

数字认知和数学能力及其内在神经机制的关系

卢 奕

苏州大学教育学院, 江苏 苏州

收稿日期: 2024年1月25日; 录用日期: 2024年3月15日; 发布日期: 2024年3月27日

摘 要

认知神经科学视野下的一般逻辑推理内在机制已经有了丰富且深入的研究, 并提出以“双机制理论”进行解释。两种不同机制理论的关键不同在于是否需要语言及规则的介入。对于有着更大概念外延的数学逻辑, 同样也存在这个问题, 而这个问题在人们的数量获得过程中就已经产生。相对来说, 简单的代数推理是简单数字的加工过程, 是一种数学的低阶信息加工, 不需要语言介入; 而语言推理相对抽象复杂, 需要相应的支持语言信息加工的神经机制激活。因此, 区分出数字认知和数学逻辑非常有必要。

关键词

数字认知, 数学逻辑, 认知神经机制

The Relationship among Number Cognition, Mathematical Ability and Their Intrinsic Neural Mechanisms

Yi Lu

School of Education, Soochow University, Suzhou Jiangsu

Received: Jan. 25th, 2024; accepted: Mar. 15th, 2024; published: Mar. 27th, 2024

Abstract

The mechanisms underlying general logical reasoning from the perspective of cognitive neuroscience have been richly and thoroughly investigated, and a “two-mechanism theory” has been proposed to explain them. The key difference between the two theories lies in the need for lan-

guage and rules. The same problem exists for mathematical logic, which has a larger conceptual extension, and which arises in the process of acquiring quantities. Comparatively speaking, simple algebraic reasoning is the processing of simple numbers, a form of mathematical low-order information processing that does not require linguistic intervention, whereas linguistic reasoning is relatively abstract and complex and requires the activation of corresponding neural mechanisms that support linguistic information processing. Therefore, it is very necessary to distinguish between number cognition and mathematical logic.

Keywords

Number Cognition, Mathematical Logic, Cognitive Neural Mechanisms

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

数字认知和数学逻辑属于认知心理学领域的研究内容, 基于目前心理学的研究内容, 从能力角度看, 数字认知总体上被当作一种基于数量加工的数学能力; 而数学逻辑是基于数学推理的数学能力。前者为数学的低阶信息加工, 而后者为数学的高阶信息加工。20 世纪早期 Jean Piaget 就指出, 逻辑认知是最高形式的生物适应。数字认知是理解人类认知的一个重要窗口, 因为它设计不同加工过程及其组合。有些加工都特定且自动化。例如, 背一串数字是一项在童年时期通过反复练习的活动。它不需要什么有意识的努力, 就像许多其他重要的数字运算一样(例如, 位数、数字比较、大小和奇偶判断)。除了这些特定的加工过程外, 数字认知还涉及到更一般的加工资源和加工机制。例如, 逻辑推理、执行控制, 决策和策略。当解决一个复杂的算术问题(如, 38×25)时, 我们必须在几种可用的策略中选择并决定使用某个策略。很明显, 这其中还包含了决策过程, 且执行所选的策略需要高水平的控制。因此有必要对基于数量加工的低阶数学能力, 和基于数学推理的高阶数学能力进行区分。

同时普通心理学视角下的逻辑和单纯的逻辑学的最大区别在于考虑人的信息加工过程以及人的个性和情绪。但是语言、逻辑和数学如何在人类大脑中相互作用还不是很清楚。直到最近, 随着大脑成像技术的出现, 使进一步探索逻辑推理和数学计算的神经基础成为了可能, 并且, 相比于认知心理学, 认知神经科学视野下的数学逻辑研究是一种内在神经机制的探索, 更能实现语言、逻辑和数学之间的整合性和动态性研究。

1.1. 基于数量的数学能力

数量加工的神经机制问题基本上可由 McCrink 等(2007)提出的三重编码模型作出回答: 水平顶内沟在数量表征中发挥了重要作用, 且数量表征独立于数字符号; 左侧角回是处理言语形式数字的神经基础; 双侧后顶上叶系统是心理数字线上空间注意定向的神经基础。数字符号加工和非数字符号加工的神经机制研究发现, 两者的顶内沟的激活模式相似, 顶内沟的加工并非领域特异性(domain-specific representation)。对数字的和非数字符号的序的加工也发现顶内沟前端激活程度相等(Koppelstaetter et al., 2008)。但是也有研究发现, 顶内沟可专职离散数量表征的加工; 在数量的符号表征的准确性上顶内沟左侧比右侧有更强激活, 这些发现都支持顶内沟的领域特异性加工(Tudusciuc & Nieder, 2007)。

除了顶内沟负责数量加工之外,其他相关脑区的作用也逐步被揭示出来。开始于发现计算障碍症患者的多个脑区存在加工问题,随后在正常人身上发现距离效应和数字运算的相关脑区不限于顶内沟,最终走向了提出数量加工的神经机制不同于数学能力的神经机制。距离效应的脑成像研究发现,双侧顶下叶激活,尤其顶内沟和距离效应是负相关。距离效应还与双侧前额区和前中央区负相关,这表明存在一个前端脑区到顶区的功能网络负责数量加工,顶内沟需依赖其他脑区(如,前额区)完成数量加工(Pinel et al., 2001)。有研究者训练猴子完成阿拉伯数字与相应的点阵数量之间的匹配,通过单细胞记录技术发现前额区(PFC)和顶内沟都参与了非符号的数量表征。这意味,在PFC中数量能够与阿拉伯数字相联结,将原本无意义的符号映射到语义范畴,实现对符号精准、明确的理解(Diester & Nieder, 2007)。数字运算过程中的数量加工更加复杂,但离不开数字和运算符号的加工,因此,运算不只是数量加工,更可以体现一种数学能力。研究发现,左侧颞-顶皮层参与数字运算(Piazza et al., 2007)。由于其中的角回邻近顶内沟,而角回负责运算时的语言加工,因此,角回作用值得进一步探索。能在量上区分“少”和“多”,并不意味具有数学能力。只有经过语言和符号的转化后,数量加工才可能进一步发展为数学能力。Grabner & De Smedt (2011)通过高/低数学能力组的对照研究发现,三个任务中高数学能力组一致地表现出左侧角回的激活更强,与数学能力相关的顶区加工并没有因为任务差异而显示出不同。这个研究提示,反映数学能力的主要脑区可能是左侧角回(Grabner et al., 2007)。在左侧颞-顶皮层区域中,和左侧角回作用相似的缘上回也是支撑心算的语言加工区(Rivera et al., 2005)。因此可得出,基于数量加工的数学能力离不开数量加工,也离不开语言加工。对于8岁半儿童来说,语言加工就已经发挥出作用,而成年人进行熟练心算时左侧枕-颞皮层活动增加,双侧额区,海马和基底节活动减弱(Rivera et al., 2005)。因此,运算是由一个皮层网络承担,其中某些脑区激活,而其他脑区活动减弱,这提示应从网络功能连接入手而不是只专注于特定脑结构(如,顶内沟)。

语句中数量加工的神经机制以感知-运动理论为研究基础,这和前面介绍的单纯数字的数量加工有很大不同。综合前人研究,感知-运动理论的神经机制中,在理解动作隐喻的过程时牵涉到的脑区有左侧中央前回,左侧顶上小叶,双侧顶下小叶,左侧颞中回和左侧颞上沟。值得关注的是,左侧颞中回作用可以将语义保留在工作记忆中,并能结合语境整合语义(Rapp et al., 2012)。Schmidt-Snoek et al. (2015)的ERP研究发现,N400和P600可以反映通道-非通道形式的整合(如,听觉-动觉之间)和语言学成分在相应的感知-运动脑区上的活动。Sakreida et al. (2013)利用脑成像技术比较理解具体与抽象语句时大脑的激活情况发现,具体与抽象语句的理解尽管都有感觉运动皮层的参与,但相对来说,具体语句的理解更依赖感觉-运动系统,而抽象语句更依赖言语系统。

1.2. 基于数学推理的数学能力

心理学中符号距离效应SDE表明字母传递关系推理和数量比较推理之间的相似性,两者也可能有相似的内在神经机制。Cantlon et al. (2009)和Goel (2007)研究发现,数字推理和逻辑推理中都有顶叶皮层的激活。由此,研究数字传递关系下的SDE中的推理作用是一个问题简化了的研究,但即便这样,对于大脑里的数字知识和逻辑推理如何相互作用却仍知之不多。

SDE和数字认知中顶内沟水平段(horizontal Segment of the Intraparietal Sulcus, hIPS)通常都会被激活,有两项神经成像研究可以证明:当被试对字母(Fias et al., 2007)或月份(Ischebeck et al., 2007)固进行顺序判断时会激活hIPS。猴子的hIPS神经元编码事件顺序的研究提示,处理定序列数字的两大基本特征(数量和顺序)的大脑区域是相同的(Jacob & Nieder, 2008)。这些研究提出了一种可能性,即传递关系序列的加工与hIPS中的数量加工机制有关。另一方面,有研究者认为,与数字不同,一般形式的传递关系序列不

受 hIPS 支持, 但与基底神经节 - 多巴胺系统中的联想强化机制有关(Frank et al., 2005), 这个想法来自于对动物的研究。Delius (1998)研究发现, 非语言形式的传递关系序列的学习是通过呈现不对称的奖赏重叠成对的物品来完成的(例如, $A + B -$, $B + C -$, $C + D -$, $D + E -$, 其中+表示积极的奖励, -表示消极的奖励)。锚(A 和 E)有不对称的强化值(A 总是被奖励, E 却一直未被奖励)。计算模型表明, 这些非对称价值可以转移到相邻项目。例如, 因为 B 与奖励最多的项目(A)相关联, 而 D 与奖励最少的项目(E)相关联。B 比 D 发展出更大的联想价值。选择 B 而不是 D 完全可以用每个项目的强化历史来解释(von Fersen et al., 1991)。这种推理可以推广到所有的传递关系词项, 所以, 在序列顶端的项目比那些在底端的项目产生更大的多巴胺值。这一机制可以完全解释 SDE: 两个多巴胺值差异大的项目比两个多巴胺值差异小的项目更容易区分(Gabriel et al., 2008)。然而, 这种联想强化机制是否能够解释语言传递关系推理任务(无“外显”奖励)中的 SDE 仍有待研究。

Feldman et al. (2009)发现, 字母间的传递关系推理虽然是一种语言上的有序序列加工, 但它仍然会利用负责数字表征的脑区域(顶内前沟); 与数字不同, 传递关系序列在基底神经节 - 多巴胺系统又得到编码。顶内沟对数字的表征在学习后不久优先支持语言传递关系序列, 基底神经节在该序列得到良好练习时就会被激活, 顶内沟和基底神经节机制在同一时间没有相同程度的激活。Feldman et al. (2009)的研究结果表明, 数字表征的短暂激活通过联想强化机制支持语言传递关系序列的表征, 直到在基底神经节 - 多巴胺系统出现它们的晚期编码。

Liang et al. (2011)认为, 数字归纳推理的能力需要两个关键的认知过程: 识别和外推。他们依据规则归纳(Rule Induction, RI)、规则归纳应用(Rule Induction and Application, RIA)和知觉判断(Perceptual Judgment, PJ)三种任务利用 fMRI 研究数字归纳推中这两个认知过程的神经机制。结果发现, 识别和外推的共通部分是左上顶叶(SPL)延伸至楔前叶和左背外侧前额叶皮层(DLPFC)。他们还观察到, 额 - 顶网络对识别(规则识别和数字识别)具有特异性, 而纹状体 - 丘脑网络对外推具有特异性。研究结果表明, 包括前额叶、顶叶和皮层下区域在内的多个大脑区域都会参与推理过程且彼此协调, 其中一些区域只负责这两个过程中的一个过程, 而另一些区域则对这两个过程都敏感。更进一步地, Prabhakaran, Rypma 和 Gabrieli (2001)采用必要数学操作测试(Necessary Arithmetic Operations Test, NAOT)检测数学推理的脑区激活。测试包含三种问题: 需要数学推理和文本处理的 2 操作问题, 需要文本处理但最小数学推理的 1 操作问题, 以及需要最小文本处理和控制感知运动需求的 0 操作问题。结果发现, 2 操作问题在双侧额叶区域(额上回、额中回和额下回)产生了与其他问题解决任务相似的主要激活, 这表明由这些区域激活促成了多种形式的推理。研究结果提示, 在解决数学问题的过程中, 由额叶皮层参与的推理和由额叶皮层参与的文本处理之间存在着分离。

由前述的传递推理、归纳推理和数学推理的研究可以看到, 数学逻辑也可由“双机制”观点得到描述, “双机制”观点是数学逻辑内涵的一个基本框架, 概括起来主要包含额 - 顶皮层网络和额 - 顶皮层网络两大机制。

参考文献

- Cantlon, J. F., Libertus, M. E., Pinel, P., Dehaene, S., Brannon, E. M., & Pelphrey, K. A. (2009). The Neural Development of an Abstract Concept of Number. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 21, 2217-2229. <https://doi.org/10.1162/jocn.2008.21159>
- Delius, M. S. J. D. (1998). Algebraic Learning and Neural Network Models for Transitive and Non-Transitive Responding. *European Journal of Cognitive Psychology*, 10, 307-334. <https://doi.org/10.1080/713752279>
- Diester, I., & Nieder, A. (2007). Semantic Associations between Signs and Numerical Categories in the Prefrontal Cortex. *PLOS Biology*, 5, e294. <https://doi.org/10.1371/journal.pbio.0050294>

- Feldman, L. B., O'Connor, P. A., & del Prado Martín, F. M. (2009). Early Morphological Processing Is Morphosemantic and Not Simply Morpho-Orthographic: A Violation of Form-Then-Meaning Accounts of Word Recognition. *Psychonomic Bulletin & Review*, *16*, 684-691. <https://doi.org/10.3758/PBR.16.4.684>
- Fias, W., Lammertyn, J., Caessens, B., & Orban, G. A. (2007). Processing of Abstract Ordinal Knowledge in the Horizontal Segment of the Intraparietal Sulcus. *Journal of Neuroscience*, *27*, 8952-8956. <https://doi.org/10.1523/JNEUROSCI.2076-07.2007>
- Frank, M. J., Woroch, B. S., & Curran, T. (2005). Error-Related Negativity Predicts Reinforcement Learning and Conflict Biases. *Neuron*, *47*, 495-501. <https://doi.org/10.1016/j.neuron.2005.06.020>
- Gabriel, C. G., dos Santos, M. V., & de Vasconcelos, F. de A. G. (2008). Avaliação de um programa para promoção de hábitos alimentares saudáveis em escolares de Florianópolis, Santa Catarina, Brasil. *Revista Brasileira de Saúde Materno Infantil*, *8*, 299-308. <https://doi.org/10.1590/S1519-38292008000300009>
- Goel, V. (2007). Anatomy of Deductive Reasoning. *Trends in Cognitive Sciences*, *11*, 435-441. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2007.09.003>
- Grabner, R. H., & De Smedt, B. (2011). Neurophysiological Evidence for the Validity of Verbal Strategy Reports in Mental Arithmetic. *Biological Psychology*, *87*, 128-136. <https://doi.org/10.1016/j.biopsycho.2011.02.019>
- Grabner, R. H., Ansari, D., Reishofer, G., Stern, E., Ebner, F., & Neuper, C. (2007). Individual Differences in Mathematical Competence Predict Parietal Brain Activation during Mental Calculation. *NeuroImage*, *38*, 346-356. <https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2007.07.041>
- Ischebeck, A., Heim, S., Siedentopf, C., Zamarian, L., Schocke, M., Kremser, C. et al. (2007). Are Numbers Special? Comparing the Generation of Verbal Materials from Ordered Categories (Months) to Numbers and Other Categories (Animals) in an fMRI Study. *Human Brain Mapping*, *29*, 894-909. <https://doi.org/10.1002/hbm.20433>
- Jacob, S. N., & Nieder, A. (2008). The ABC of Cardinal and Ordinal Number Representations. *Trends in Cognitive Sciences*, *12*, 41-43. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2007.11.006>
- Koppelstaetter, F., Poeppel, T. D., Siedentopf, C. M., Ischebeck, A., Verius, M., Haala, I., Mottaghy, F. M., Rhomberg, P., Golaszewski, S., Gotwald, T., Lorenz, I. H., Kolbitsch, C., Felber, S., & Krause, B. J. (2008). Does Caffeine Modulate Verbal Working Memory Processes? An fMRI Study. *NeuroImage*, *39*, 492-499. <https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2007.08.037>
- Liang, P., Wang, Z., Yang, Y., Jia, X., & Li, K. (2011). Functional Disconnection and Compensation in Mild Cognitive Impairment: Evidence from DLPFC Connectivity Using Resting-State fMRI. *PLOS ONE*, *6*, e22153. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0022153>
- McCrink, K., Dehaene, S., & Dehaene-Lambertz, G. (2007). Moving along the Number Line: Operational Momentum in Non-Symbolic Arithmetic. *Perception & Psychophysics*, *69*, 1324-1333. <https://doi.org/10.3758/BF03192949>
- Piazza, M., Pinel, P., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2007). A Magnitude Code Common to Numerosities and Number Symbols in Human Intraparietal Cortex. *Neuron*, *53*, 293-305. <https://doi.org/10.1016/j.neuron.2006.11.022>
- Pinel, P., Dehaene, S., Rivière, D., & LeBihan, D. (2001). Modulation of Parietal Activation by Semantic Distance in a Number Comparison Task. *NeuroImage*, *14*, 1013-1026. <https://doi.org/10.1006/nimg.2001.0913>
- Prabhakaran, V., Rypma, B., & Gabrieli, J. D. E. (2001). Neural Substrates of Mathematical Reasoning: A Functional Magnetic Resonance Imaging Study of Neocortical Activation during Performance of the Necessary Arithmetic Operations Test. *Neuropsychology*, *15*, 115-127. <https://doi.org/10.1037/0894-4105.15.1.115>
- Rapp, A. M., Mutschler, D. E., & Erb, M. (2012). Where in the Brain Is Nonliteral Language? A Coordinate-Based Meta-Analysis of Functional Magnetic Resonance Imaging Studies. *NeuroImage*, *63*, 600-610. <https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2012.06.022>
- Rivera, S. M., Reiss, A. L., Eckert, M. A., & Menon, V. (2005). Developmental Changes in Mental Arithmetic: Evidence for Increased Functional Specialization in the Left Inferior Parietal Cortex. *Cerebral Cortex*, *15*, 1779-1790. <https://doi.org/10.1093/cercor/bhi055>
- Sakreida, K., Scorolli, C., Menz, M. M., Heim, S., Borghi, A. M., & Binkofski, F. (2013). Are Abstract Action Words Embodied? An fMRI Investigation at the Interface between Language and Motor Cognition. *Frontiers in Human Neuroscience*, *7*. <https://doi.org/10.3389/fnhum.2013.00125>
- Schmidt-Snoek, G. L., Drew, A. R., Barile, E. C., & Aguias, S. J. (2015). Auditory and Motion Metaphors Have Different Scalp Distributions: An ERP Study. *Frontiers in Human Neuroscience*, *9*. <https://doi.org/10.3389/fnhum.2015.00126>
- Tudusciuc, O., & Nieder, A. (2007). Neuronal Population Coding of Continuous and Discrete Quantity in the Primate Posterior Parietal Cortex. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *104*, 14513-14518. <https://doi.org/10.1073/pnas.0705495104>
- Von Fersen, L., Wynne, C. D., Delius, J. D., & Staddon, J. E. (1991). Transitive Inference Formation in Pigeons. *Journal of Experimental Psychology: Animal Behavior Processes*, *17*, 334-341. <https://doi.org/10.1037//0097-7403.17.3.334>