

# 基于太阳能光热发电系统效率问题的方案分析

——以2023年全国数学建模竞赛A题为例

王秉荃<sup>1</sup>, 徐洁<sup>1</sup>, 邢建民<sup>2</sup>

<sup>1</sup>青岛科技大学化学与分子工程学院, 山东 青岛

<sup>2</sup>青岛科技大学数理学院, 山东 青岛

收稿日期: 2024年3月28日; 录用日期: 2024年4月23日; 发布日期: 2024年4月30日

## 摘要

本文以2023年高教社杯全国大学生数学建模竞赛A题为例, 分析了“定日镜场的优化设计”的可行方案, 利用卷积积分和构建模拟镜场等方法, 在定日镜工作原理的基础上, 建立了优化模型, 并通过遗传算法和多为粒子群算法对模型进行求解, 以解决定日镜场优化设计中的关键问题。本文提供的计算与优化方案具有良好的可借鉴性, 可为同类问题的分析解决提供参考。由于模型未考虑天气因素、镜面弯曲程度、灰尘覆盖等复杂因素的影响, 对所求结果有一定的影响, 有待后续分析探讨。

## 关键词

模拟镜场, 效率云图, 卷积积分, HFLCAL模型, 多维粒子群算法

# Efficiency Analysis of the Solar Energy System for Electric Generation via Light-to-Heat Conversion

—A Case Study of Problem A in the 2023 National Mathematical Modeling Competition

Bingquan Wang<sup>1</sup>, Jie Xu<sup>1</sup>, Jianmin Xing<sup>2</sup>

<sup>1</sup>School of Chemistry & Molecular Engineering, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao Shandong

<sup>2</sup>School of Mathematics & Physics, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao Shandong

## Abstract

This paper presents a feasible resolution to the optimization design of helioscope field, based on the problem A of 2023 Higher Education Press Cup National Undergraduates Mathematical Modeling Competition. Following the working principle of helioscope, an optimization model is established by means of convolutional integral and construction of simulated optical field, and the model is solved by genetic algorithm and multi-particle swarm optimization algorithm to solve the problems in the optimization design of helioscope field. The calculation and optimization scheme proposed provides a good solution for similar problem. Lacking the effects of some practical parameters, *i.e.* weather conditions, mirror curvature and covering of dust, which may somehow affect the accuracy of the results, further analysis and improvement are still desirable.

## Keywords

Simulated Helioscope Field, Efficiency Cloud Map, Convolution Integral, HFLCAL Model, Particle Swarm Optimization

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

面对日益紧缺的能源供应与严重的能源问题,寻求环保持久的新能源代替化石燃料越来越受到重视。近年来,新能源技术不断发展,新能源发电系统应用广泛。在各种新兴能源中,太阳能的来源最稳定持续和丰富。塔式太阳能光热发电是一种低碳环保的新型清洁能源技术[1],其发电系统的效率优于传统的光热发电效率,对实现我国“碳达峰”和“碳中和”的战略目标具有重要意义[1]。构建以新能源为主体的新型电力系统,是我国实现“碳达峰”“碳中和”目标的一项重要措施。定日镜是塔式太阳能光热发电站(简称塔式电站)收集太阳能的基本组件,其底座由纵向转轴和水平转轴组成,平面反射镜安装在水平转轴上。纵向转轴的轴线与地面垂直,可以控制反射镜的方位角。水平转轴的轴线与地面平行,可以控制反射镜的俯仰角。两转轴的交点(定日镜中心)离地面的高度称为定日镜的安装高度。塔式电站利用大量的定日镜组成阵列,称为定日镜场。定日镜将太阳光反射汇聚到安装在镜场中吸收塔顶端上的集热器,加热其中的导热介质,并将太阳能以热能形式储存起来,再经过热交换实现由热能向电能的转化。太阳光并非平行光线,而是具有一定锥形角的一束锥形光线,因此太阳入射光线经定日镜任意一点的反射光线也是一束锥形光线[2]。定日镜在工作时,控制系统根据太阳的位置实时控制定日镜的法向,使得太阳中心点发出的光线经定日镜中心反射后指向集热器中心。集热器中心的离地高度称为吸收塔高度。

塔式太阳能光热发电系统的效率与定日镜的太阳光追踪技术和定日镜的位置坐标息息相关,定日镜场的优化设计问题至关重要。

## 2. 问题简析

本文基于定日镜的工作原理,通过卷积积分和构建模拟镜场等方法,建立定日镜的工作优化模型,

同时利用多维粒子群算法和遗传算法对建立模型进行求解。

**问题 1** 将吸收塔建于圆形定日镜场中心，定日镜尺寸均为  $6\text{ m} \times 6\text{ m}$ ，安装高度均为  $4\text{ m}$ ，且给定所有定日镜中心的位置(以下简称为定日镜位置)，计算该定日镜场的年平均光学效率、年平均输出热功率，以及单位镜面面积年平均输出热功率。

解决方案：建立光学效率模型，其模型中包含阴影遮挡效率、余弦效率和集热器截断效率等多个影响因素，利用平面投影法计算阴影遮挡效率，然后通过 *MATLAB* 编程画出效率云图，再通过云图分析镜场光学效率的分布规律，然后利用模型计算每个定日镜在每一特殊时刻的光学效率，再对所有时间点的数据取平均值，得到年平均光学效率；再建立输出热功率模型。利用定日镜面积、光学效率与 *DNI* 计算出总输出热功率，对所有时间点的数据进行平均，求得年平均输出热功率；最后利用总输出热功率除以总镜面面积，对所有时间点数据进行平均，得到单位镜面面积年平均输出热功率。

**问题 2** 按设计要求，定日镜场的额定年平均输出热功率(简称额定功率)为  $60\text{ MW}$ 。若所有定日镜尺寸及安装高度相同，设计定日镜场的以下参数：吸收塔的位置坐标、定日镜尺寸、安装高度、定日镜数目、定日镜位置，使得定日镜场在达到额定功率的条件下，单位镜面面积年平均输出热功率尽量大。

解决方案：在第一问的基础上，先建立 *CAMPO* 布置仿真镜场，再用粒子群算法优化模型，目标函数为单位镜面面积年平均输出热功率最大，约束条件为吸收塔周围  $100\text{ m}$  内不安装定日镜，安装高度使镜面绕水平转轴旋转时不触及地面，同时相邻定日镜底座中心间的距离比镜面宽度多  $5\text{ m}$  以上。然后利用问题 1 中建立的模型与优化模型进行优化求解，算得定日镜尺寸为  $4.7064 \times 4.5954$ ，定日镜安装高度为  $4.2006\text{ m}$ ，优化后定日镜数目为  $5128$  个，优化后定日镜总面积  $110907.31\text{ m}^2$ 。

**问题 3** 如果定日镜尺寸可以不同，安装高度也可以不同，额定功率设置同问题 2，重新设计定日镜场的各个参数，使得定日镜场在达到额定功率的条件下，单位镜面面积年平均输出热功率尽量大。

解决方案：沿用问题 1 和 2 建立优化模型，将定日镜尺寸与安装高度变为可变参数，在定日镜场达到额定功率  $60\text{ MW}$  条件下，应用遗传算法使其单位镜面面积年平均输出热功率尽量大，然后对模型进行优化求解，算得优化后定日镜总片数  $4610$  片，单位面积年平均输出功率  $0.5318\text{ m}^2$ ，定日镜总面积  $158,620\text{ m}^2$ 。

### 3. 符号说明与模型假设

本文符号及说明如表 1 所示。

**Table 1.** Symbols and illustrations

**表 1.** 符号及说明

序号	符号	说明
1	$\alpha_s$	太阳高度角
2	$\gamma_s$	太阳方位角
3	$\varphi$	当地纬度
4	$\omega$	太阳时角
5	$ST$	当地时间
6	$\delta$	太阳赤纬角
7	$DNI$	法向直接辐射辐照量
8	$G_0$	太阳常数
9	$N$	定日镜总数

续表

10	$\eta_{sb}$	阴影遮挡效率
11	$\eta_{at}$	大气透射率
12	$\eta_{trunc}$	集热器截断效率
13	$H_0$	吸收塔高度
14	$i$	入射向量
15	$\gamma$	反射向量

为了对模型进行合理的简化, 本文做出如下假设:

- 1) 假设镜面反射率  $\eta_{ref}$  取为 0.92;
- 2) 镜面为理想平面;
- 3) 不考虑阴雨天气对太阳辐射的影响;
- 4) 假设本题计算中的春分日为 3 月 21 日;
- 5) 假设阴影与遮挡只发生在目标定日镜周围的一定范围内。

## 4. 问题 1 模型的建立与求解

### 4.1. 问题分析

问题 1 要求通过附件所给公式, 建立模型计算定日镜安装高度为 4m, 定日镜尺寸大小为 6m×6m, 且已知定日镜中心位置时定日镜场的年平均光学效率、年平均输出热功率及单位镜面面积年平均输出热功率。首先, 对太阳高度角和太阳方位角等后续模型所需数据进行计算, 其次, 建立光学效率模型, 分析阴影遮挡效率、余弦效率和集热器截断效率等多个影响因素, 然后通过 *MATLAB* 编程画出效率云图, 通过云图分析镜场光学效率的分布规律, 利用模型计算每个定日镜在每一特殊时刻的光学效率, 对所有时间点的的数据取平均值, 得到年平均光学效率; 再建立输出热功率模型, 通过定日镜面积、光学效率与 *DNI* 计算出总输出热功率, 对所有时间点的的数据进行平均, 求得年平均输出热功率; 最后利用总输出热功率除以总镜面面积, 对所有时间点数据进行平均, 得到单位镜面面积年平均输出热功率[3]。

### 4.2. 模型的建立

#### 4.2.1. 基础数据计算

首先, 对后续建立模型经常用到的公式进行处理。

太阳角高度  $\alpha_s$

$$\sin \alpha_s = \cos \delta \cos \varphi \cos \omega + \sin \delta \sin \varphi \quad (1)$$

太阳方位角  $\gamma_s$

$$\cos \gamma_s = \frac{\sin \delta - \sin \alpha_s \sin \varphi}{\cos \alpha_s \cos \varphi} \quad (2)$$

式中,  $\varphi$  为当地纬度, 北纬为正;  $\omega$  为太阳时角

$$\omega = \frac{\pi}{12}(ST - 12) \quad (3)$$

其中, *ST* 代表当地时间,  $\delta$  指太阳赤纬角

$$\sin \delta = \sin \frac{2\pi D}{365} \sin \left( \frac{2\pi}{365} \times 23.45 \right) \quad (4)$$

$D$  为以春分日作为第 0 天起算的天数。

因而可以通过日期和当地时间来推导出太阳时角和太阳赤纬角，再通过推导出的数据利用公式(1)和(2)计算出后续计算所需要的太阳高度角与太阳赤纬角。

#### 4.2.2. 光学效率模型

定日镜的光学效率  $\eta$  为：

$$\eta = \eta_{sb} \eta_{\cos} \eta_{at} \eta_{trunc} \eta_{ref} \quad (5)$$

其中，镜面反射率  $\eta_{ref}$  可取为常数，本题取为 0.92。

具体计算如下：

1) 阴影遮挡效率  $\eta_{sb}$

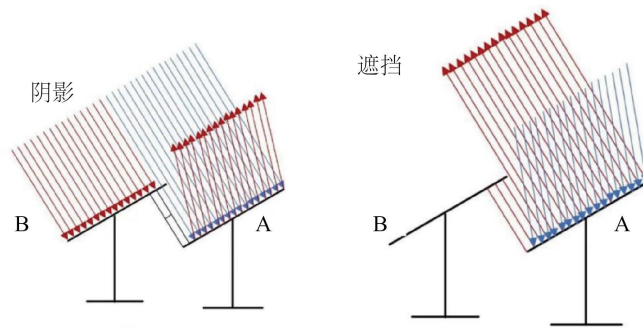


Figure 1. Illustration of shadow formation by sheltering  
图 1. 阴影遮挡示意图

阴影遮挡如图 1 所示。阴影定日镜在入射坐标系中的坐标：

$$\begin{cases} X_i = -X_{so} \sin \gamma_s + Y_{so} \cos \gamma_s \\ Y_i = -\sin \alpha_s (S_{so} \cos \gamma_s + Y_{so} \sin \gamma_s) + Z_{so} \cos \alpha_s \\ Z_i = \cos \alpha_s (Y_{so} \sin \gamma_s + X_{so} \cos \gamma_s) + Z_{so} \sin \alpha_s \end{cases} \quad (6)$$

阴影定日镜在入射坐标系中的坐标：

$$\begin{cases} X_u = X_i \\ Y_u = Y_i \\ Z_u = Z_i - \frac{Z_m}{\cos \theta} \end{cases} \quad (7)$$

$Z_m$ ：阴影定日镜中心在被阴影定日镜面坐标  $Z$  坐标，由题知  $Z_m=0$ 。

由地面坐标系到镜面坐标系中变换矩阵：

$$M = \begin{bmatrix} -\sin A_H & \cos A_H & 0 & 0 \\ -\cos E_H \cos A_H & -\cos E_H \sin A_H & \sin E_H & 0 \\ \sin E_H \cos A_H & \sin E_H \sin A_H & \cos E_H & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

由入射坐标系到镜面坐标系中变换矩阵:

$$M_4 = M_3 M_2^T \quad (9)$$

阴影定日镜的镜面中心沿入射光方向在被阴影镜面上投影坐标:

$$\begin{cases} X_m = X_u \cos(A_H - \gamma_s) \\ Y_m = -X_u \cos E_H \sin(A_H - \gamma_s) + Y_u [\cos E_H \sin \alpha_s \cos(A_H - \gamma_s) + \sin E_H \cos \alpha_s] \\ \quad - Z_u [\cos E_H \cos \alpha_s \cos(A_H - \gamma_s) - \sin E_H \sin \alpha_s] \end{cases} \quad (10)$$

根据下式判断是否存在阴影

$$Z_i > 0 \text{ 且 } \begin{cases} |X_m| < H_w \\ |Y_m| < H_l \end{cases} \quad (11)$$

其中,  $H_w$  为镜面宽度,  $H_l$  为镜面高度。

以镜面中心为坐标系原点, 其法向量为  $z$  轴, 镜面两条边建立镜面坐标系, 利用矩阵  $M$ , 可得镜面迹点在地面系中坐标。

$$\begin{cases} x_{mg} = -(\sin A_H) \cdot x_0 - (\cos A_H) \cdot \cos E_H \cdot y_0 + x_0 \\ y_{mg} = (\cos A_H) \cdot x_0 - \sin A_H \cos E_H \\ z_{mg} = \sin E_H \cdot y_m + 4 \end{cases} \quad (12)$$

计算相邻定日镜面之间阴影率, 以被遮挡的定日镜中心为原点, 建立阴影坐标系,  $X_0$  指向水平正南,  $Y_0$  指向正东,  $Z_0$  与  $X_0 O Y_0$  面垂直, 阴影定日镜在  $X_0 Y_0 Z_0$  坐标系中的坐标为  $(x_0, y_0, 4)$ ,  $(X_{sg}, Y_{sg}, Z_{sg})$ ,  $(X_{0g}, Y_{0g}, Z_{0g})$  表示定日镜及被定日镜在地面坐标系中的坐标。

$$\begin{cases} X_{s0} = X_{sg} - X_{0g} \\ Y_{s0} = Y_{sg} - Y_{0g} \\ Z_{s0} = Z_{sg} - Z_{0g} \end{cases} \quad (13)$$

以定日镜为中心, 入射光线为  $Z$  轴建立入射坐标系, 由地面坐标系到入射坐标系的变换矩阵为

$$M_2 = \begin{bmatrix} -\sin \gamma_s & \cos \gamma_s & 0 & 0 \\ -\sin \alpha_s \cdot \cos \gamma_s & -\sin \alpha_s \sin \gamma_s & \cos \alpha_s & 0 \\ \cos \alpha_s \cdot \cos \gamma_s & \cos \alpha_s \cdot \sin \gamma_s & \sin \alpha_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\eta_{sb} = \begin{cases} 1 - H_0 \left[ \left( H_0 + \frac{H_{集}}{2} \right) \tan \alpha_s - 100 \right] & (\alpha_s < 38.7) \\ 1 & (\alpha_s \geq 38.7) \end{cases} \quad (15)$$

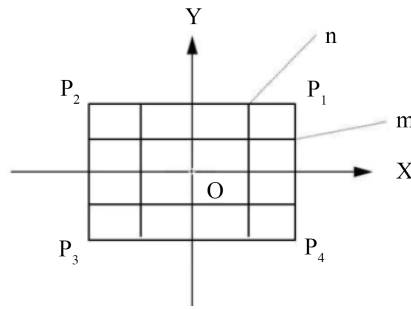
其中,  $H_0 = 80 \text{ m}$ , 为吸收塔的高度,  $H_{集} = 8 \text{ m}$  为集热器高度,  $\alpha_s$  为太阳高度角。通过参考资料及后续模拟仿真, 当太阳高度角达到 38.7 度左右时, 镜场中的阴影遮挡现象完全消失[4]。实际计算过程如下:

**STEP1:** 将定日镜均匀划分成  $m \times n$  网格(图 2), 计算网格上各点映射到定日镜场坐标系中的坐标。

**STEP2:** 循环遍历每一块定日镜, 对它四周一圈的定日镜进行重合网格点判断并计算重合面积。

**STEP3:** 将所有重合的面积和除以总定日镜面积即得阴影遮挡效率。

$$\eta_{sb} = \frac{\text{阴影遮挡面积}}{\text{镜场总面积}}$$



**Figure 2.** Illustration of grid-divided helioscope field  
**图 2.** 定日镜网格表示示意图

2) 集热器截断效率  $\eta_{trunc}$

集热器截断效率表示在太阳能光热系统中，定日镜将太阳光线聚焦到集热器上时光线因为镜子的截断而失去的概率。这个效率取决于镜面的形状和位置，以及集热器的大小和位置。参考文献[5]采用 HFLCAL 模型计算集热器截断效率效率。

$$\eta_{trunc} = \frac{1}{2\pi\sigma_{tot}^2} \int_x \int_y \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\sigma_{tot}^2}\right) dy dx \tag{16}$$

$$\sigma_{tot} = \sqrt{d^2(\sigma_{sun}^2 + \sigma_{bq}^2 + \sigma_{ast}^2 + \sigma_{track}^2)} \tag{17}$$

$$\sigma_{bq}^2 = (2\sigma_s)^2 \tag{18}$$

$$\sigma_{ast} = \sqrt{\frac{0.5(H_t^2 + W_t^2)}{4d}} \tag{19}$$

$$H_t = \sqrt{H_l \cdot H_w} \left| \frac{d}{f} - \cos w \right| \tag{20}$$

$$W_s = \sqrt{H_l \cdot H_w} \left| \frac{d}{f} \cos w - 1 \right| \tag{21}$$

上式中， $\sigma_{tot}^2$  指吸热器表面光斑的总标准差，其受反射距离  $d$ 、定日镜焦距  $f$ ，太阳形状误差标准差  $\sigma_{sun}$ 、光束质量误差标准差  $\sigma_{bp}$ 、像散误差标准差  $\sigma_{ast}$ 、及跟踪误差标准差  $\sigma_{track}$ 。 $\sigma_s$  指的是斜率误差标准差； $H_t$ 、 $W_s$  为吸热器装置上光斑在子午方向与弧矢方向的尺寸大小； $H_l$ 、 $H_w$  分别为定日镜的高度和宽度； $f$  是定日镜的轴向焦距； $w$  为太阳光线入射角。根据搜集数据， $\sigma_{sun} = 2.51$  mrad、 $\sigma_s = 0.94$  mrad、 $\sigma_{track} = 0.63$  mrad。

3) 余弦效率  $\eta_{cos}$  (太阳入射角余弦值  $\cos\theta$ )

大部分光学效率损失为镜场的余弦损失，入射光线与镜面反射点处的法线方向存在夹角  $\theta$  (图 3)，其余弦值  $\cos\theta$  即为所求的余弦效率值。利用题中所建立的坐标系，以正东为  $x$  轴正方向，正北为  $y$  轴正方向建立镜场坐标系，集热器坐标为  $(0, 0, H_0)$ ，镜面 A 坐标为  $(x, y, h_0)$ 。

定日镜镜面中心指向集热器的光线的单位法向量  $n$

$$n = \frac{(-x, -y, H_0 - h_0)}{\sqrt{x^2 + y^2 + (H_0 - h_0)^2}} \tag{22}$$

入射向量  $i$

$$i = (-\cos \alpha_s \cos \gamma_s, -\cos \alpha_s \sin \gamma_s, -\sin \alpha_s) \tag{23}$$

反射向量  $\gamma$

$$\gamma = (-x, -y, 80) \tag{24}$$

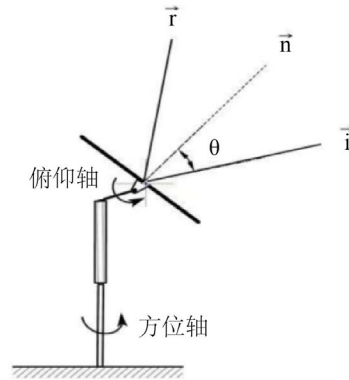


Figure 3. Illustration of incident angle  
图 3. 入射角示意图

单一定日镜的余弦效率可通过入射光线单位向量与镜面法向量的点积计算:

$$\eta_{cos} = \cos \theta = \mathbf{i} \cdot \mathbf{n} \tag{25}$$

大气透射率  $\eta_{at}$

$$\eta_{at} = 0.99321 - 0.0001176d_{HR} + 1.97 \times 10^{-8} \times d_{HR}^2 \quad (d_{HR} \leq 1000) \tag{26}$$

$d_{HR}$  表示镜面中心到集热器中心的距离, 故

$$d_{HR} = \sqrt{x^2 + y^2 + 80^2} \tag{27}$$

带入公式求出大气透射率  $\eta_{at}$ 。

最终建立模型为

$$\left. \begin{aligned} & \sin \alpha_s = \cos \delta \cos \varphi \cos \omega + \sin \delta \sin \varphi \\ & \cos \gamma_s = \frac{\sin \delta - \sin \alpha_s \sin \varphi}{\cos \alpha_s \cos \varphi} \\ & \omega = \frac{\pi}{12} (ST - 12) \\ & \sin \delta = \sin \frac{2\pi D}{365} \sin \left( \frac{2\pi}{365} \times 23.45 \right) \\ & \eta = \eta_{sb} \eta_{cos} \eta_{at} \eta_{trunc} \eta_{ref} \\ & \eta_{sb} = \begin{cases} 1 - H_0 \left[ \left( H_0 + \frac{H_{集}}{2} \right) \tan \alpha_s - 100 \right] & (\alpha_s < 38.7) \\ 1 & (\alpha_s \geq 38.7) \end{cases} \\ & \eta_{trunc} = \frac{1}{2\pi \sigma_{tot}^2} \int_x \int_y \exp \left( -\frac{x^2 + y^2}{\sigma_{tot}^2} \right) dy dx \\ & \eta_{cos} = \cos \theta = \mathbf{i} \cdot \mathbf{n} \\ & \mathbf{n} = \frac{(-x, -y, H_0 - h_0)}{\sqrt{x^2 + y^2 + (H_0 - h_0)^2}} \\ & \mathbf{i} = (-\cos \alpha_s \cos \gamma_s, -\cos \alpha_s \sin \gamma_s, -\sin \alpha_s) \\ & \eta_{at} = 0.99321 - 0.0001176d_{HR} + 1.97 \times 10^{-8} \times d_{HR}^2 \quad (d_{HR} \leq 1000) \\ & d_{HR} = \sqrt{x^2 + y^2 + 80^2} \end{aligned} \right\} \text{s.t.} \tag{28}$$



### 4.2.3. 平均输出热功率模型

定日镜场的输出热功率  $E_{field}$

$$E_{field} = DNI \sum_i^N A_i \eta_i \tag{29}$$

法向直接辐射辐照量  $DNI$  为地球中垂直太阳光线的平面单位面积、单位时间内所受到的太阳辐射能量，可用如下公式计算：

$$\begin{cases} DNI = G_0 \left[ a + b \cdot \exp\left(-\frac{c}{\sin \alpha_s}\right) \right] \\ a = 0.4237 - 0.00821(6 - H)^2 \\ b = 0.5055 + 0.00595(6.5 - H)^2 \\ c = 0.2711 + 0.01858(2.5 - H)^2 \end{cases} \tag{30}$$

$G_0$  为太阳常数，其值取为  $1.366 \text{ kW/m}^2$ ， $H$  为海拔高度，本题  $H = 3 \text{ km}$ 。

其中  $DNI$  为法向直接辐射辐照量， $N$  为定日镜总数， $A_i$  为第  $i$  面定日镜采光面积； $\eta_i$  为第  $i$  面镜子的光学效率。

最终建立模型为

$$\text{s.t.} \begin{cases} E_{field} = DNI \sum_i^N A_i \eta_i \\ DNI = G_0 \left[ a + b \cdot \exp\left(-\frac{c}{\sin \alpha_s}\right) \right] \\ a = 0.4237 - 0.00821(6 - H)^2 \\ b = 0.5055 + 0.00595(6.5 - H)^2 \\ c = 0.2711 + 0.01858(2.5 - H)^2 \\ \sin \alpha_s = \cos \delta \cos \varphi \cos \omega + \sin \delta \sin \varphi \\ \cos \gamma_s = \frac{\sin \delta - \sin \alpha_s \sin \varphi}{\cos \alpha_s \cos \varphi} \\ \omega = \frac{\pi}{12}(ST - 12) \\ \sin \delta = \sin \frac{2\pi D}{365} \sin \left( \frac{2\pi}{365} \times 23.45 \right) \\ \eta = \eta_{sb} \eta_{cos} \eta_{at} \eta_{trunc} \eta_{ref} \\ \eta_{sb} = \begin{cases} 1 - H_0 \left[ \left( H_0 + \frac{H_{集}}{2} \right) \tan \alpha_s - 100 \right] & (\alpha_s < 38.7) \\ 1 & (\alpha_s \geq 38.7) \end{cases} \\ \eta_{trunc} = \frac{1}{2\pi \sigma_{tot}^2} \int_x \int_y \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\sigma_{tot}^2}\right) dy dx \\ \eta_{cos} = \cos \theta = \mathbf{i} \cdot \mathbf{n} \\ \mathbf{n} = \frac{(-x, -y, H_0 - h_0)}{\sqrt{x^2 + y^2 + (H_0 - h_0)^2}} \\ \mathbf{i} = (-\cos \alpha_s \cos \gamma_s, -\cos \alpha_s \sin \gamma_s, -\sin \alpha_s) \\ \eta_{at} = 0.99321 - 0.0001176 d_{HR} + 1.97 \times 10^{-8} \times d_{HR}^2 \quad (d_{HR} \leq 1000) \\ d_{HR} = \sqrt{x^2 + y^2 + 80^2} \end{cases} \tag{31}$$

#### 4.2.4. 模拟镜场的建立及光学效率分布规律

为了更好地表达太阳位置变化对定日镜场中各部分光学效率影响规律,参考文献[5],利用 *MATLAB* 建立针对本题的模拟镜场。其中每一个黑色空心圆点代表一台定日镜,而在圆心处的红色圆点代表吸热塔。镜场半径为 350 m, 第一行定日镜距离吸收塔的距离为 100 m。横轴为镜场的东西方向且正半轴为正东, 为方便将不同日期和不同时间点的仿真结果做对比, 仿真结果的效率云图使用相同的颜色表。其中, 红色为高的效率值, 蓝色为低的效率值, 颜色表的取值范围是 0~1。

通过建立模拟镜场来研究光学效率的分布规律, 在特殊日期的时刻对目标镜场进行效率仿真, 记录仿真后各个定日镜的效率值, 再绘制镜场在各时间点的效率分布云图和日均效率分布云图。分别计算镜场效率的最高值、均值及最差值, 并用百分比来表示。通过不同的颜色来区分定日镜的效率值, 绘制镜场效率云图的方式展示镜场光学效率的分布规律。

### 4.3. 模型的求解

#### 4.3.1. 效率云图的求解

从春分、夏至、秋分和冬至的余弦效率分布云图(图 4)可以看出, 其在镜场内分布并不均, 且镜场中红色区面积和蓝色区面积的占比随着时间而变化。同一天, 太阳高度角越大, 镜场内红色面积越大, 镜场余弦效率越高; 总的来看, 镜场北半边比南半边的余弦效率高。

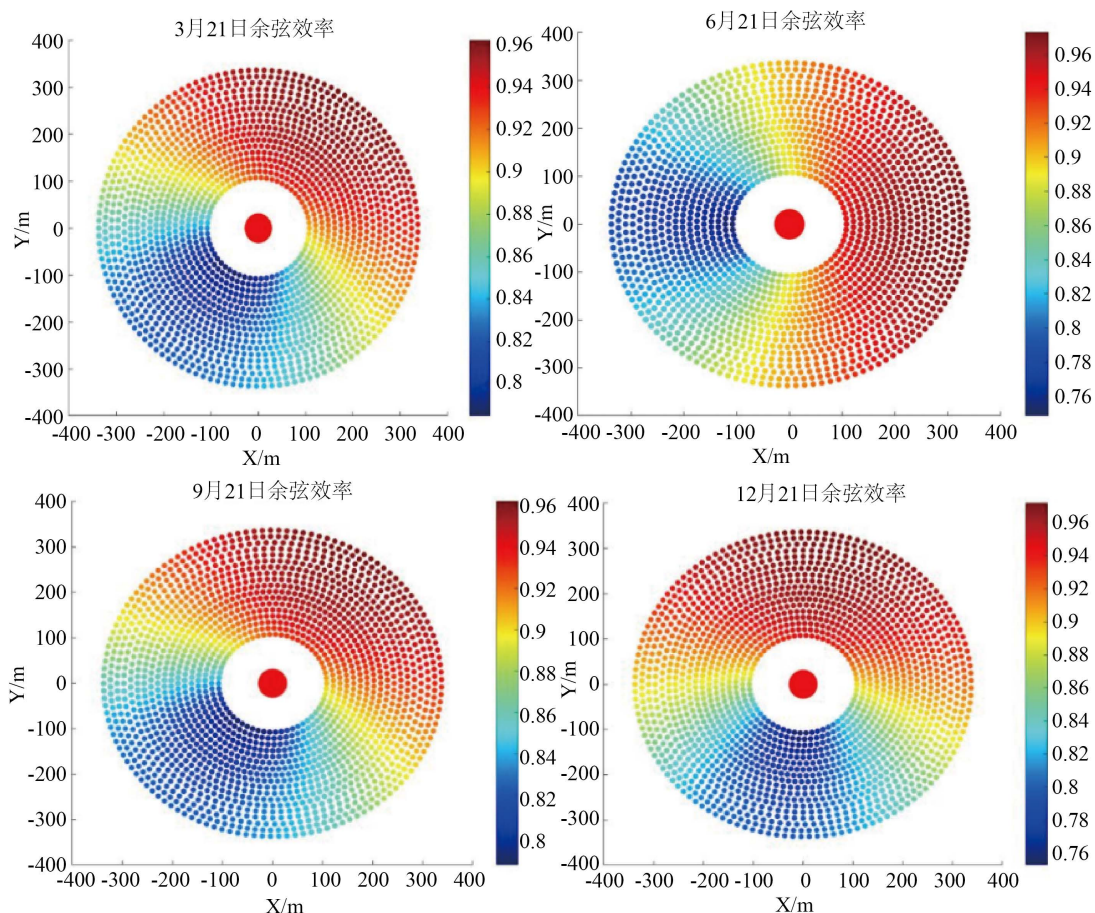


Figure 4. Cosine efficiency comparisons  
图 4. 余弦效率对比图

从图 5 可看出，在圆形镜场中，同一环上的定日镜大气透效率值是相等的。从整体来看，越靠近吸收塔的定日镜的大气透射率越高，而远离的大气透射率越低。边缘定日镜相比中心定日镜的大气衰减效率值会存在 2.2% 左右的下降。

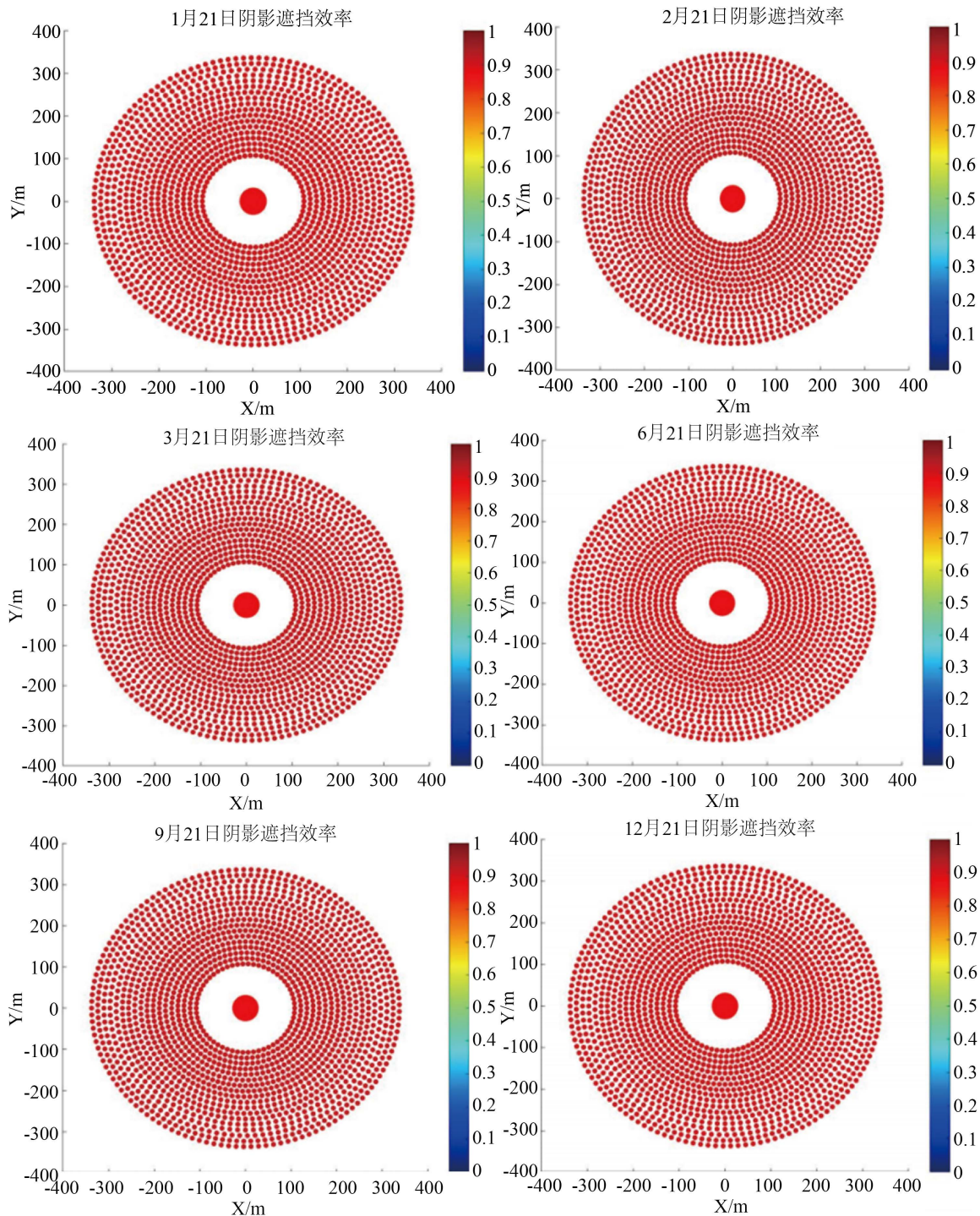
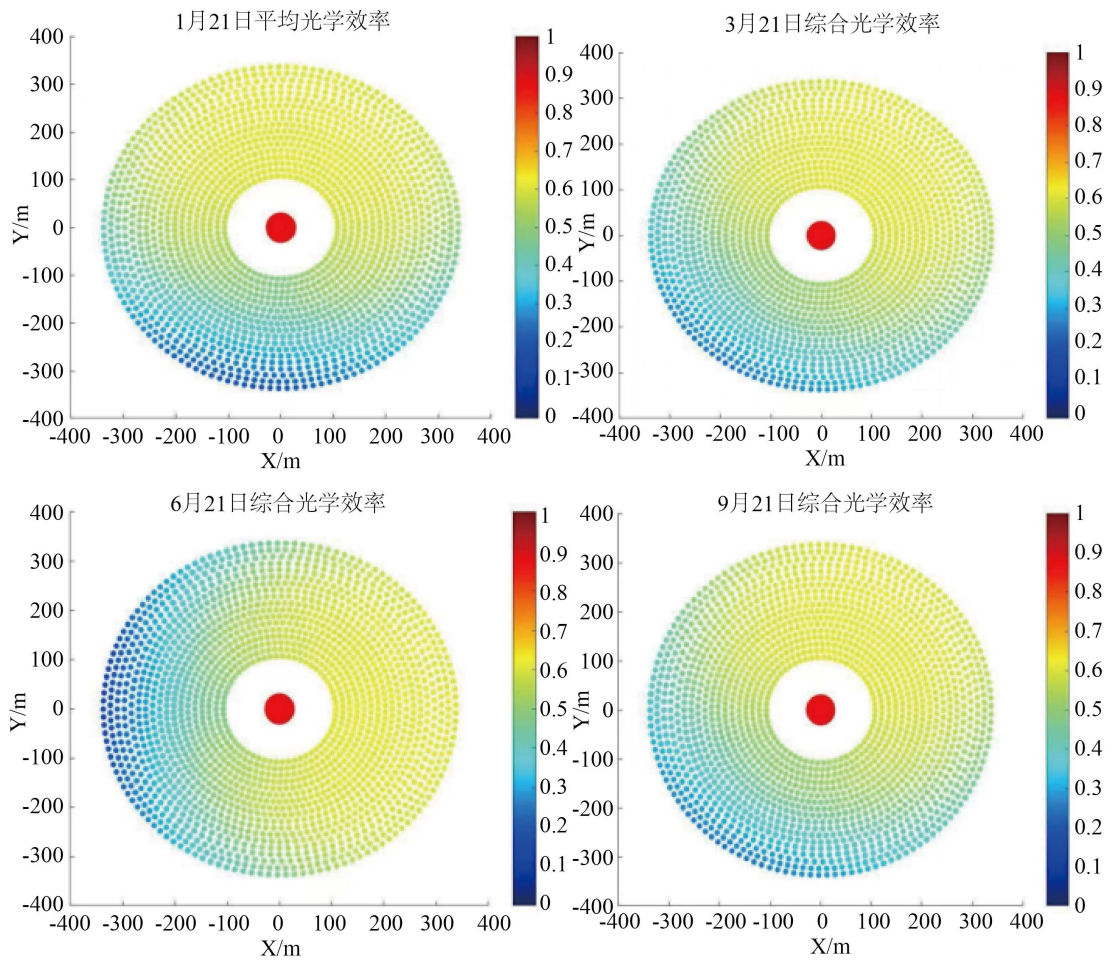


Figure 5. Shadow-affected efficiency comparisons  
图 5. 阴影遮挡效率对比图



**Figure 6.** Simulation diagrams of atmospheric transmissivity  
**图 6.** 镜场大气透射率仿真图

对比不同四个月的综合效率分布云图(图 6)可以发现,镜场效率分布不均其主要是余弦效率的影响,其次为大气透射率。并且南半边镜场的光学效率明显低于北半边镜场。

### 4.3.2. 效率云图的求解

利用建立的模型,通过 *MATLAB* 进行编程求解,求解出 X 年每月 21 日平均光学效率及输出功率;然后为简化计算,以当地时间每月 21 日 9:00、10:30、12:00、13:30 与 15:00 五个时间点计算出的结果取平均值作为年均指标,所求结果如表 2 与表 3。

**Table 2.** Average optical efficiency and output power of 21<sup>st</sup> every month in question 1  
**表 2.** 问题 1 每月 21 日平均光学效率及输出功率表

日期	平均光学效率	平均余弦效率	平均阴影遮挡效率	平均截断效率	单位面积镜面平均输出热功率 (kW/m <sup>2</sup> )
1 月 21 日	0.513637083	0.888268603	0.905636502	0.713342735	0.495919819
2 月 21 日	0.517224871	0.888113154	0.911048745	0.715045616	0.505121568
3 月 21 日	0.518505967	0.88806065	0.913369467	0.715795539	0.508618074

续表

4月21日	0.517320867	0.888125011	0.910577331	0.714894578	0.504744835
5月21日	0.513796118	0.888278965	0.905315632	0.713243665	0.495711224
6月21日	0.512020177	0.888373968	0.902702206	0.712452786	0.490949363
7月21日	0.513850017	0.888276358	0.905394701	0.713268016	0.495852741
8月21日	0.517471388	0.888119071	0.91081672	0.7149713	0.505131349
9月21日	0.518446213	0.888060898	0.913362236	0.715793278	0.508552655
10月21日	0.516878708	0.888127066	0.910496011	0.71486863	0.504231793
11月21日	0.513275436	0.88828718	0.905083344	0.713172827	0.494945178
12月21日	0.511726233	0.888373766	0.902705331	0.712453462	0.490671277

**Table 3.** Average annual optical efficiency and output power in question 1

**表 3.** 问题 1 年平均光学效率及输出功率表

年平均 光学效率	年平均 余弦效率	年平均 阴影遮挡效率	年平均 截断效率	年平均 输出热功率	单位面积镜面 年平均输出热功率
0.515346	0.88820539	0.90804235	0.71410853	31.4111715	0.50001864

## 5. 问题 2 模型的建立与求解

### 5.1. 问题分析

问题二是在定日镜场额定功率为 60 MW、所有定日镜的尺寸大小和安装高度相同的条件下，对定日镜场进行设计优化。因此在第一问的结果基础上建立优化模型。首先用 *Campo* 布置方法，建立仿真定日镜场[6]，再用粒子群算法进行优化，先得到定日镜场年工作效率的最大值时，定日镜场里每个镜子的坐标位置，再进行二次优化，将功率限制为 60 MW，得到新功率下的定日镜场镜子数目和每个镜子的坐标位置。

### 5.2. 模型的建立

#### 5.2.1. Campo 布置方法模型

问题二在问题一模型的基础上，建立了 *Campo* 布置方法模型：

$$r_1 = \frac{d_m \cdot N_1}{2\pi} \quad (32)$$

其中， $r_1$  为第一行定日镜的半径， $d_m$  为定日镜特征圆的直径， $N_1$  为第一行定日镜的数目。

$$\Delta\varphi_1 = 2 \arcsin\left(\frac{d_m}{2r_1}\right) \quad (33)$$

其中， $\Delta\varphi_1$  为第一行定日镜之间的方位角。

$$d_m = d_h + d_{\text{安}} \quad (34)$$

其中， $d_h$  为定日镜对角线长度， $d_{\text{安}}$  为定日镜之间的安全距离。

因为每行定日镜的数目是相同的，所以连续行之间的径向间隔也固定不变，且奇数行和偶数行连续交替分布。通过这种最密集的排列方式，得到相邻的行半径的最小变化量 $\Delta r_{\min}$ 。

$$\Delta r_{\min} = d_m \cdot \cos 30^\circ - h \quad (35)$$

$$h = r_1 - \sqrt{r_1^2 - \left(\frac{d_m}{4}\right)^2} \quad (36)$$

因为每行上的定日镜数目是相同的,所以同一行上定日镜之间的间距会随着行数的增加而逐渐变大。规定最后一行上两个相邻的定日镜之间只能放置一个额外的定日镜,然后才能进行下个部分的设置,接下来的这些部分与第一部分的排列原理是相同的。下个部分上的每一行定日镜的数目是上个部分每一行定日镜数目的两倍,所以,在每一部分各行的定日镜数目  $N_n$  和每一部分第一行的行半径  $r_1^n$  能够下面的两个式子计算得出。其中,  $n$  为被设置部分的序号。

$$N_n = N_1 \cdot 2^{n-1} \quad (37)$$

$$r_n = r_1 \cdot 2^{n-1} \quad (38)$$

因为在相同的部分内相邻两行之间的径向间隔固定不变,所以能够通过这种特殊的设置布局计算第  $n$  个部分内能够接受的最大行数  $N_{\max}$ 。

$$N_{\max} = \frac{r_1 \cdot 2^{n-1}}{\Delta r_{\min}} \quad (39)$$

根据光热发电站的设计需要,先选择合适的第一行定日镜的数目,然后再通过运算预测定日镜场中每个部分的定日镜行数、每一行上的定日镜数目以及每一行上的行半径,得到由 *Campo* 布置方法模型合成的紧密型定日镜场。再通过软件进行仿真,能够看到紧密型定日镜场具有很低的阴影遮挡效率和很高的其他光学效率。

在进行本问的定日镜场的优化布置之前,需先确定定日镜场优化布置的目标函数。国内外学者对定日镜场布置方法,存在较大的差别。但总的来说,塔式光热电站定日镜的优化布置需要遵循一定的设计原则,本问选择以镜场的年均效率最高为设计原则,通过相应的评价准则来判断镜场布置结果的优劣。定日镜场的瞬时光学效率受太阳位置影响,在每个时间点都是不同的。为了综合评价定日镜场的聚光性能,可采用“典型日平均法”或“月平均法”作为定日镜场年均光学效率的评价指标[7]。“典型日平均法”指分别在典型日(春分日、夏至日、秋分日、冬至日)内的各时间点计算定日镜场的瞬时光学效率再求平均值以近似代表定日镜场的年均光学效率。计算公式如下:

$$\bar{\eta}_{\text{field},f} = \sum_{k=1}^4 \int_{t_1}^{t_2} \eta_{\text{hel},k}(t) dt / \sum_{k=1}^4 \int_{t_1}^{t_2} dt \quad (40)$$

$k$  代表典型日序号,  $t_1$  与  $t_2$  分别代表镜场的开闭场时间。

“月平均法”指按一定的方式在典型年的 12 个月中分别选出 1 天作为本月的代表日。在代表日内分别计算各时间点的瞬时光学效率再求平均值以近似代表定日镜场的年均光学效率。计算公式如下:

$$\bar{\eta}_{\text{field},m} = \sum_{m=1}^{12} \int_{t_1}^{t_2} \eta_{\text{hel},m}(t) dt / \sum_{m=1}^{12} \int_{t_1}^{t_2} dt \quad (41)$$

$m$  代表月序号,  $t_1$  与  $t_2$  分别代表镜场的开闭场时间。

“典型日平均法”和“月平均法”均能代表定日镜场的综合聚光效率,不同之处在于“月平均法”计算的样本天数更大,其计算结果更接近真实情况,因此本文中采用“月平均法”计算定日镜场的年均光学效率。

粒子群优化算法(*Particle Swarm Optimization, PSO*)于 1995 年由 *EBERHAR* 和 *KENNED* 提出,粒子群算法要解决的大部分问题就是最优化问题。最优化问题通俗来讲就是在大量众多甚至无数的可行方案

中挑选出一种最优的解决方案，或者说花费最小的代价取得最好的结果[8]。

粒子群优化算法的流程如下：

STEP1：根据实际情况确定镜场参数；

STEP2：根据步骤一确定的参数，生成初排镜场；

STEP3：根据步骤二初排镜场，用粒子群优化算法对镜场中每台定日镜的坐标位置进行优化计算。

$$\max e_{field} = DNI \cdot \sum_i^N A_i \eta_i / \sum_i^N A_i \quad (42)$$

$$\begin{cases} 2 \leq H_l \leq 8 \\ 2 \leq H_w \leq 8 \\ 2 \leq h \leq 6 \\ H_l \geq H_w \\ \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i + y_j)^2} \geq H_l + 5 (i \neq j, i \text{ 和 } j \text{ 为定日镜编号}) \end{cases} \quad (43)$$

其中， $H_l$ 为镜面宽度， $H_w$ 为镜面高度， $h$ 为安装高度。

### 5.2.2. 多维粒子群优化算法

多维粒子群优化算法流程图如图 7 所示。

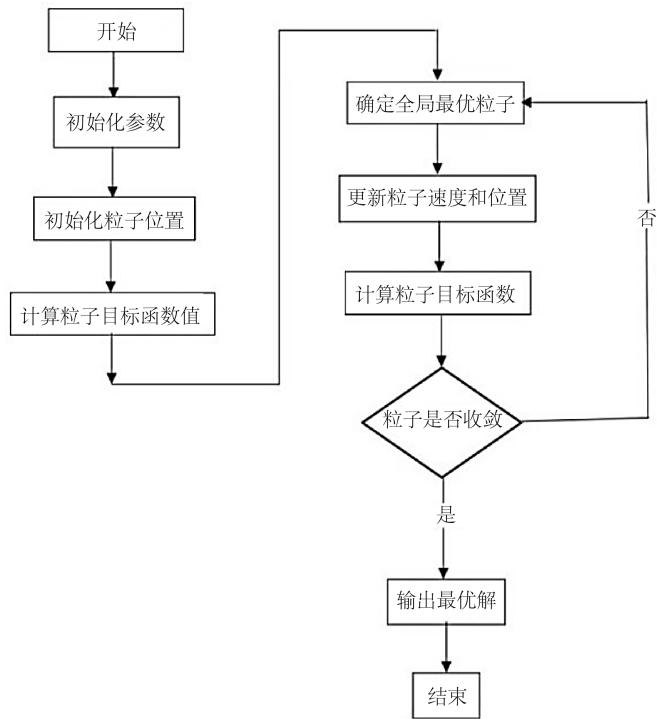


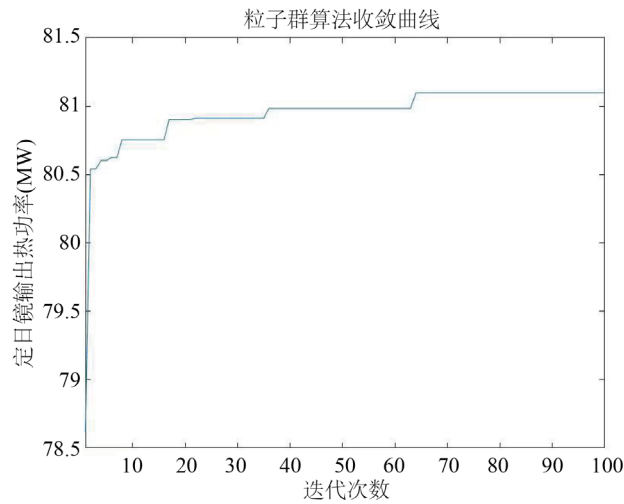
Figure 7. Flow sheet of multi-dimensional particle swarm optimization algorithm

图 7. 多维粒子群优化算法流程图

### 5.3. 模型求解

在第一问求解的基础上，先用 Campo 布置方法，以简化计算量，建立仿真定日镜场。先得到定日镜场年工作效率的最大值，该值由收敛曲线直观得出。结果如图 8，可见迭代 70 次以上时定日镜场输出热

功率趋于稳定，为 81 MW。



**Figure 8.** Convergence curve of particle swarm optimization algorithm

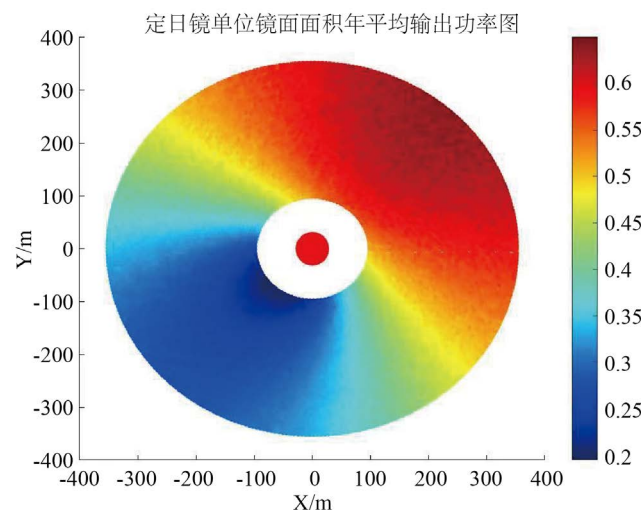
**图 8.** 粒子群算法收敛曲线

然后使用 *MATLAB* 做出二次优化前的定日镜单位面积年平均输出功率和定日镜年平均输出功率图，如图 9、图 10。可见南半边输出功率相对北半边低。

目前已得到定日镜热输出功率最大时的效率云图，随即将功率限制为 60 MW，得到新的定日镜单位镜面面积年平均输出功率图和定日镜年平均输出功率图，如图 11、图 12。肉眼可见南半边有很多定日镜并不工作。同时可求出定日镜数量，为 8362 片。

由于优化后的定日镜总数 8362 片，但实际很多定日镜并不提供功率，因此筛选掉不工作的定日镜数量，实际工作定日镜数量为 5128 片。

优化结果见表 4~表 6。



**Figure 9.** Annually average output power per unit area of helioscope

**图 9.** 定日镜单位面积年平均输出功率图



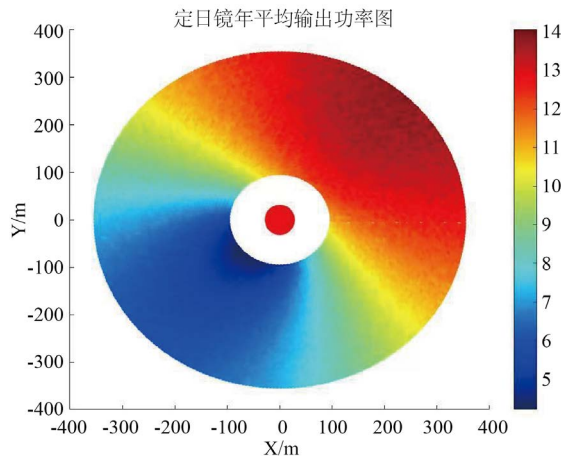


Figure 10. Annually average output power of helioscope  
图 10. 定日镜年平均输出功率图

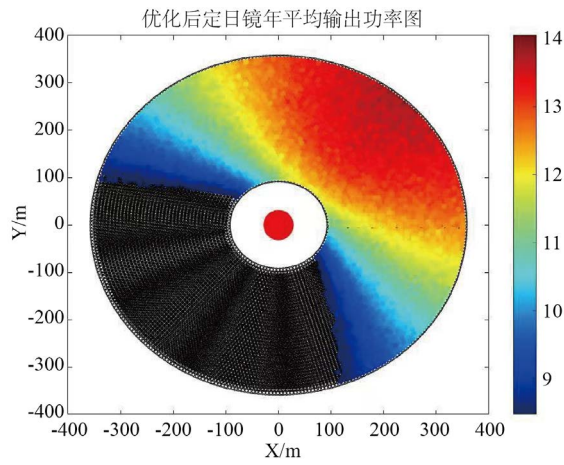


Figure 11. Optimized annually average output power per unit area of helioscope  
图 11. 优化后的定日镜年平均输出功率图

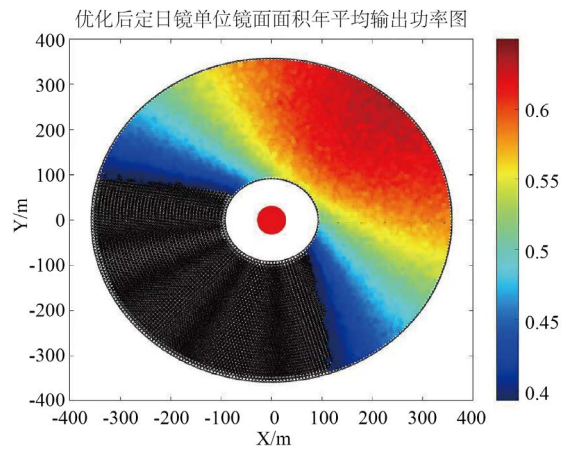


Figure 12. Optimized annually average output power of helioscope  
图 12. 优化后定日镜单位镜面面积年平均输出功率图

**Table 4.** Average optical efficiency and output power of 21<sup>st</sup> every month in question 2  
**表 4.** 问题 2 每月 21 日平均光学效率及输出功率表

日期	平均光学效率	平均余弦效率	平均阴影遮挡效率	平均截断效率	单位面积镜面 平均输出热功率 (kW/m <sup>2</sup> )
1 月 21 日	0.56031573	0.717615141	0.980308024	0.899997646	0.538948395
2 月 21 日	0.562373364	0.719324548	0.981437462	0.900373044	0.547281117
3 月 21 日	0.560804408	0.71690166	0.981921756	0.900284186	0.548830975
4 月 21 日	0.565931276	0.722586675	0.981339087	0.900783044	0.552655394
5 月 21 日	0.549416541	0.702757678	0.980241064	0.900069208	0.531255201
6 月 21 日	0.541159199	0.692372906	0.979695689	0.899883798	0.520328202
7 月 21 日	0.549942726	0.703069404	0.980257564	0.900120174	0.531796201
8 月 21 日	0.566212541	0.723352716	0.981389043	0.900382393	0.553143466
9 月 21 日	0.559473404	0.714986715	0.981920247	0.900424337	0.547359516
10 月 21 日	0.562658751	0.719532171	0.981322117	0.900646575	0.546942058
11 月 21 日	0.560583637	0.718153286	0.98019259	0.899923251	0.538501517
12 月 21 日	0.562248738	0.720301184	0.979696341	0.900370372	0.537077923

**Table 5.** Average annual optical efficiency and output power in question 2  
**表 5.** 问题 2 年平均光学效率及输出功率表

年平均 光学效率	年平均 余弦效率	年平均 阴影遮挡效率	年平均 截断效率	年平均 输出热功率	单位面积镜面 年平均输出热功率
0.558427	0.714246	0.98081	0.900272	60.01947	0.541177

**Table 6.** Design parameters in question 2  
**表 6.** 问题 2 设计参数表

吸收塔位置坐标	定日镜尺寸(宽 × 高)	定日镜安装高度(m)	定日镜总面数	定日镜总面积(m <sup>2</sup> )
(0, 0)	4.7064 × 4.5954	4.2006	5128	110907.31

## 6. 问题 3 模型的建立与求解

### 6.1. 问题分析

问题 3 中各定日镜尺寸、安装高度不要求相同，同时定日镜场额定功率达到 60 MW 时，使单位镜面面积年平均输出热功率最大，要求计算出吸收塔的位置坐标、各定日镜的尺寸、安装高度及位置坐标。本题沿用问题 2 所建立的优化模型，将定日镜尺寸与安装高度设为可变参数，然后仍然利用问题 2 所用模型与算法对结果进行优化求解。

### 6.2. 模型的建立

本题模型同问题 2，只需将问题 2 中固定的定日镜尺寸和定日镜安装高度也转为可变参数，重新对模型进行优化求解即可。

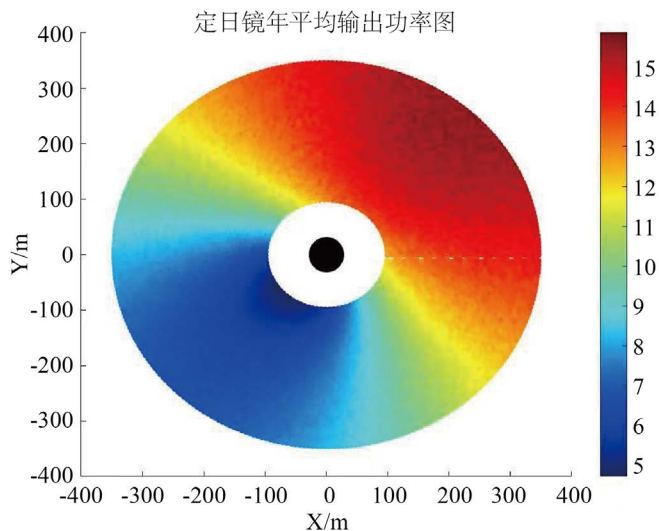
$$\text{s.t.} \begin{cases} 2 \leq L_i \leq 8, i = 1, 2, 3, \dots, N \\ 2 \leq W_i \leq 8, i = 1, 2, 3, \dots, N \\ 2 \leq H_i \leq 6, i = 1, 2, 3, \dots, N \\ L_i \geq W_i, i = 1, 2, 3, \dots, N \\ \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \geq L + 5 (i \neq j, i \text{ 和 } j \text{ 为定日镜编号}) \end{cases} \quad (44)$$

$$\max e_{field} = DNI \cdot \sum_i^N A_i \eta_i / \sum_i^N A_i \quad (45)$$

本题采用遗传算法进行求解，遗传算法(*Genetic Algorithm, GA*)是由美国的 *John holland* 根据自然中生物进化规律而设计出来的，是模拟达尔文生物进化论的自然选择和遗传学机理的生物进化过程的计算模型，可以通过模拟自然进化搜索出最优解。该算法在求解较为复杂组合优化问题时,比常规的优化算法能较快地获得较好的优化结果。目前，遗传算法已被人们广泛地应用于组合优化、信号处理、机器学习、自适应控制等领域[9] [10]。

### 6.3. 模型的求解

使用 *MATLAB* 做出二次优化前的定日镜单位面积年平均输出功率和定日镜年平均输出功率图，如图 13、图 14。同样南半边输出功率相对北半边低。

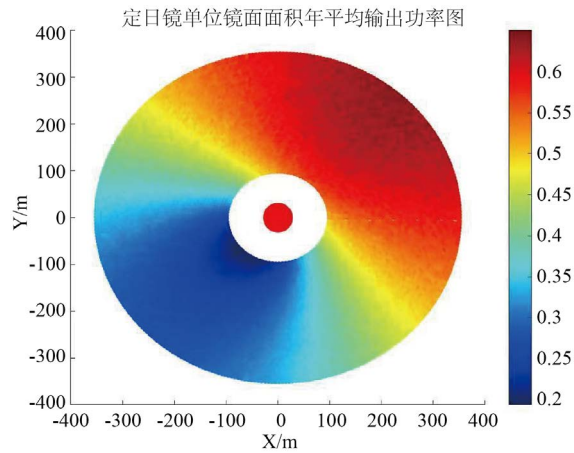


**Figure 13.** Annually average output power of helioscope  
**图 13.** 定日镜年平均输出功率图

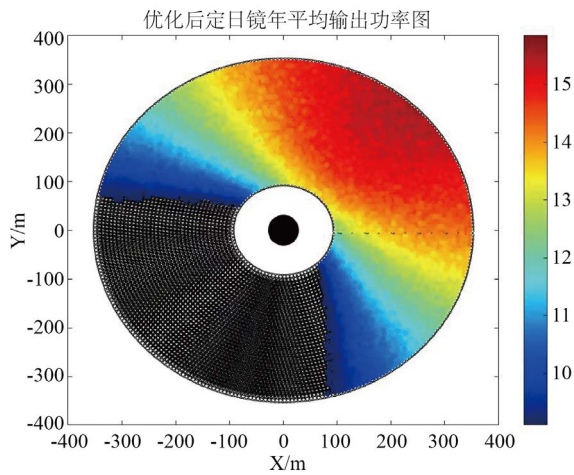
目前已得到定日镜热输出功率最大时的效率云图，随即将功率限制为 60 MW，得到新的定日镜单位镜面面积年平均输出功率图和定日镜年平均输出功率图，如图 15、图 16。肉眼可见南半边有很多定日镜并不工作。同时可求出定日镜数量，为 7169 片。

由于优化后的定日镜总数 7169 片，但实际很多定日镜并不提供功率，因此筛选掉不工作的定日镜数量，实际工作定日镜数量为 4610 片。

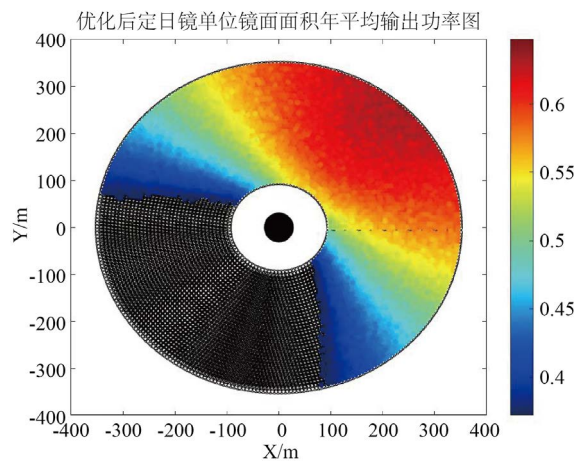
通过 *MATLAB* 利用遗传算法进行编程，求解得结果如表 7~表 9。



**Figure 14.** Annually average output power per unit area of helioscope  
**图 14.** 定日镜单位镜面面积年平均输出功率图



**Figure 15.** Optimized annually average output power of helioscope  
**图 15.** 优化后定日镜年平均输出功率图



**Figure 16.** Optimized annually average output power per unit area of helioscope  
**图 16.** 优化后定日镜单位镜面面积年平均输出功率图

**Table 7.** Average annual optical efficiency and output power on 21<sup>st</sup> of every month in question 3  
**表 7.** 问题 3 每月 21 日平均光学效率及输出功率表

日期	平均光学效率	平均余弦效率	平均阴影遮挡效率	平均阴影遮挡效率	单位面积镜面平均输出热功率 (kW/m <sup>2</sup> )
1 月 21 日	0.549679365	0.70713344	0.977031064	0.899132004	0.528959633
2 月 21 日	0.552199303	0.708997965	0.978348453	0.899725171	0.537664991
3 月 21 日	0.551374437	0.706648428	0.978913338	0.900389223	0.539848554
4 月 21 日	0.555194975	0.71181673	0.978233707	0.899655246	0.542372177
5 月 21 日	0.539264142	0.692542189	0.976952961	0.898888265	0.521681732
6 月 21 日	0.531705994	0.68254685	0.976316829	0.899826679	0.511475006
7 月 21 日	0.54007358	0.692843771	0.976972207	0.899911488	0.52251589
8 月 21 日	0.55606537	0.712566046	0.978291976	0.90009927	0.543437002
9 月 21 日	0.549629754	0.70482526	0.978911578	0.899930898	0.538054635
10 月 21 日	0.552673595	0.709178539	0.978213913	0.90031984	0.537510055
11 月 21 日	0.5504213	0.707636501	0.97689642	0.899848829	0.529086363
12 月 21 日	0.552368447	0.709638068	0.97631759	0.900885264	0.527922568

**Table 8.** Average annual optical efficiency and output power in question 3  
**表 8.** 问题 3 年平均光学效率及输出功率表

年平均光学效率	年平均余弦效率	年平均阴影遮挡效率	年平均截断效率	年平均输出热功率	单位面积镜面年平均输出热功率
0.548387522	0.703864482	0.97761667	0.899884348	60.00504321	0.531710717

**Table 9.** Design parameters in question 3  
**表 9.** 问题 3 设计参数表

吸收塔位置坐标	定日镜尺寸(宽 × 高)	定日镜安装高度(m)	定日镜总面数	定日镜总面积(m <sup>2</sup> )
(0, 0)			4610	158630

## 7. 模型的评价与推广

### 7.1. 模型的优点

问题 2 中应用多维粒子群算法, 操作简单, 具有一定的鲁棒性, 即使某个粒子出现异常数值, 对总体优化结果也不会产生太大影响。问题 3 应用遗传算法, 可以在全局搜索最优解, 避免陷入局部最优, 同时可以处理大型、复杂的搜索空间。总之, 本文提供的计算与优化方案具有良好的可借鉴性, 可为同类问题的分析解决提供参考。

### 7.2. 模型的缺点

对于本题建立定日镜优化模型, 未考虑天气因素、镜面弯曲程度、灰尘覆盖等复杂因素的影响, 对模型所求结果有一定程度影响。这些问题, 有待后续的进一步分析探讨。

## 8. 结论

定日镜场的设计方案直接决定了塔式太阳能光热发电系统的效率。本文分析了“定日镜场的优化设计”的可行方案,利用卷积积分和构建模拟镜场等方法,在定日镜工作原理的基础上,建立了优化模型,并通过遗传算法和多为粒子群算法对模型进行求解,为解决定日镜场优化设计中的关键问题提供了一种可行方案。同时,本文还对所建立的模型进行了评价,简析了该模型的优缺点。总之,本文提供的计算与优化方案具有良好的可借鉴性,可为同类问题的分析解决提供范例。

## 参考文献

- [1] 张福君,李凤梅. 综述太阳能光热发电技术发展[J]. 锅炉制造, 2019(4): 33-36+46.
- [2] 全国大学生数学建模组委会. 2023 “高教社杯”全国大学生数学建模竞赛赛题[EB/OL]. [http://http://www.mcm.edu.cn/html\\_cn/block/8579f5fce999cdc896f78bca5d4f8237.html](http://http://www.mcm.edu.cn/html_cn/block/8579f5fce999cdc896f78bca5d4f8237.html), 2023-09-07.
- [3] 刘家颖. 塔式太阳能定日镜跟踪控制系统的设计[D]: [硕士学位论文]. 太原: 中北大学, 2022.
- [4] 丁琦,曾智勇,陈武忠,等. 一种定日镜场有效镜面面积的评估方法[J]. 太阳能学报, 2021, 42(9): 184-189.
- [5] 刘建兴. 塔式光热电站光学效率建模仿真及定日镜场优化布置[D]: [硕士学位论文]. 兰州: 兰州交通大学, 2023.
- [6] 谢飞. 塔式太阳能热电系统定日镜场光学仿真与应用研究[D]: [硕士学位论文]. 杭州: 浙江大学, 2013.
- [7] 程小龙. 基于光学效率的塔式电站镜场布局优化设计研究[D]: [硕士学位论文]. 合肥: 合肥工业大学, 2019.
- [8] 徐浩天. 基于粒子群算法的多维优化改进与应用研究[D]: [硕士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨师范大学, 2021.
- [9] 郑树泉. 工业智能技术与应用[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 2019: 250-251.
- [10] 颜雪松,伍庆华,胡成玉. 遗传算法及其应用[M]. 北京: 中国地质大学出版社, 2018.