

基于SARIMA模型的重庆GDP的季节预测

耿春燕

重庆建筑工程职业学院, 重庆

收稿日期: 2022年7月21日; 录用日期: 2022年8月1日; 发布日期: 2022年8月15日

摘要

对1998Q1~2021Q3的重庆GDP季度数据, 利用R软件建立SARIMA模型, 对建立的模型进行优化评估, 并用该模型预测重庆2021的3季度GDP数据, 与真实数据进行比较, 以确定模型预测的准确性。根据建立的时间序列分析得到最优模型为 $SARIMA(2, 0, 3) \times (1, 1, 0)_4$, 预测值与实际值的平均相对误差为12.32%, SARIMA模型很好地拟合了重庆GDP的季度数据的趋势。可以利用SARIMA模型进行较准确的短期季度数据预测, 为重庆经济的发展提供参考。

关键词

季度GDP, SARIMA, 预测

Forecast of Chongqing Quarterly GDP Based on SARIMA Model

Chunyan Geng

Chongqing Vocational College of Architectural Engineering, Chongqing

Received: Jul. 21st, 2022; accepted: Aug. 1st, 2022; published: Aug. 15th, 2022

Abstract

Based on Chongqing quarterly GDP data from 1998Q1 to 2021Q3, the SARIMA model is established by R software. The model is optimized and evaluated, and is used to predict the three quarterly GDP data of Chongqing in 2021. It is compared with the real data to determine the accuracy of the model prediction. According to the established time series analysis, the optimal model is $SARIMA(2, 0, 3) \times (1, 1, 0)_4$, and the average relative error between the predicted value and the actual value is 12.32%. SARIMA model fits the trend of Chongqing quarterly GDP data well. SARIMA model can be used to predict short-term and quarterly data accurately, which can provide reference for the economic development of Chongqing.

Keywords

Quarterly GDP, SARIMA, Forecast

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

GDP (国内生产总值), 是一个国家(或地区)所有常住单位在一定时期内生产活动的最终成果。GDP 是国民经济核算的核心指标, 也是衡量一个国家或地区经济状况和发展水平的重要指标。重庆是国家中心城市, 是西部大开发的重要战略支点、处在“一带一路”与长江经济带的联结点, 还有成渝地区双城经济圈、西部陆海新通道等国家战略部署“加持”, 区位优势明显、战略意义重大。由此可见, 重庆重要的政治地位和地理位置对西部经济的发展起到了很重要的作用。目前有很多学者已经尝试使用各种模型对重庆 GDP 的年度数据进行分析 and 预测, 但缺乏对 GDP 季度数据的分析, 因而不能及时反映国家经济变化。季节波动的存在是许多经济现象的主要特征之一, 在经济分析中不能被忽视或消除因此从重庆 GDP 的季度数据出发, 分析其季节特征, 并及时预测未来变化是非常重要的。本文建立多元的回归模型 SARIMA 模型分析重庆 GDP 季度数据的内在因素, 并且对 GDP 进行短期预测。

差分自回归移动平均(differential autoregressive moving average, ARIMA)模型是由美国统计学家 Box 和英国统计学家 Jenkins 于 20 世纪 70 年代初提出的时间序列分析、预测和控制的方法, 又称 Box-Jenkins 法, 主要用于拟合具有平稳性或者可以被转换为平稳序列的时间序列。可以通过序列的规律性变化, 利用过去值和现在值预测未来值。但是, 当时间序列中有明显的时间趋势和季节性变化时, 使用 ARIMA 模型进行分析及预测往往预测结果不理想。因此出现了季节性 ARIMA 模型, 一特殊的季节模型如下式所示:

$$(1-B^s)(1-B)x_t = (1-\theta B)(1-\phi B^s)a_t$$

S 为时间序列的周期(periodicity of the series), a_t 为序列的白噪声(a white noise series), $|\theta| < 1$ 、 $|\phi| < 1$ [1]。

2. 本文模型的资料来源和建模过程

本文的重庆 GDP 数据来自于中国统计年鉴 1998Q1~2021Q3 的 GDP 季度数据。

首先对所建模的 GDP 季度数据进行一期差分。一期差分后的 ACF 显示高度的季节性相关特征, 所以进行一次 4 期差分。一次 4 期差分后的 ACF 图呈现下降形态, 但下降依然缓慢, 可能存在单位根。用使用 urca 程序包中 ur.df 函数进行检验式的判断与单位根的检验, 发现即一次 4 期差分后 GDP 时间序列是平稳的。

用 TSA 程序包的 eacf 来计算样本的 EACF 值, 估计可能的 p、q 值。从样本 EACF 图可以看到一个明显的倒三角区域, 其左上方断点在 $AR = 4$ 与 $MR = 4$ (相当于 4 期季节性一阶 SMA 1)处, 再结合 ACF 图与 PACF 图所看到的图形形态, 可以试着用 SARIMA(4, 0, 0) × (0, 1, 1)₄, 最后用程序选择多个 p、q、P、Q, 用 AIC 最小的准则, 选取最佳模型。

用 ACF 图和 Ljung-box 统计量检验残差是否符合白噪声, 以确定模型是否合适与充分。

用拟合值(原始序列值 + 残差)的算法, 将所有观察值的拟合值算出, 并跟原始数列比较来检验模型的可靠性[1]。

利用所建模型, 预测 2021 的 3 个季度 GDP 与实际值进行比较可看到来检验模型的预测性能。

3. ARIMA 模型对重庆 GDP 的预测及实证结果分析

对重庆 1998Q1~2021Q3 年 95 个 GDP 季节数据进行分析, 为了检验模型的预测能力, 现在选取前 92 个 GDP 季节数据即 1998Q1~2020Q3 用来建模, 利用所建模型预测后 2021 的 3 个季度 GDP 与实际值进行比较来检验模型的预测能力。

3.1. 数据平稳性检验与处理

根据 1998Q1~2021Q3 的重庆 GDP 数据, 画出时间序列图如图 1 所示。

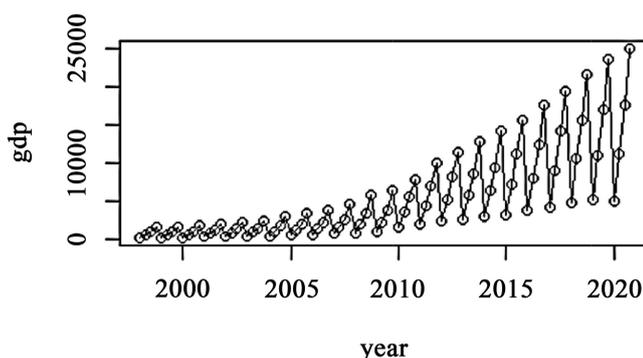


Figure 1. Time series of Chongqing quarterly GDP from 1998Q1 to 2020Q4

图 1. 重庆季节 GDP 时间序列图 1998Q1~2020Q4

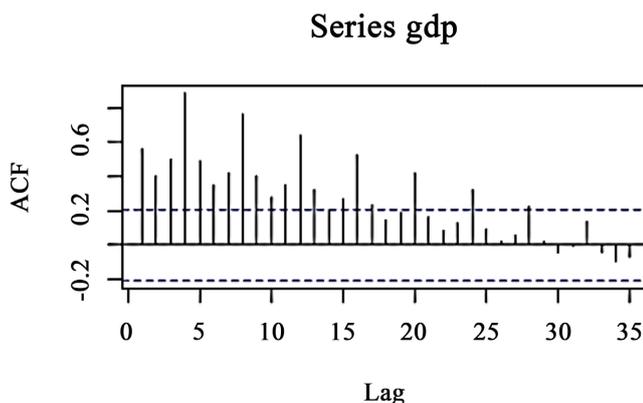


Figure 2. ACF of Chongqing quarterly GDP

图 2. 重庆季节 GDP 的 ACF 图

从图 1 中可以看出, GDP 的季节时间序列图呈周期性和季节性的波动, 画出 ACF 图(图 2), ACF 图显示样本衰减较慢, 对 GDP 做一阶差分。一期差分后的 ACF (图 3)显示, 4、8、12、16、20、24、28、32 期均显著不为 0, 下降趋势也是缓慢的, 因此至少可以做一次 4 期(季度)的季节性差分(图 4)。

一次 4 期差分后的 ACF 图(图 4)呈现下降形态, 但下降依然缓慢, 可能存在单位根。用使用 urca 程序包中 ur.df 函数进行检验式的判断与单位根的检验。

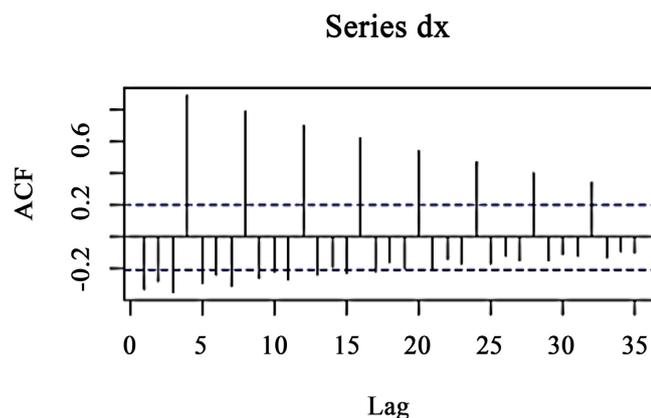


Figure 3. ACF of the first differenced series

图3. 一期差分后的 ACF

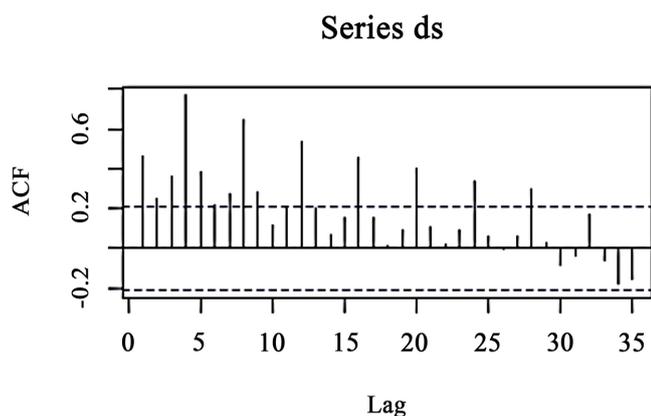


Figure 4. ACF of the seasonally differenced series

图4. 一次季节差分的 ACF

$$\Delta y_t = \gamma \gamma_{t-1} + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$\Delta y_t = a + \gamma \gamma_{t-1} + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2)$$

$$\Delta y_t = a + \gamma \gamma_{t-1} + \delta t + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3)$$

首先对带趋势项的式子即(3)中设定进行检验, 原假设, 检验统计量值 ϕ_3 为 29.2615, ϕ_3 的 1%, 5%, 10% 的显著性水平下的临界值分别为 8.73、6.49、5.47, 即在 5% 的显著性水平下拒绝原假设, 认为 GDP 时间序列采用带趋势项的(3)式进行单位根检验是合适的。在此用检验式下单位根检验的 τ_3 检验统计量值为 -7.65, τ_3 的 1%, 5%, 10% 的显著性水平下的临界值分别为 -4.04 -3.45 -3.15, 即 5% 的显著性水平下拒绝原假设, 认为不存在单位根, 一次 4 期差分后 GDP 时间序列是平稳的。用 PP.test (Phillips-perron Test) 检验, 也显示统计量为 -65.187, $p\text{-value} = 0.01$, 小于 0.05, 在 5% 水平下拒绝假设, 即一次 4 期差分后 GDP 时间序列是平稳的。

从季节性差分一次的样本 ACF (图 4) 和 PACF 图(图 5) 当中, 可以看出差分后的序列在 4 期、8 期的 ACF 和 PACF 值明显不等于 0, 并且在这些期的第 5、7 期等期数的 ACF 和 PACF 值明显也不等于 0, 因此本文建立 ARIMA 和季节性模型的混合模型, 即 SARIMA 模型。

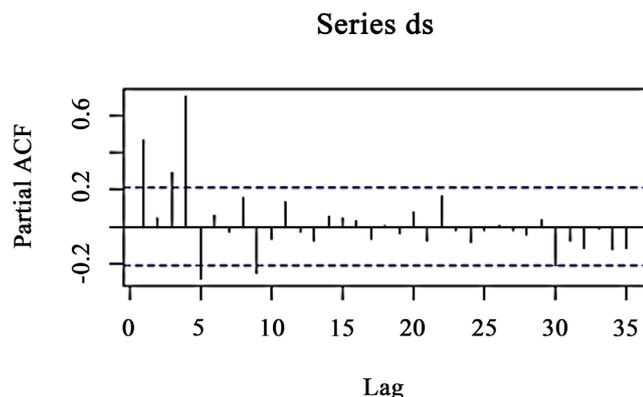


Figure 5. PACF of the seasonally differenced series
图 5. 一次季节差分的 PACF

3.2. 确定 SARIMA 模型的阶数

从上述分析得到，一次 4 期差分后 GDP 时间序列是平稳的。SARIMA 阶的确定与建模。用 TSA 程序包的 eacf 来计算样本的 EACF 值，估计可能的 p、q 值[2]。

AR/MA		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		X	X	X	X	X	O	X	X	X	O	O
1		O	X	O	X	O	O	O	X	X	O	O
2		O	O	O	X	O	O	O	X	X	O	O
3		X	O	X	X	O	O	X	X	O	O	O
4		X	O	O	X	O	O	O	O	O	O	O
5		O	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
6		O	O	O	O	O	X	O	O	O	O	O
7		O	O	O	O	O	X	O	O	O	O	O
8		X	X	O	X	X	O	O	O	O	O	O
9		X	X	O	X	X	X	O	X	O	O	O
10		X	X	O	O	O	O	O	X	O	O	O

Figure 6. Results of EACF
图 6. EACF 的结果图

从样本 EACF 图(图 6)可以看到一个明显的倒三角区域，其左上方断点在 AR = 4 与 MR = 4 (相当于 4 期季节性一阶 SMA1)处，再结合 ACF 图与 PACF 图所看到的图形形态，可以试着用 SARIMA(4, 0, 0) × (0, 1, 1)₄。

为了确定最优的阶数，用程序算出各种 ARIMA(p, d, q) × (P, D, Q)₄ 模型的 AIC 值，选取最小的 AIC 值的模型。程序显示，当 p = 2、q = 3、P = 1、Q = 0 时 AIC = 1262.761 达到最小。因此确定的模型为 SARIMA(2, 0, 3) × (1, 1, 0)₄。

3.3. 模型的检验

模型的残差序列必须是白噪声说明模型是合适和充分的。本文利用 ACF 图和 Ljung-box 统计量检验

残差是否符合白噪声。从残差的 ACF 图(图 7)中看出样本的自相关函数值都在二倍标准差以内,说明无明显自相关。Ljung-Box 统计量给出 $Q(12) = 5.67$ 、 $Q(15) = 6.10$, p 值为 0.46、0.41,均大于 0.05,即在 5%的水平下模型的残差并无显著的序列相关。从残差的 ACF 图和 Ljung-Box 统计量说明模型是合适和充分的。

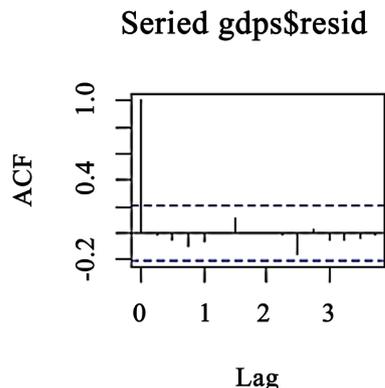


Figure 7. Sample ACF of residual series

图 7. 残差的 ACF 图

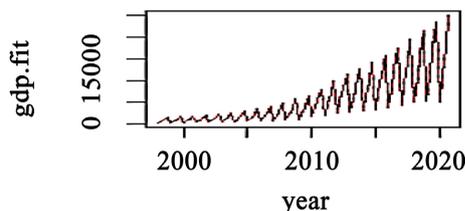


Figure 8. The fitted values (dashed line) and the actual observations (solid line) of GDP

图 8. GDP 的拟合值(虚线)与实际值(实线)

3.4. 拟合和预测

用拟合值(原始序列值 - 残差)的算法,将所有观察值的拟合值算出,并跟原始数列比较来检验模型的可靠性与准确性。图 8 显示模型和原始数据拟合很好,说明模型是可靠的和准确的。

利用 $SARIMA(2, 0, 3) \times (1, 1, 0)_4$ 模型,预测 2021 三个季度的重庆 GDP,预测结果如表所示,从表 1 分析可看到三个季度预测的平均误差为 12.32%,模型的预测性能准确。图 9 显示利用 R 软体做出的模型 3 步向前预测值,即 2021 三个季度的重庆 GDP 预测值与真实值的对比以及预测值 95%置信的区间预测上下线。

Table 1. Comparison of the forecasts and actual observations in $SARIMA(2, 0, 3) \times (1, 1, 0)_4$
表 1. $SARIMA(2, 0, 3) \times (1, 1, 0)_4$ 预测值与实际值的比较

年份	2021Q1	2021Q2	2021Q3
预测值	4991.48	11372.20	18278.96
标准差	274.03	313.50	336.27
实际值	5995.25	12900.00	19951.89
相对误差	16.74%	11.84%	8.38%

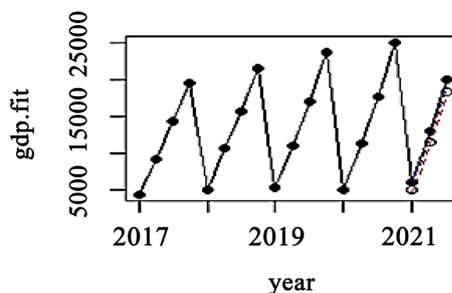


Figure 9. The forecasts (hollow circles) and actual observations (solid circles), and dashed lines show 95% interval forecasts from 2021Q1 to 2021Q3

图 9. 2021 三个季度的预测值(空心)与真实值(实心)及预测值 95%的区间预测上下线(虚线)

4. 结语

论文 1998Q1~2021Q3 的重庆 GDP 季度数据, 利用 R 软体建立 SARIMA 模型, 对其分析、建模, 并进行短期预测, 得出以下结论:

1998Q1~2021Q3 的重庆 GDP 季度数据呈现较为规律的以季度为周期的波动性, 根据预测量可以为政府制定相应政策提供数据参考。

通过 SARIMA 模型拟合 1998Q1~2021Q3 的重庆 GDP 季度数据发现模型 $SARIMA(2, 0, 3) \times (1, 1, 0)_4$ 能很好地拟合数据, 并且预测精度较高。预测值与实际值的平均相对误差为 12.32%。

SARIMA 模型是在原有 ARIMA 模型基础上加入时间序列的季度变化而形成的一种短期预测模型。该模型的缺点是突出时间序列暂不考虑外界因素影响, 因而存在着预测误差的缺陷, 当遇到外界因素发生较大变化, 往往会有较大偏差, 另外随着时间的增长, 预测能力下降[3]。

参考文献

- [1] Tsay, R.S. (2010) Analysis of Financial Time Series. 3rd Edition, Wiley, Hoboken, New Jersey, 58-61. <https://doi.org/10.1002/9780470644560>
- [2] 陈景祥. R 软件应用统计方法[M]. 大连: 东北财经大学出版社, 2014: 558-572.
- [3] 孙皖宁, 杨静, 杨依依, 刘桐同, 白晓东. 基于 SARIMA 模型对中国 GDP 分析及预测[J]. 中国集体经济, 2018(36): 78-80.