

应用Lotka-Volterra建模对高校师生关系的 量化分析

肖维轩, 师 玉

天津商业大学理学院, 天津

收稿日期: 2023年10月16日; 录用日期: 2023年11月30日; 发布日期: 2023年12月6日

摘 要

本文通过生态学视角建立了能够反映教师整体与学生个体之间绩效输出关系的合作互惠模型, 探究了教师与学生之间的动力学行为。以某高校统计学专业为例, 获取面板数据, 应用偏最小二乘法进行参数估计和模型检验, 验证了模型的有效性, 最后提出了提高高校师生绩效输出水平的建议和模型改进思路。

关键词

合作互惠模型, 面板数据, 偏最小二乘法

Quantitative Analysis on Teacher-Student Relationships Based on Lotka-Volterra Model

Weixuan Xiao, Yu Shi

School of Science, Tianjin University of Commerce, Tianjin

Received: Oct. 16th, 2023; accepted: Nov. 30th, 2023; published: Dec. 6th, 2023

Abstract

In this paper, dynamic behavior between teachers and students is explored by establishing a discrete cooperation or reciprocity model that can reflect the performance output relationship between the whole teacher and the individual student from the viewpoint of ecology. Taking statistics major of a university as an example, this paper obtains panel data, uses partial least square method for parameter estimation and model test, verifies the validity of the model, and finally puts forward some suggestions and model improvement ideas to improve the performance output level of teachers and students in universities.

Keywords

Cooperation or Reciprocity Model, Panel Data, Partial Least Square Method

Copyright © 2023 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

在教育情境中,合作是在教师与学生的关系性互动中最常见的形式之一,其强调教师与学生之间彼此配合、相互协作,促进教学活动的开展,教师与学生互相影响着对方的成绩以及发展[1][2]。良好的师生关系不仅会对学生的学习动机、学习投入、理解力、学习结果等产生积极的影响,也会对教师的工作满意度和工作态度起到积极的促进作用[3]。大学生相对于中小學生,思想更加成熟,独立思考能力更强,创造性思维更加活跃,如果他们能够融入教师的教学和科学研究中,不仅能使他们自身的科学素养得到很好的锻炼,也会促进教师的教学和科学研究的产出。因此,高校中师生关系的研究具有重要的理论和实践价值。

目前国内外对于师生关系的研究所依据的理论基础一般包括依恋理论[4][5]、交往理论[6][7]、现象学[8]、解释学[9]等,依据这些理论[10]-[15],师生关系定量分析中首先借助问卷调查,获取样本数据,做描述性统计以发现数据的相关性,进而借助结构方程、logistic 回归模型、混合增长模型等进行进一步的统计分析,探究变量之间的关系。Tygret [14]依据统计调查分析了教师如何影响学生的成长和学习成绩;Summers 等[15][16][17][18]利用层次线性建模技术,发现对成功抱有很高期望的教师往往会让学生感觉更加亲密,具有更融洽的师生关系。

不同于以上研究,本文从生态学视角出发,将生态学中的 Lotka-Volterra 建模原理应用于教师群体和学生个体之间关系的定量分析中,具体研究教师整体绩效输出和学生个体绩效输出之间的相互影响。“绩效”的原词“performance”的释义为“执行、履行、表现、成绩”,是个人或者群体特定时间内的可描述的工作行为和可衡量的工作结果,是特定时间内所能取得的工作成效的总和。因而教师整体绩效即为某个教师群体在一段时间内所取得的教科研成绩的总和,学生个体绩效为某学生个人在一段时间内取得的学业成绩总和。

本文研究目的在于:

- 1) 通过生态学视角建立数学模型,能够更好地研究教师群体和学生个体之间的关系;
- 2) 通过研究动力学行为及统计分析,能够为定量研究师生之间的关系并提高教学质量提供合理化建议。

2. 数据来源

本文以国内某高校统计系 15 位教师与统计学专业 25 位学生为研究对象,选取其各自七个学期的绩效输出作为数据,数据类型为面板数据。下面给出教师和学生的绩效量化原则。

2.1. 教师绩效

对于教师,绩效量化计算项除去课程教学外,还包括教学成果奖、指导学生竞赛获奖以及指导学生“大学生创新创业大赛”、教学论文等。考虑到科研促进教学,也把科研工作做了量化加入其中,然后

根据该校教学科研部门的量化准则, 量化为具体的分数。具体的教师绩效选择项列表见表 1。

按照该学校核算方式, 对于课程教学部分, 16 个课时的教学工作量等价于 1 个科研工作量(分值), 从而把教学工作量和科研工作都用分值表示。则教师的绩效量化分值可表示为:

$$\text{教师绩效输出分值} = \frac{\text{教学工作量}}{16} + \text{其他绩效分值}$$

Table 1. Teachers' performance options other than curriculum teaching

表 1. 教师除去课程教学外的绩效选择项

绩效组成	级别	绩效组成	级别
教学成果奖	国家级一等奖	教研论文	校级
	国家级二等奖		普通期刊
	省部级一等奖		中文核心期刊
	省部级二等奖		CSSCI 来源期刊 A1
	校级一等奖		CSSCI 来源期刊 A2
	校级二等奖		CSSCI 来源期刊 B1
			CSSCI 来源期刊 B2
指导学生竞赛	国家级一等奖	科研工作 (纵向项目)	A1 类项目
	国家级二等奖		A2 类项目
	国家级三等奖		A3 类项目
	省部级一等奖		B1 类项目
	省部级二等奖		B2 类项目
	省部级三等奖		B3 类项目
指导学生“双创”	校级一等奖	科研工作 专利(著作权)	PCT 国际专项
	校级二等奖		发明专利
	校级三等奖		实用新型
	国家级		外观设计
	省部级		软件著作权

注: 期刊、纵向项目分类按照该校科研部门分类列表, 此处省略。

2.2. 学生绩效

对于学生, 主要以学业成绩和其它加分项作为自身的绩效输出, 学生的加分包括四、六级加分、学科竞赛获奖加分、“大学生创新创业大赛”立项加分、获得职业资格证以及专业认证等组成, 根据该校的量化原则量化为具体的分数。具体的学生绩效选择项列表见表 2。

学生绩效输出分值可表示为:

$$\text{学生绩效输出分值} = \text{加权课程成绩} + \text{其它加分项加分}$$

Table 2. Students' performance options other than academic results (other bonus points)

表 2. 学生除去学业成绩外的绩效选择项(其它加分项)

加分组成	级别	加分组成	级别
学术论文加分	中文核心期刊	大学英语四、六级	四级
	被 SCI、EI、ISTP 收录		六级
	一般期刊		

Continued

学科竞赛加分	国家级一等奖 国家级二等奖 国家级三等奖 省部级一等奖 省部级二等奖 省部级三等奖	职业资格证以及 专业认证	教师资格证 计算机二级 数据分析师 证券从业资格 初级、中级会计
--------	--	-----------------	--

注：分值按照该校教务部门分类列表，此处省略。

3. 模型建立

教师与学生之间的关系与生态系统中蜜蜂与花朵之间的关系尤为相似，为合作互惠关系，但同时蜜蜂种群之间又存在竞争[16]。教师与学生为合作互惠关系，但学生与学生之间存在合作、竞争关系。因而可以建立如下的模型：

$$\begin{cases} y_i(k+1) = y_i(k) \left(m_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{25} n_{i,j} y_j(k) + l_i x(k) \right) \\ x(k+1) = x(k) \left(\phi - \sum_{i=1}^{25} \omega_i y_i(k) \right) \end{cases} \quad (1)$$

这里 $i = 1, 2, \dots, 25$ 。模型(1)也可以写作：

$$\begin{cases} y_1(k+1) = y_1(k) (m_1 - n_{1,2} y_2(k) - n_{1,3} y_3(k) - \dots - n_{1,25} y_{25}(k) + l_1 x(k)) \\ y_2(k+1) = y_2(k) (m_2 - n_{2,1} y_1(k) - n_{2,3} y_3(k) - \dots - n_{2,25} y_{25}(k) + l_2 x(k)) \\ \vdots \\ y_{25}(k+1) = y_{25}(k) (m_{25} - n_{25,1} y_1(k) - n_{25,2} y_2(k) - \dots - n_{25,24} y_{24}(k) + l_{25} x(k)) \\ x(k+1) = x(k) (\phi + \omega_1 y_1(k) + \omega_2 y_2(k) + \dots + \omega_{24} y_{24}(k) + \omega_{25} y_{25}(k)) \end{cases}$$

其中， k 表示学期，为正整数； $i, j = 1, 2, \dots, 25$ ，表示学生编号； $y_i(k)$ 表示第 k 学期第 i 个学生的个人绩效输出； $x(k)$ 表示 15 个教师整体在第 k 学期的绩效输出， m_i 表示第 k 时期第 i 个学生个人输出对第 $k+1$ 学期该学生个人绩效输出的影响(也可以看成自身努力程度)； $n_{i,j}$ 表示第 k 学期第 j 个学生的个人绩效输出对第 $k+1$ 个时期第 i 个学生的个人绩效输出的影响(表示学生个体间的影响程度)； l_i 表示第 k 学期 15 个教师整体输出对于第 $k+1$ 时学期第 i 个学生个人绩效输出的影响； ω_i 表示 25 个学生第 k 学期绩效输出对其第 $k+1$ 学期教师整体绩效体输出的影响， ϕ 表示教师整体的努力程度。

4. 参数估计及分析

基于获取的面板数据，利用偏最小二乘方法，可以得到模型(1)的参数估计结果。以第一个方程(第一个学生)为例，26 个未知参数，估计结果见表 3。

Table 3. Parameter estimated value of the first student's performance output equation
表 3. 第一个学生绩效输出方程的参数估计值

参数	估计值	参数	估计值
m_1	6.869387e-04	$n_{1,14}$	2.313160
$n_{1,2}$	0.579151	$n_{1,15}$	1.834469
$n_{1,3}$	1.101345	$n_{1,16}$	1.608985

Continued

$n_{1,4}$	3.146682	$n_{1,17}$	4.097375
$n_{1,5}$	0.350749	$n_{1,18}$	-0.22512
$n_{1,6}$	0.859044	$n_{1,19}$	3.053257
$n_{1,7}$	-3.194241	$n_{1,20}$	2.830196
$n_{1,8}$	-2.684534	$n_{1,21}$	2.160714
$n_{1,9}$	5.122656	$n_{1,22}$	-2.037534
$n_{1,10}$	-1.515073	$n_{1,23}$	0.810725
$n_{1,11}$	0.807430	$n_{1,24}$	4.636604
$n_{1,12}$	-0.2813670	$n_{1,25}$	0.455689
$n_{1,13}$	2.313160	l_1	32.87042

对回归方程进行 F 检验:

原假设 $H_0: m_j, n_j, l_1 = 0, j = 1, 2, \dots, 25$; 备择假设 H_1 : 参数不全为零。

回归方程的 F 统计量为 158.5 大于临界值, 相应的 P 值为 0.000723, 则拒绝原假设。因此, 在显著性水平 0.01 下, 有关教师整体的回归方程是显著的。

根据回归结果, 可以得出如下推断:

1) 第 7,8,10,12,18,22 名学生个体对第 1 名学生的输出绩效是竞争制约作用(参数符号为负, 体现竞争), 其余学生个体对第 1 名学生的输出绩效是激励促进作用(参数符号为正, 体现合作互惠), 说明创造积极向上的学习氛围有助于学生增强协作和竞争意识, 提高学习成效。

2) $l_1 = 32.87042$, 教师整体的绩效输出对于这名学生的输出绩效起到了更大的促进作用, 说明提高教师的教学科研水平对学生质量起着非常重要的作用。

其余方程中的参数估计值也类似得到。此外, 模型(1)具有预测功能, 进行第八学期的学生个人绩效输出和教师整体绩效输出的预测, 结果见表 4 (需要说明的是, 若输出估计值为负值, 则实际输出记为 0)。教师整体输出值预测为 126.48454。

Table 4. Estimated value of the individual student's eighth period output

表 4. 学生个体第八时期输出的估计值

学生(i)	个体绩效输出估计值(y_i)	学生(i)	个体绩效输出估计值(y_i)
1	21.26123	14	25.50031
2	9.723193	15	37.45476
4	33.15066	16	22.89532
3	0	17	0
5	0	18	23.46265
6	14.62625	19	0
7	15.92988	20	0
8	11.90039	21	14.93325
9	31.82788	22	25.79227
10	42.82531	23	13.88309
11	46.89316	24	39.56626
12	14.80103	25	13.55385
13	25.71418		

5. 结论

本文将生态学中的种群生长原理应用到师生关系的量化分析上, 所建立的模型(1)能够很好地解释教师群体和学生个体间的相互影响, 教师群体的绩效水平会影响学生个人的绩效水平, 反之, 学生个体的绩效水平同样会影响教师的整体绩效水平, 同时发现学生个体之间也会相互影响。

依据面板数据, 采用偏最小二乘法估计参数, 根据参数估计结果分析了影响学生个体绩效输出的因素, 结果发现, 如果要更好地提高学生的绩效输出水平, 一方面需要营造融洽、积极向上的学习氛围, 相互促进, 并提高竞争意识; 另一方面, 需要加强师资队伍建设, 提高教师的教学科研水平。

因为建立的模型是差分方程模型, 从定性分析角度, 还需要讨论模型正平衡点[16]的存在性及稳定性。针对于本文研究的问题, 希望学生和教师的绩效输出能够趋向于一个目标值(正平衡态), 这里我们给出了讨论此问题的思路。

应用差分方程的定性理论, 首先要讨论方程(1)正平衡点 $B(y_1^*, y_2^*, \dots, y_{25}^*, x^*)$ 的存在性, 即讨论下列方程组正解 $(y_1^*, y_2^*, \dots, y_{25}^*, x^*)$ 的存在性:

$$\begin{cases} y_i = y_i \left(m_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{25} n_{i,j} y_j + l_i x \right), i = 1, 2, \dots, 25 \\ x = x \left(\phi + \sum_{i=1}^{25} \omega_i y_i \right) \end{cases}$$

然后讨论正平衡点 $B(y_1^*, y_2^*, \dots, y_{25}^*, x^*)$ 的稳定性。方程(1)在 B 点处的雅可比矩阵 D 为:

$$\begin{bmatrix} m_1 - \sum_{j=2}^{25} n_{1,j} y_j^* + l_1 x^* & -n_{1,2} y_1^* & \cdots & -n_{1,25} y_1^* & l_1 y_1^* \\ -n_{2,1} y_2^* & m_2 - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 2}}^{25} n_{2,j} y_j^* + l_2 x^* & \cdots & -n_{2,25} y_2^* & -l_2 y_2^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -n_{25,1} y_{25}^* & -n_{25,2} y_{25}^* & \cdots & m_{25} - \sum_{j=1}^{24} n_{25,j} y_j^* + l_{25} x^* & l_{25} y_{25}^* \\ \omega_1 x^* & \omega_2 x^* & \cdots & \omega_{25} x^* & \phi + \sum_{i=1}^{25} \omega_i y_i^* \end{bmatrix}$$

矩阵 D 的特征方程为 $|\lambda E - D| = 0$ 。当特征根 $|\lambda| < 1$ 时, 平衡点 B 是渐近稳定的。

致谢

作者在此感谢审稿人提出的宝贵建议和意见, 使本文得以改进。

参考文献

- [1] 李瑛. 浅谈高校导师制中的师生合作关系[J]. 交通高教研究, 2004(4): 45-46.
- [2] 沈洁, 张驰. 信息时代视角下高校师生关系的新活力——合作[J]. 管理观察, 2013(28): 56-58.
- [3] 陶丽, 李子建. 国外师生关系研究进展探析[J]. 比较教育研究, 2016, 38(3): 61-68.
- [4] Bowlby, J. (1969) *Attachment and Loss: Vol. 1: Attachment*. Basic Books, New York.
- [5] Liu, P.P, Savitz-Romer, M., Perella, J., Hill, N.E. and Liang, B. (2018) Student Representations of Dyadic and Global Teacher-Student Relationships: Perceived Caring, Negativity, Affinity, and Differences across Gender and Race/Ethnicity. *Contemporary Educational Psychology*, **54**, 281-296. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2018.07.005>
- [6] Horowitz, L.M. and Strack, S. (2011) *Handbook of Interpersonal Theory: Theory, Research, Assessment, and Thera-*

- peutic Interventions. John Wiley & Sons, Hoboken, NJ. <https://doi.org/10.1002/9781118001868>
- [7] Sun, X.J., Pennings, H.J.M., Mainhard, T. and Wubbels, T. (2019) Teacher Interpersonal Behavior in the Context of Positive Teacher-Student Interpersonal Relationships in East Asian Classrooms: Examining the Applicability of Western Findings. *Teaching and Teacher Education*, **86**, Article ID: 102898. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2019.102898>
- [8] Aultman, L.P., Williams-Johnson, M.R. and Schutz, P.A. (2009) Boundary Dilemmas in Teacher-Student Relationships: Struggling with “the Line”. *Teaching and Teacher Education*, **25**, 636-646. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2008.10.002>
- [9] 李文敬. 浅议高校师生关系的转变——从“师道尊严”到“合作伙伴” [J]. 文教资料, 2006(34): 24-25.
- [10] Murray, A.L., Malti, T., Sulger, P., Ribeaud, D. and Eisner, M. (2017) A Non-Bipartite Propensity Score Analysis of the Effects of Teacher-Student Relationships on Adolescent Problem and Prosocial Behavior. *Journal of Youth and Adolescence*, **46**, 1661-1687. <https://doi.org/10.1007/s10964-016-0534-y>
- [11] Scherzinger, M. and Wettstein, A. (2019) Classroom Disruptions, the Teacher-Student Relationship and Classroom Management from the Perspective of Teachers, Students and External Observers: A Multimethod Approach. *Learning Environments Research*, **22**, 101-116. <https://doi.org/10.1007/s10984-018-9269-x>
- [12] 翁异静, 邓群钊, 吴嫣然, 杜磊. 高校师生信任对教学质量影响的研究——以浙江省4所高校为例[J]. 浙江科技学院学报, 2018, 30(2): 149-158.
- [13] 马力, 姜蓓蓓, 杨瑞. 师生关系对大学生学习投入的影响研究——基于北京市属高校的调查数据[J]. 思想教育研究, 2017(7): 121-124.
- [14] Tygret, J.A. (2017) The Influence of Student Teachers on Student Achievement: A Case Study of Teacher Perspectives. *Teaching and Teacher Education*, **66**, 117-126. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2017.04.005>
- [15] Summers, J.J., Davis, H.A. and Hoy, A.W. (2017) The Effects of Teachers’ Efficacy Beliefs on Students’ Perceptions of Teacher Relationship Quality. *Learning and Individual Differences*, **53**, 17-25. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2016.10.004>
- [16] 宋靛. Lotka-Volterra 生态系统[D]: [博士学位论文]. 长春: 吉林大学, 2009.
- [17] Xie, R. and Jiang, J. (2022) Creativity: The Effectiveness of Teacher-Student Conflict. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, **19**, Article 1628. <https://doi.org/10.3390/ijerph19031628>
- [18] Wu, G. and Zhang, L. (2022) Longitudinal Associations between Teacher-Student Relationships and Prosocial Behavior in Adolescence: The Mediating Role of Basic Need Satisfaction. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, **19**, Article 14840. <https://doi.org/10.3390/ijerph192214840>