

Discussion on Influencing Factors of Jiangxi Province's Economic Growth Based on Cobb Douglas Function

Si Yu, Shun Xiao, Huimin Xin, Leqi Yang, Huqin Yan

Xiamen National Accounting Institute, Xiamen Fujian
Email: xhm-1234@foxmail.com

Received: May 12th, 2020; accepted: May 28th, 2020; published: Jun. 4th, 2020

Abstract

Based on the Cobb Douglas function, this paper selects Jiangxi Province's labor input, capital stock, fossil energy input and GDP (expenditure method) and other data related to economic growth from 1995 to 2018 to analyze its impact. Through fitting, the marginal output, editing elasticity, marginal technology replacement rate and technological progress coefficient are fitted and analyzed, and suggestions are drawn.

Keywords

Cobb Douglas Function, Jiangxi Province, Economic Growth, Influencing Factors

基于柯布道格拉斯函数的江西省经济增长影响因素探讨

余 偲, 肖 顺, 辛慧敏, 杨乐祺, 阎虎勤

厦门国家会计学院, 福建 厦门
Email: xhm-1234@foxmail.com

收稿日期: 2020年5月12日; 录用日期: 2020年5月28日; 发布日期: 2020年6月4日

摘 要

本文根据柯布道格拉斯函数, 选取江西省1995~2018年劳动投入量、资本存量、化石能源投入量以及GDP

文章引用: 余偲, 肖顺, 辛慧敏, 杨乐祺, 阎虎勤. 基于柯布道格拉斯函数的江西省经济增长影响因素探讨[J]. 世界经济探索, 2020, 9(2): 33-42. DOI: 10.12677/wer.2020.92005

(支出法)等与经济增长相关的数据,分析其影响。通过拟合分析,对边际产出、边际弹性、边际技术替代率和技术进步系数进行拟合分析,并对江西省未来经济发展提出相关建议。

关键词

柯布道格拉斯函数,江西省,经济增长,影响因素

Copyright © 2020 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

借助改革开放的春风,江西省在 40 年来在经济方面取得了突飞猛进的发展。2019 年,全省实现生产总值 24,757.5 亿元,较去年同比增长 8%,位于全国前列;人均地区生产总值突破 50,000 元,达 53,164 元。但江西作为欠发达省份,仍然存在经济总量不大、质量不高等问题,与发达的经济沿海地区相比存在很大的差距,发展步伐受到诸多因素的限制。

2020 年 4 月 13 日,国务院发布《关于同意设立江西内陆开放型经济试验区的批复》,江西内陆开放型经济试验区将是中部地区的首个内陆开放型经济试验区。内陆开放型经济是指具有内陆地区发展特点的开放型经济。基于内陆地区的区位差异,与外向型经济比较,它更强调经济发展的全面协调的可持续性,更加注重提高贸易产品的质量和科技含量,以提升区域对外开放的整体功能和区域创新能力。此外,开放型经济以降低关税壁垒和提高资本自由流动程度为主,因此它注重发挥比较优势,对资本流动限制较少。这是新时代江西迎来的具有里程碑意义的重大国家战略机遇[1]。因此,研究江西省经济增长问题,对如何充分把握这次机遇、促进区域协同发展具有重要的经济发展意义。

为了避免单因素分析的缺陷,本文选取了江西省 1995~2018 年的数据,利用现代工具 python 进行柯布-道格拉斯模型拟合,研究资本、劳动、能源、技术四个经济发展要素与江西省生产总值的关系,并基于拟合结果进行进一步分析。

柯布-道格拉斯生产函数最初是美国数学家柯布(C. W. Cobb)和经济学家保罗·道格拉斯(Paul H. Douglas)共同探讨投入和产出的关系时创造的生产函数,用来预测国家和地区的工业系统或大企业的生产和分析发展生产的途径的一种经济数学模型[2]。近年来,运用柯布-道格拉斯生产函数及其变形对影响经济增长的资本和劳动及技术等要素进行研究的文章很多。例如石贤光(2011)选取了劳动力、资本并把能源这一新要素加入了柯布-道格拉斯生产函数,进行了回归分析,得出河南省经济增长主要依靠劳动资本和能源的投入[3]。杨欢(2015)等运用柯布-道格拉斯生产函数对资本、劳动和技术这三大生产要素的投入各自对四川省经济增长的贡献进行了实证分析[4]。邓雨婷(2018)基于柯布-道格拉斯生产函数研究了经济增长、劳动投入与资本投入之间的关系[5]。骆娜、黄文姗(2018)运用柯布-道格拉斯生产函数测算了资本和劳动力对经济增长的贡献率[6]。

2. 数据来源及研究方法

2.1. 数据来源

柯布道格拉斯函数在经济分析中常常被用来分析经济变量之间的特殊关系,因此本文选取江西省

1995~2018 年的数据, 如表 1, 包括劳动投入量、资本存量、化石能源投入量以及 GDP (支出法)等, 数据主要来源于江西统计局出版的《江西统计年鉴》。

Table 1. Jiangxi Province historical GDP and economic growth factor input table

表 1. 江西省历史 GDP 及经济增长要素投入表

年份	劳动投入量(万人)	资本存量(亿元)	化石能源投入量(万吨标准煤)	GDP (亿元)
1995	2653.30	325.550	2148.19	1177.26
1996	2735.40	395.850	1947.62	1413.70
1997	2768.80	477.300	1878.23	1596.56
1998	2809.10	520.820	1817.01	1719.01
1999	2830.20	552.670	1938.61	1831.25
2000	2898.20	605.540	2200.14	1982.17
2001	2898.50	696.700	2326.04	2161.75
2002	2911.60	931.800	2654.37	2460.49
2003	3016.60	1269.92	3315.00	2815.35
2004	3073.50	1633.53	3412.39	3476.90
2005	3130.00	1922.10	3900.27	4078.32
2006	3210.40	2422.06	4235.56	4836.96
2007	3290.60	2982.33	4653.35	5823.35
2008	3353.04	3675.71	4790.83	7008.83
2009	3413.80	4082.63	5144.06	7700.34
2010	3417.60	4740.28	5545.73	9483.50
2011	3480.50	5785.75	6217.17	11,738.45
2012	3495.50	6301.13	6233.32	12,987.99
2013	3524.70	6774.22	6854.94	14,452.19
2014	3551.60	6876.92	7040.42	15,759.45
2015	3577.60	7706.00	7326.89	16,780.89
2016	3606.80	9029.49	7512.95	18,388.59
2017	3624.20	9738.41	7688.04	20,006.31
2018	3639.10	10,735.61	7957.23	21,984.78

数据资料显示, 自 1995 年三种要素投入量以及江西省 GDP 均呈现上升趋势, 比较而言劳动投入量及化石能源投入量涨幅相对较低, 资本存量及 GDP 涨幅巨大。截至 2018 年数据, 相较 1995 年的基数数据, 劳动投入量增长了 37.15%, 化石能源投入量增长了 270.42%, 2018 年资本存量是 1995 年数值的近 33 倍, 2018 年江西 GDP 也为 1995 年 GDP 的 18.68 倍。

从历史数据我们可以看出, 从 1995 年到 2018 年这 24 年, 江西省经济增长迅速, 其要素投入主要为资本要素, 而劳动力和能源要素受到环境及条件的制约, 难以实现超速增长。

2.2. 模型原理及步骤

科布 - 道格拉斯函数也称为生产函数(Cobb Douglas Product Function, CD 函数), 特指一类满足指数函数特征的多元函数。由于柯布 - 道格拉斯生产函数模型具有固定参数、可线性化、相较于其它模型计算更方便以及计算分析结论更准确等特征, 因此在经济分析中常常被用来分析经济变量之间的特殊关系。

科布-道格拉斯函数的基本形式如下:

$$y = f(x) = f(x_1, x_2, x_3) = Ax_1^\alpha x_2^\beta x_3^\gamma, \theta = \alpha + \beta + \gamma \quad (1)$$

其中, 变量 x_1, x_2, x_3 为三个不同类别的投入要素, y 表示投入要素所带来的产出, α, β, γ 表示投入要素 x_1, x_2, x_3 的边际弹性, 一般要求大于零, 且三者之和 $\theta = 1$ 。

参数 $A > 0$, 表示技术发展水平对于产出的影响, 或者称为技术进步因子。

由于技术进步与时间变量 t 有关, 我们可以将技术进步因子表示为时间 t 的指数函数: $A = e^{g(t)}$, 那么, CD 函数就可以表示为:

$$y = f(t, x_1, x_2, x_3) = e^{g(t)} x_1^\alpha x_2^\beta x_3^\gamma, \theta = \alpha + \beta + \gamma \quad (2)$$

函数 $g(t)$ 可以是一个多项式, 也可以是一个其它类型的函数。这样表示的生产函数具有一定的动态特征。

2.3. 数据拟合与函数选择

基于上述假设, 本文引入技术进步因子函数, 运用模型(2)对江西省地区生产总值进行拟合、预测与分析。变量 x_1, x_2, x_3 分别定义为投入要素劳动力、资本、能源, 另外我们将技术进步因子中 $g(t)$ 设定为多项式, 表现为:

$$g(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_n t^n \quad (3)$$

输入江西省原始数据后, 利用 `curve_fit()` 程序进行拟合, 通过不断调整 $g(t)$ 的阶数 n , 得到六个模型。各模型中拟合得到的劳动力、资本、能源的指数系数如表 2:

Table 2. Summary table of various factor coefficients

表 2. 各因素系数汇总表

阶数	劳动力	资本	能源
$n = 0$	-0.6904	0.5178	1.1726
$n = 1$	-0.3148	0.2506	1.0642
$n = 2$	-0.3376	0.2569	1.0807
$n = 3$	0.3233	0.3887	0.2880
$n = 4$	0.5432	0.2680	0.1888
$n = 5$	0.2252	0.2891	0.4857

由表格可知, 当 $g(t)$ 的阶数 n 为 0、1、2 阶时, 劳动力系数小于 0, 表示随着劳动力的增长, 经济总量将下降, 不符合 Cobb-Douglas 函数要求和经济发展的规律[7], 因此排除。余下三组结果, 均符合 Cobb-Douglas 函数要求。为进一步筛选匹配度最高的模型, 本文对每个模型的拟合结果与样本值进行灰色关联分析并计算相关系数、组建方差, 结果如表 3:

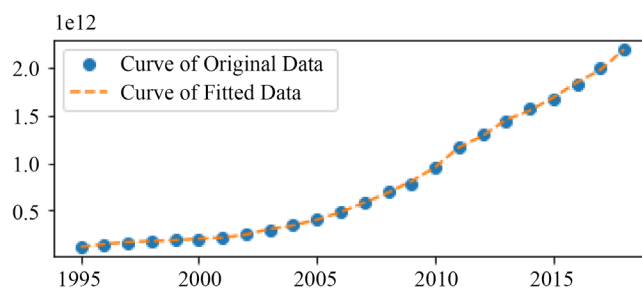
Table 3. Comparison of accuracy of fitted dates**表 3.** 拟合结果准确度对比表

阶数	灰色关联度	相关系数	组间方差(万亿)
$n = 0$	1.3654	0.99812	1,937,820,052
$n = 1$	1.5010	0.99850	289,766,090
$n = 2$	1.5065	0.99850	280,921,559
$n = 3$	1.6797	0.99922	8,818,931
$n = 4$	1.6720	0.99925	15,303,495
$n = 5$	2.0667	0.99982	93,780

地区生产总值拟合结果的准确度与灰色关联度、相关系数成正比，与组间方差成反比。对比发现， $n = 5$ 的模型拟合结果最优，且各投入要素系数合理。基于 $n = 5$ ，江西省地区生产总值的模型为：

$$y = e^{0.9751t^5 - 0.6558t^4 - 1.2764t^3 + 0.7542t^2 + 0.9253t + 6.9322} x_1^{0.2252} x_2^{0.2891} x_3^{0.4857} \quad (4)$$

由模型得知，能源对江西省地区生产总值的影响程度最大，接近 1/2，资本的影响略强于劳动力。根据函数绘制江西省地区生产总值预测图如图 1 所示：

**Figure 1.** Jiangxi Province GDP forecast map**图 1.** 江西省地区生产总值预测图

3. 拟合结果分析

3.1. 边际弹性

边际弹性就是当某种投入要素按照某一增长率增长时产出所应该拥有的增长率，其揭示了生产函数的参数 α, β, γ 的性质。

$$e_1 = \frac{dy}{y} \bigg/ \frac{dx_1}{x_1} = \alpha \quad (5)$$

$$e_2 = \frac{dy}{y} \bigg/ \frac{dx_2}{x_2} = \beta \quad (6)$$

$$e_3 = \frac{dy}{y} \bigg/ \frac{dx_3}{x_3} = \gamma \quad (7)$$

公式中，关系式 $\frac{dy}{y}$ 表现了产出变量的增长率； $\frac{dx_1}{x_1}, \frac{dx_2}{x_2}, \frac{dx_3}{x_3}$ 表现了投入要素 x_1, x_2, x_3 的增长率。

如前文所述，本文拟合过程选取了 $n = 5$ 时的 $g(t)$ 五阶函数，此时 $\alpha = 0.2252$ ， $\beta = 0.2891$ ，

$\gamma = 0.4857$ ，1995 年~2018 年间，江西经济的驱动力主要在于能源，劳动力、资本作用疲软。在宏观经济中的表现是，江西作为中部省份，与众多经济大省相邻，却难以搭载社会投资爆发增长的快车，在招商引资方面短板明显。另外，江西高等教育相对落后，教育质量亟待提高，在相邻经济发达省份的吸引下，高端人才流出加剧，劳动力素质整体水平难以支撑高附加值产业发展，自然对江西经济发展的贡献不足。江西历来践行绿色发展战略，而分析结果显示能源是经济驱动力，与绿色发展存在内在冲突，经济发展束缚重重。

3.2. 边际产出

边际产出(Marginal Product)，是指增加一单位生产要素所增加的产量，此处是指每增加一单位经济要素投入量所带来的江西省 GDP 增长量，其实质就是对于生产函数求一阶偏导数：

$$MP_1 = \frac{\partial y}{\partial x_1} = \alpha A x_1^{\alpha-1} x_2^\beta x_3^\gamma = \frac{\alpha y}{x_1} \quad (8)$$

$$MP_2 = \frac{\partial y}{\partial x_2} = \beta A x_1^\alpha x_2^{\beta-1} x_3^\gamma = \frac{\beta y}{x_2} \quad (9)$$

$$MP_3 = \frac{\partial y}{\partial x_3} = \gamma A x_1^\alpha x_2^\beta x_3^{\gamma-1} = \frac{\gamma y}{x_3} \quad (10)$$

通过拟合本文得到了劳动力、资本以及能源的边际产出，拟合图如图 2：

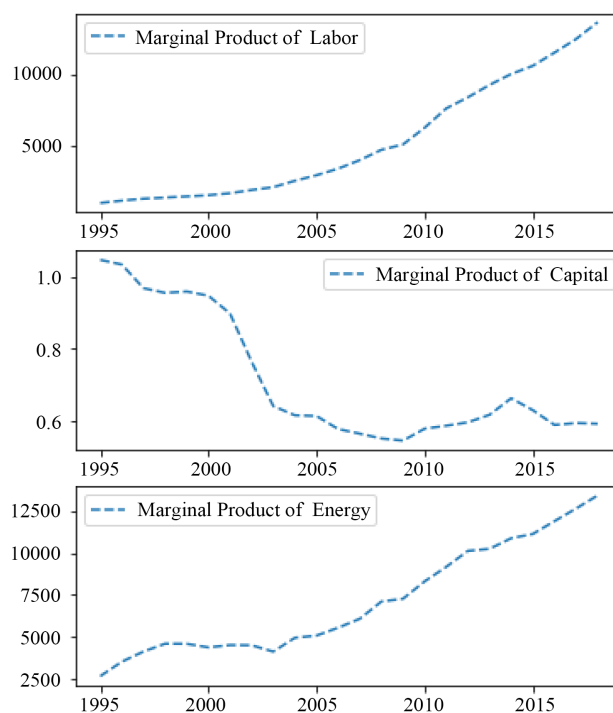


Figure 2. A summary chart of the marginal output of economic factors in Jiangxi Province

图 2. 江西省经济要素边际产出汇总图

由于各年的三种经济要素投入量均在改变，不能满足“生产技术没有发生重大变化且固定生产要素不变”的条件，所以我们无法验证边际产出递减规律。但从拟合结果我们可以看出三种要素的边际产出

皆为正, 可知其对江西省 GDP 增长均起到促进作用。但其中劳动力和能源要素边际递增, 而资本要素边际递减, 符合劳动效率提升、资源利用率提升的社会发展规律。

近年来毕业生就业困难, 不得不选择出国留学或国内继续深造, 均对劳动力要素投入产生负面作用; 而化石能源投入对环境污染巨大, 限制了其投入量。因此建议江西省可以适当出台刺激劳动力及绿色能源投入的政策, 配合资本要素投入的持续增长, 从而达到对江西省 GDP 的正向促进作用。

3.3. 边际技术替代率

两个投入要素之间的边际技术替代率(Marginal Rate of Technical Substitution, MRTS), 就是它们各自的边际产出之间的比率。它表现了两种投入要素对于产出的不同影响程度, 即对于相同产出来说, 不同投入要素之间的变化如果相互替代所应该遵守的比率关系。用公式表示如下:

$$\text{MRTS}_{1,2} = \frac{MP_1}{MP_2} = \frac{\frac{\alpha y}{x_1}}{\frac{\beta y}{x_2}} = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x_2}{x_1} \right) \quad (11)$$

$$\text{MRTS}_{1,3} = \frac{MP_1}{MP_3} = \frac{\frac{\alpha y}{x_1}}{\frac{\gamma y}{x_3}} = \frac{\alpha}{\gamma} \left(\frac{x_3}{x_1} \right) \quad (12)$$

$$\text{MRTS}_{2,3} = \frac{MP_2}{MP_3} = \frac{\frac{\beta y}{x_2}}{\frac{\gamma y}{x_3}} = \frac{\beta}{\gamma} \left(\frac{x_3}{x_2} \right) \quad (13)$$

通过上述数据处理, 我们可以得到资本、劳动力以及能源三大要素间各自的边际技术替代率的发展趋势, 如图 3 所示:

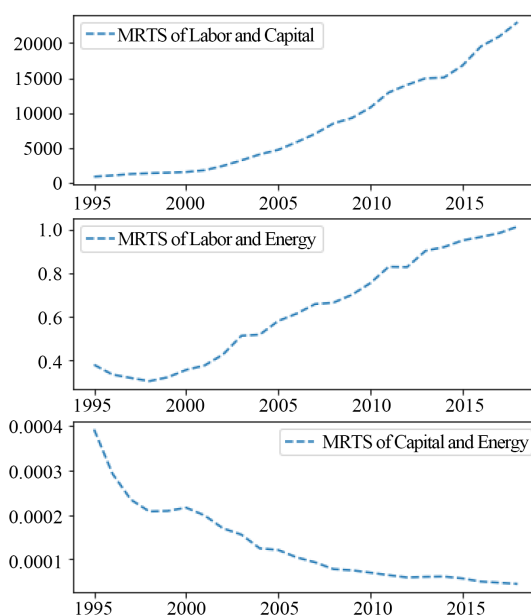


Figure 3. MRTS prediction map of two major elements
图 3. 三大要素两两间 MRTS 预测图

由图 3 可以看出,随着年份递增,劳动力与资本的边际技术替代率呈现上升趋势,这说明,随着时间的推移,相同一单位劳动力的边际产出需要更多的资本投入,换句话说,在未来,劳动力较之资本对经济增长有更强的贡献,符合创新驱动经济的趋势。相同地,我们可以看出,资本与能源的边际技术替代率逐年下降,即相同产出的情况下,较之一单位的资本投入,所需能源的投入逐年递减。劳动力与能源的边际技术替代率也呈现攀升的态势。

综上所述,通过对三大要素之间边际技术替代率的分析,可以得知,劳动力将是未来江西省经济增长的重要动力。因此,在做好加强投资、高效利用能源的同时,江西省应重视本省劳动力的投入。众所周知,江西省是中部六省的主要劳动力流出地,这说明江西省在劳动力这一要素上还有很大的发展空间。一方面,江西省可以加强人才引进的力度,吸引更多人来赣创业就业;另一方面,也应当加大措施减少本省的劳动力外流。

3.4. 技术进步系数

技术进步系数也就是指全要素生产率(Total Factor Productivity),它无法由投入要素直接表示。

全要素生产率指生产单位(主要为企业)作为系统中的各个要素的综合生产率,以区别于要素生产率(如技术生产率)。事实上企业生产率是企业技术升级、管理模式改进、产品质量提高、企业结构升级的综合功能,任何现实的生产率实际上都是全要素生产率。全要素生产率就是生产力。全要素生产率提高就是产业升级与生产力的发展[8]。

用公式表示如下:

$$y = f(x) = f(x_1, x_2, x_3) = Ax_1^\alpha x_2^\beta x_3^\gamma \quad (14)$$

$$dy = A(MP_1 dx_1 + MP_2 dx_2 + MP_3 dx_3) \quad (15)$$

$$\frac{dy}{y} = A \left(\frac{MP_1}{y} dx_1 + \frac{MP_2}{y} dx_2 + \frac{MP_3}{y} dx_3 \right) \quad (16)$$

因此

$$\frac{MP_1}{y} = \frac{\alpha}{x_1}, \quad \frac{MP_2}{y} = \frac{\beta}{x_2}, \quad \frac{MP_3}{y} = \frac{\gamma}{x_3} \quad (17)$$

$$\frac{dy}{y} = A \left(\frac{\alpha}{x_1} dx_1 + \frac{\beta}{x_2} dx_2 + \frac{\gamma}{x_3} dx_3 \right) \quad (18)$$

$$\frac{dy}{y} = A \left(\alpha \frac{dx_1}{x_1} + \beta \frac{dx_2}{x_2} + \gamma \frac{dx_3}{x_3} \right) \quad (19)$$

$$A = \frac{\frac{dy}{y}}{\alpha \frac{dx_1}{x_1} + \beta \frac{dx_2}{x_2} + \gamma \frac{dx_3}{x_3}} \quad (20)$$

通过上述数据处理,我们可以技术进步系数发展趋势,如表 4 所示:

从表 4 的数据分析来看,技术进步对经济增长的贡献还是比较大的,平均值为 1233.59。但在 1997~2004 年几乎处于停滞状态,甚至略微下降,自 2005 年进入高速发展阶段,并于 2007 年突破 1000,于 2018 年突破 2000。

江西省通过对促进经济发展的技术要素的获得,需要对技术相关要素的投入进行大量和持续地投资。科技的发展还是依赖于对科技的投资,投资到转化的效应是一个长期的过程,虽然科技发展了,但是呈

现的还是投资的结果。2005年技术进步开始呈现快速上升的趋势，这是由于随着江西省创新政策和科技体制机制改革地推进，依托大中院校的科研优势，江西省对经济发展的科技投资的效应也越来越明显，所以呈上升趋势。同时，江西省制定人才吸引机制，也促进了科研技术的发展。

Table 4. Table of Jiangxi technical progress coefficient

表 4. 江西省技术进步系数表

年份	技术进步系数	年份	技术进步系数
1995	605.8585	2007	1068.1934
1996	744.8419	2008	1167.6068
1997	830.0996	2009	1280.3186
1998	866.8719	2010	1400.4983
1999	871.2296	2011	1520.5456
2000	860.4373	2012	1632.1923
2001	848.1742	2013	1728.411
2002	843.6597	2014	1805.819
2003	852.5559	2015	1867.0329
2004	878.1746	2016	1922.5757
2005	922.3489	2017	1992.6386
2006	985.8201	2018	2110.360

在未来江西省应继续重视技术因素对经济发展的带动作用，通过政策倾斜、拉动、提高技术进步在经济增长中的地位。

4. 总结

从上述分析可以得知：江西省地区生产总值与劳动力、资本及化石能源消耗量的关系能够较好地运用柯布道格拉斯模型进行拟合。模型显示，在推动江西省经济增长的因素中，劳动力、资本及能源的贡献旗鼓相当，不过当下资本仍是经济发展最主要的动力。而对边际产出、边际弹性、边际技术替代率以及技术进步系数的分析则表明：技术进步是并将持续成为江西省经济发展的重要引擎；当下江西省的劳动力投入及化石能源的投入不够，不能很好地匹配资本投入；以及劳动力投入将取代资本投入成为江西省经济增长的最主要因素。

针对上述问题，江西省应当重视科研的引进和技术的创新，聚焦数字经济、互联网经济、人工智能、物联网等新领域，促进新产业、新模式、新业态的发展，进一步发挥科学技术进步对经济的拉动作用。同时江西省可以加大绿色能源的开发与投入，以弥补因污染与有资源有限导致的化石能源投入的固有限制。最后江西省应当切实实施本省的人才计划，加强社会保障制度与就业政策的合作与完善，提供良好的创业与就业环境，以加大人才的引入，减少优质劳动力外流。

江西省现在正处于经济发展转型的重要节点，更应当重视各生产要素的平衡，为“高质量发展”的目标提供强大助力。

致 谢

在此我们要由衷地感谢所有在论文写作期间帮助过我们的人，特别是厦门国家会计学院信息管理处

处长阎虎勤老师。在我们撰写论文的过程中，得到了阎老师悉心细致的教诲和无私的帮助，无论是在论文的选题、构思和资料的收集方面，还是在论文的模式构造以及成文定稿方面。最后，感谢所有关心、支持、帮助过我们的良师益友。

基金项目

本论文得到了厦门国家会计学院 2019 年“云顶课题：Python 财务数据分析”项目的支持。

参考文献

- [1] 国务院同意设立江西内陆开放型经济试验区[J]. 江西建材, 2020(4): 168.
- [2] 赵璇, 张强. 我国建筑行业发展研究——基于生产函数和 BP 神经网络[J]. 技术经济与管理研究, 2013(9): 98-102.
- [3] 石贤光. 基于柯布 - 道格拉斯生产函数的河南省经济增长影响要素分析[J]. 科技和产业, 2011, 11(4): 76-78.
- [4] 杨欢, 王粉惠. 基于柯布道格拉斯函数的四川省经济增长影响因素探讨[J]. 时代金融, 2015(15): 308+310.
- [5] 邓雨婷. 深圳市经济增长、劳动投入与资本投入关系研究——基于柯布 - 道格拉斯生产函数[J]. 全国流通经济, 2018(29): 62-63.
- [6] 骆娜, 黄文姗. 安徽省经济增长要素贡献率的实证分析——基于经济增长模型和柯布 - 道格拉斯函数的检验[J]. 南京航空航天大学学报(社会科学版), 2018, 20(3): 33-39.
- [7] 章松茂. 经济增长目标下的我国最优财政支出规模——基于柯布 - 道格拉斯函数的改进[J]. 现代工业经济和信息化, 2014, 4(13): 5-6+18.
- [8] 杜秀清, 杨茜渊. 着力提高全要素生产率, 打造共建共治共享格局[J]. 中共太原市委党校学报, 2019(4): 20-23.