61702, 48.67487]	
Mar 2021	46.45474	[35.74404, 57.16544]	44.04188	[34.28026, 53.80350]	

**Table 4.** PM10 prediction value  
**表 4.** PM10 预测值

	季节模型		Holt-Winters 指数平滑		实际值
	预测值	取值范围	预测值	取值范围	
Nov 2020	47.48762	[37.55236, 57.42288]	46.46951	[38.41329, 54.52573]	44
Dec 2020	58.60425	[46.01948, 71.18901]	47.96538	[39.45462, 56.47614]	53
Jan 2021	52.0055	[40.55732, 63.45367]	43.86917	[35.06736, 52.67097]	76
Feb 2021	44.5213	[34.48598, 54.55661]	39.64594	[30.61702, 48.67487]	
Mar 2021	46.45474	[35.74404, 57.16544]	44.04188	[34.28026, 53.80350]	

线性拟合结果表明, 未来的一段时间里, AQI 指数, 空气污染物含量仍然将保持下降趋势, 这表明我国长期以来的环境保护和空气质量治理工作取得了切实成效。由于冬季气候干燥, 从气象学角度本就容易产生空气污染, 加之取暖等煤炭燃烧, 导致了每年十一月, 十二月, 到次年一月间, 空气污染尤其严重, 数据呈现的季节性周期波动符合这一客观事实。

综上所述, 我们认为在未来的一段时间, 空气质量将长期持续得到改善, 空气污染物含量将持续呈整体下降趋势, 具体数值将围绕趋势周期性波动。在每年冬季达到周期内的峰值。

## 7. 模型评价

### 7.1. 模型优点

- 1) 采用两种模型对同一序列进行分析, 相互对照补充, 使结论更加完整准确。
- 2) 短期内预测值与实际值贴合良好, 准确度高, 具有较高的参考价值。
- 3) 充分利用了周期性特征, 对信息的利用提取较为充分。

### 7.2. 模型缺点

由于文章完成时, 五期预测中, 一月只有前二十天的实际值, 二月, 三月还没到来, 无法获取实际值, 因此后续预测结果有待完善补充。

## 8. 总结

本文使用季节模型和 Holt-Winters 指数平滑法, 对上海市 2014 年一月到 2020 年十月的 AQI 指数, PM2.5 浓度, PM10 浓度, SO<sub>2</sub> 浓度, NO<sub>2</sub> 浓度, CO 浓度, O<sub>3</sub> 浓度进行时间序列建模, 并采用季节模型与 Holt-Winters 指数平滑法对序列进行拟合, 得到五期预测值。有效准确地拟合了上海市近年来的空气质量与空气污染物特征, 对未来上海市空气质量和污染治理具有很好的参考价值。

## 基金项目

国家级大创项目资助(项目编号: 202012026040)。

## 数据来源

- 1) <https://www.aqistudy.cn/historydata/> PM2.5 历史数据。
- 2) <https://www.cnki.net/> 中国知网。

---

## 参考文献

- [1] 白晓东. 应用时间序列分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2017.
- [2] 何书元. 应用时间序列分析[M]. 北京: 北京大学出版社, 2003.
- [3] 张鲁玉, 孙亮, 马兰, 鲁嶝, 陈雪娇, 田庆丰. SARIMA 模型和 Holt-winters 模型在我国丙肝月报告发病人数预测中的应用比较[J]. 现代预防医学, 2020, 47(21): 3855-3858, 3951.

## 附录

### 附录一. SO<sub>2</sub>, NO<sub>2</sub>, CO, O<sub>3</sub> 诊断图

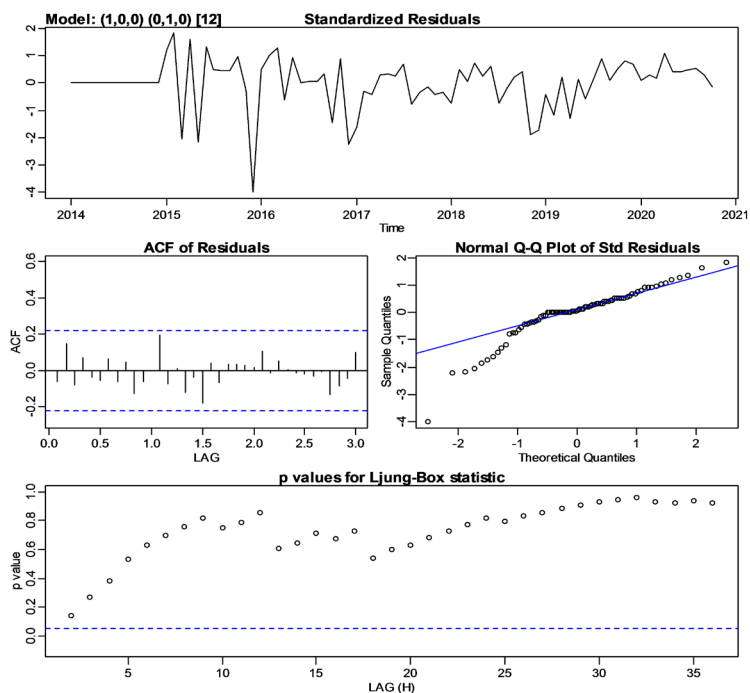


Figure 9. Diagnosis of SO<sub>2</sub> seasonal model  
图 9. SO<sub>2</sub> 季节模型诊断图

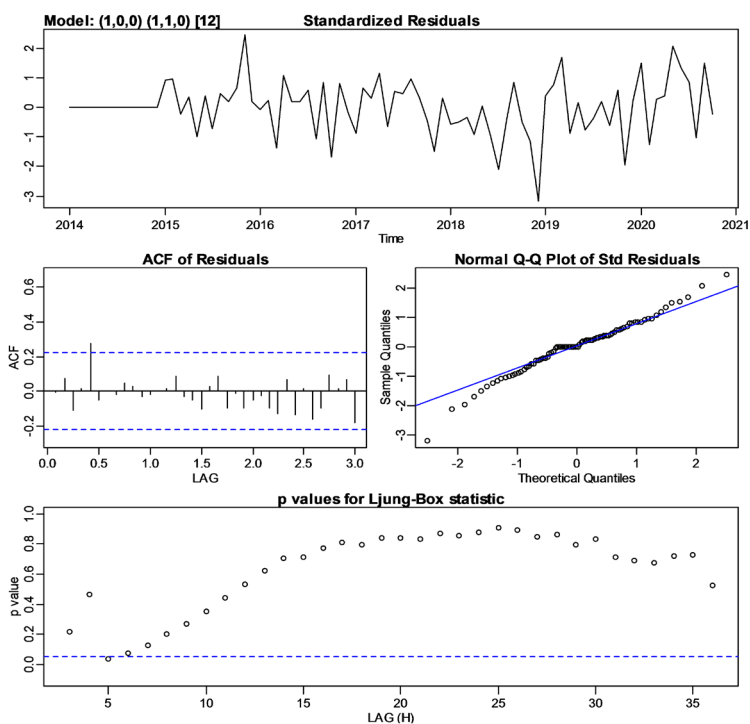


Figure 10. Diagnosis of CO seasonal model  
图 10 CO 季节模型诊断图

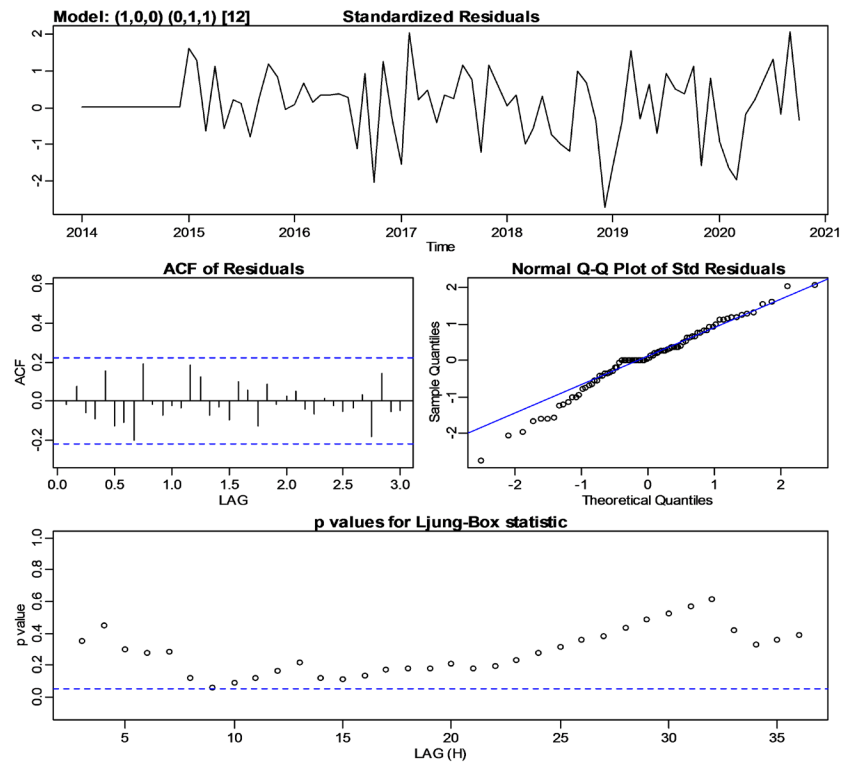


Figure 11. Diagnosis of NO<sub>2</sub> seasonal model

图 11. NO<sub>2</sub> 季节模型诊断图

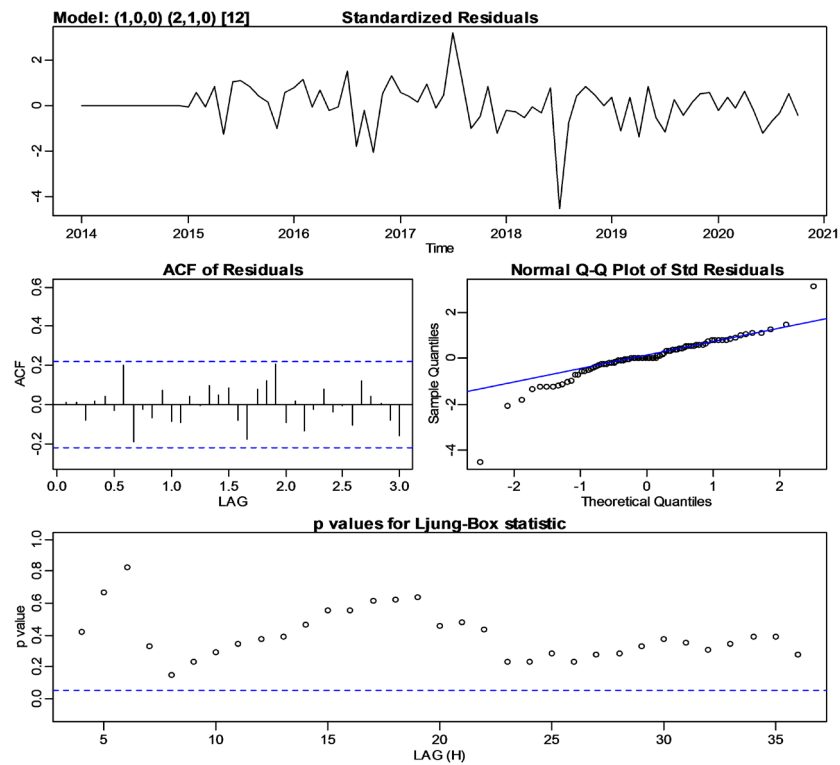


Figure 12. Diagnosis of O<sub>3</sub> seasonal model

图 12. O<sub>3</sub> 季节模型诊断图

## 附录二. 五期预测值对比表

Table 5. SO<sub>2</sub> prediction value表 5. SO<sub>2</sub> 预测

	季节模型		Holt-Winters 指数平滑		实际值
	预测值	取值范围	预测值	取值范围	
Nov 2020	7.291772	[5.90929, 8.67425]	6.018399	[3.43252, 8.60428]	7
Dec 2020	10.70567	[8.05739, 13.35595]	6.657627	[4.007363, 9.30789]	7
Jan 2021	9.298519	[6.55869, 12.03834]	5.110064	[2.44811, 7.772017]	
Feb 2021	7.647085	[5.07839, 10.21578]	4.462943	[1.76875, 7.15713]	
Mar 2021	7.560434	[4.73931, 10.38155]	5.155264	[2.334124, 7.97641]	

Table 6. CO prediction value

表 6. CO 预测

	季节模型		Holt-Winters 指数平滑		实际值
	预测值	取值范围	预测值	取值范围	
Nov 2020	0.74	[0.64, 0.85]	0.71	[0.64, 0.79]	0.64
Dec 2020	0.87	[0.74, 1.00]	0.87	[0.78, 0.96]	0.781
Jan 2021	0.83	[0.70, 0.96]	0.86	[0.75, 0.96]	
Feb 2021	0.71	[0.59, 0.83]	0.73	[0.63, 0.83]	
Mar 2021	0.66	[0.54, 0.77]	0.67	[0.57, 0.78]	

Table 7. O<sub>3</sub> prediction value表 7. O<sub>3</sub> 预测

	季节模型		Holt-Winters 指数平滑		实际值
	预测值	取值范围	预测值	取值范围	
Nov 2020	74.37	[62.79, 85.96]	76.56	[67.2, 85.92]	78
Dec 2020	51.39	[43.33, 59.44]	49.93	[39.86, 59.98]	57
Jan 2021	61.96	[52.18, 71.72]	59.57	[47.18, 71.96]	
Feb 2021	79.79	[67.13, 92.44]	76.65	[60.62, 92.67]	
Mar 2021	93.97	[78.97, 108.95]	91.22	[71.53, 110.91]	

Table 8. NO<sub>2</sub> prediction value表 8. NO<sub>2</sub> 预测

	季节模型		Holt-Winters 指数平滑		实际值
	预测值	取值范围	预测值	取值范围	
Nov 2020	52.12	[45.61, 58.62]	47.64	[45.08, 50.19]	42
Dec 2020	61.49	[54.93, 68.06]	56.68	[54.09, 59.26]	55
Jan 2021	48.15	[41.53, 54.77]	44.15	[41.56, 46.75]	
Feb 2021	38.04	[31.36, 44.72]	34.4	[31.8, 36.99]	
Mar 2021	43.81	[37.08, 50.55]	40.14	[37.48, 42.79]	

## 附录三. 原始数据

	AQI	PM2.5	PM10	SO <sub>2</sub>	CO	NO <sub>2</sub>	O <sub>3</sub>
14.1	103.0967742	76.61290323	89.96774194	28	0.996774194	53.67741935	58.19354839
14.2	74.10714286	52.32142857	58.57142857	16.64285714	0.796428571	36.17857143	72.53571429
14.3	82.03225806	56.87096774	84.22580645	19.32258065	0.787096774	51.03225806	99.61290323
14.4	76.73333333	52.93333333	67.4	15.3	0.726666667	46.66666667	108.0333333
14.5	96.03225806	62.80645161	99.29032258	17.35483871	0.777419355	42.38709677	142.0967742
14.6	72.46666667	44.13333333	57.73333333	11.6	0.72	35.4	118.2
14.7	73.58064516	44.93548387	63	11.61290323	0.764516129	30.67741935	111.5806452
14.8	67.35483871	37.90322581	52.48387097	12.74193548	0.767741935	33.77419355	112.4193548
14.9	68.56666667	35.23333333	51.5	13	0.74	31.86666667	116.8333333
14.10	76.93548387	39.87096774	68.32258065	15.5483871	0.780645161	42.41935484	118.7096774
14.11	74.26666667	52.2	70.6	18	0.843333333	52.23333333	83.66666667
14.12	98.74193548	71.77419355	112.9032258	36	1.090322581	68.4516129	47.35483871
15.1	111.4516129	83.03225806	107.5806452	29.19354839	1.090322581	63.32258065	56.41935484
15.2	90.39285714	64.39285714	84.89285714	20.32142857	0.946428571	45.60714286	80.85714286
15.3	80.51612903	54.09677419	65.96774194	15.29032258	0.84516129	47.77419355	101.5806452
15.4	87.8	55.8	80.96666667	16.13333333	0.79	52.5	122.1333333
15.5	76.58064516	43.64516129	63	11.74193548	0.696774194	38.90322581	125.8387097
15.6	79.93333333	43.26666667	56.96666667	11.06666667	0.696666667	35.23333333	129.1666667
15.7	84.25806452	39.38709677	56.5483871	11.48387097	0.658064516	30.51612903	133.8709677
15.8	86	39.83870968	57.77419355	12.64516129	0.735483871	27.58064516	135
15.9	79.06666667	33.53333333	49.43333333	12.96666667	0.72	31.5	132.1
15.1	82.48387097	47.35483871	73.25806452	16.67741935	0.816129032	49.19354839	126.7096774
15.11	87.1	57.5	73.86666667	16.9	1.09	57.96666667	69.36666667
15.12	116.8064516	81.74193548	104.1612903	25.35483871	1.196774194	67.32258065	51.51612903
16.1	101.6451613	69.77419355	90.51612903	24.48387097	1.04516129	57.38709677	69.25806452
16.2	79.89655172	54.4137931	77.65517241	19.48275862	0.855172414	43.06896552	96.82758621
16.3	80.12903226	52.06451613	75.96774194	16.80645161	0.683870968	49.25806452	106.6451613
16.4	90.4	55.6	81	14.36666667	0.736666667	50.23333333	125.9666667
16.5	92.67741935	50.80645161	76.93548387	12.03225806	0.741935484	41.35483871	134.6774194
16.6	78.56666667	39.56666667	53.6	10.16666667	0.703333333	36.26666667	121.7666667
16.7	94.93548387	38.32258065	59.25806452	10.16129032	0.751612903	30.93548387	143.0322581
16.8	59.25806452	18.93548387	36.29032258	11.09677419	0.664516129	22.80645161	104
16.9	68.23333333	32.2	45.4	11.96666667	0.723333333	34.06666667	112.4
16.10	51.29032258	21.83870968	37.41935484	11.83870968	0.632258065	33.19354839	86.74193548
16.11	78.16666667	44.03333333	62.16666667	15.73333333	0.866666667	58.26666667	69.43333333
16.12	94.32258065	57.70967742	77.22580645	18.70967742	1.058064516	64.58064516	64.03225806
17.1	73.32258065	44.80645161	55.12903226	16.77419355	0.94516129	47.22580645	73.64516129
17.2	76.78571429	50.25	57.42857143	14.25	0.867857143	48.64285714	93.46428571

## Continued

17.3	70.70967742	44.48387097	58.35483871	12.41935484	0.767741935	50.03225806	107.7741935
17.4	90.73333333	44.66666667	70.03333333	12.03333333	0.83	50.76666667	133.4333333
17.5	87.93548387	28.38709677	48.77419355	10.67741935	0.674193548	36.93548387	136.483871
17.6	83.13333333	38.46666667	42.33333333	9.133333333	0.7	34.9	130
17.7	117.2580645	33.12903226	55.16129032	10.22580645	0.706451613	30.09677419	177.0645161
17.8	96.83870968	31.16129032	46.67741935	8.290322581	0.780645161	32.25806452	150.9032258
17.9	73.6	25.96666667	42.03333333	8.866666667	0.77	35.63333333	118.3
17.10	57.74193548	23.83870968	42.35483871	9.096774194	0.732258065	33.51612903	101.483871
17.11	77.5	41.46666667	67.6	12.53333333	0.863333333	59.06666667	80.16666667
17.12	97.03225806	54.12903226	75.25806452	15.41935484	1.061290323	68.58064516	39.32258065
18.1	88.35483871	57.32258065	63.74193548	12.5483871	0.890322581	53.38709677	57.29032258
18.2	69.78571429	44.03571429	60.46428571	12.46428571	0.725	42.71428571	82.82142857
18.3	64.83870968	38.96774194	47.96774194	10.70967742	0.580645161	41.74193548	93.58064516
18.4	78.06666667	37.7	70.4	11.93333333	0.593333333	43.26666667	121.1
18.5	79.83870968	40.5483871	53.87096774	10.19354839	0.596774194	37.74193548	125.0967742
18.6	80.23333333	31.5	38.03333333	9.266666667	0.53	28.86666667	133.4
18.7	53.48387097	19.22580645	32.35483871	7.548387097	0.441935484	21.67741935	90.16129032
18.8	52	14.64516129	28.09677419	5.64516129	0.467741935	18.74193548	93.35483871
18.9	70.76666667	24.03333333	38.56666667	7.1	0.64	34.16666667	110.8333333
18.10	67	25.41935484	46.32258065	8.161290323	0.54516129	40.64516129	110.0967742
18.11	71.53333333	40.36666667	45.86666667	6.8	0.68	53.16666667	81.2
18.12	65.51612903	35.67741935	49.83870968	7.838709677	0.670967742	49.61290323	54.25806452
19.1	65.3	38.6	50.23	7.09	0.698	40.22	71.3
19.2	65.21428571	40.82142857	50.53571429	6.285714286	0.721428571	35.53571429	75.78571429
19.3	79.67741935	50.67741935	65	7.322580645	0.758064516	51.51612903	100.3870968
19.4	71.06666667	39.63333333	50.86666667	6.4	0.696666667	45	106.0333333
19.5	85.87096774	32.93548387	53.35483871	6.967741935	0.606451613	39.16129032	134.4516129
19.6	72.1	28.86666667	31.33333333	5.466666667	0.536666667	27.6	121.2666667
19.7	68.90322581	25.61290323	31.67741935	5.096774194	0.503225806	29.35483871	116.9354839
19.8	69.77419355	24.03225806	33.51612903	5.548387097	0.603225806	26.90322581	112.6129032
19.9	63.33333333	21.33333333	32.3	6.266666667	0.613333333	32.73333333	105.1
19.10	66.51612903	31.32258065	55.90322581	7.935483871	0.625806452	42.61290323	98.06451613
19.11	64.6	26.86666667	57.16666667	7.5	0.6	45.76666667	82.73333333
19.12	81.29032258	49.67741935	51.58064516	8.709677419	0.806451613	62.58064516	60.64516129
20.1	81.16129032	53.64516129	44.58064516	6.677419355	0.848387097	43.67741935	66.51612903
20.2	55.13793103	33	34.75862069	5.724137931	0.617241379	28.51724138	87.31034483
20.3	56.58064516	26.64516129	39.38709677	6.451612903	0.574193548	32.67741935	98.64516129
20.4	76.23333333	33.36666667	54.33333333	7.466666667	0.596666667	40.63333333	126.5666667
20.5	83.74193548	39.03225806	50.61290323	7.322580645	0.725806452	35.77419355	130.0645161
20.6	67.96666667	29.53333333	31.43333333	5.5	0.696666667	32.76666667	109.5333333



---

**Continued**

---

20.7	65.5483871	27.32258065	32.38709677	5.225806452	0.609677419	32.38709677	105.3548387
20.8	58.87096774	19.67741935	34.96774194	5.806451613	0.5	23.41935484	103.1935484
20.9	72.3	25.1	38.16666667	6.066666667	0.723333333	40.16666667	112.3333333
20.10	58.16129032	19.38709677	37.77419355	6.516129032	0.590322581	36.70967742	96.90322581

---