Creative Education Studies 创新教育研究, 2024, 12(4), 7-16
Published Online April 2024 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ces
https://doi.org/10.12677/ces.2024.124170

Hans汉斯

浅谈新高考数学如何利用高考真题开展数学建模课程

黄舒晴

柳州市第一中学，广西 柳州

收稿日期：2024年2月16日；录用日期：2024年4月1日；发布日期：2024年4月10日

摘　要

数学建模是一种通过数学方法来描述、分析、解决实际问题的过程，它作为一种教学方法，通过实际问题的解决培养了学生全面发展的能力，不仅提高了他们在数学领域的水平，同时也为他们未来的职业和学术生涯奠定了坚实的基础。因此，高中数学课堂应用数学建模思想解决实际问题也是大势所趋，而使用高考真题作为数学建模的实例是一个非常有效的方法，因为高考题目通常设计得很贴近实际问题，涵盖了多个数学领域的知识。对此，本文从六个主要部分系统性地探讨了如何利用高考真题来开展数学建模课程，为教育实践提供了有益的指导和启示。

关键词

新高考，数学建模，高考真题，数学教育

How to Develop Mathematical Modeling Course by Using the True Questions in the New College Entrance Examination

Shuqing Huang

Liuzhou No.1 Middle School, Liuzhou Guangxi

Received: Feb. 16th, 2024; accepted: Apr. 1st, 2024; published: Apr. 10th, 2024

Abstract

Mathematical modeling is a process that entails describing, analyzing, and solving practical problems through mathematical methods. As an instructional approach, it fosters students' compre-

文章引用: 黄舒晴. 浅谈新高考数学如何利用高考真题开展数学建模课程[J]. 创新教育研究, 2024, 12(4): 7-16.
DOI: 10.12677/ces.2024.124170

hensive development by engaging them in solving real-world problems. This not only enhances their proficiency in the realm of mathematics but also establishes a robust foundation for their future careers and academic pursuits. Consequently, the integration of mathematical modeling into high school mathematics classes has become a prevailing trend, aiming to address practical challenges. Employing college entrance examination questions as exemplars of mathematical modeling proves to be a highly effective method, as these questions are typically designed to closely resemble real-world problems and encompass knowledge from various mathematical domains. This paper systematically explores the utilization of authentic college entrance examination questions in conducting mathematical modeling courses, presenting insights across six main sections. The findings offer valuable guidance and enlightenment for educational practices.

Keywords

The New College Entrance Examination, Mathematical Modeling, College Entrance Examination Questions, Mathematics Education

1. 引言

数学建模是利用数学方法和技术来描述、分析和解决实际问题的过程，它通常被用来研究和改善教育系统、学习过程以及教育政策。新高考中，数学和数学建模之间存在密切的关系。数学建模是新高考数学教学中的一个重要内容，而数学的学科知识和数学建模的能力也相互交融，共同构成了数学教育的新方向。随着社会的发展，对人才的需求越来越强调实际问题解决能力和跨学科综合素养，同样的在国际上，数学建模已经成为许多国家高中数学教育的一部分。新高考数学改革引入数学建模旨在培养更具实际问题解决能力和综合素养的学生，以适应社会和经济的发展需求，同时与国际数学教育发展趋势相呼应。

2. 数学建模在现代教育中的重要性

2.1. 数学建模对不同国家教育的影响

对于不同的国家，在教育发展过程中数学建模有助于对他们人才的培养。美国强调 STEM (科学 Science、技术 Technology、工程 Engineering、数学 Mathematics)教育，数学建模在此框架下，被视为培养学生实际问题解决能力和团队协作精神的有效手段，它有助于培养未来科学家和工程师[1]；德国的教育注重实践和职业培训，数学建模被纳入学科体系，以满足工业与制造业对高素质技术人才的需求[2]；荷兰的教育注重个性化教学，数学建模被看作培养学生独立思考和解决问题的有效途径，符合其教育理念[3]；新加坡作为教育体系先进的国家，强调全面发展学生的能力，数学建模在此扮演了培养学生综合素养、提高问题解决能力的重要角色，并表明要在小学培养学生的建模能力[4]。教育研究与实践中的数学建模——数学建模在本科统计科课程教学中的应用一文中提到过，数学建模是一种允许教学项目的工具，这些项目似乎强调跨学科性，这意味着它们涉及不同学科概念的整合[5]。

2.2. 中国教育中数学建模充当重要角色

数学建模不止在国外得到广泛地应用，也在国内得到了越来越多的关注和重视。中国作为人口众多的国家，面临着庞大而复杂的社会、经济和科技问题，对此我国一直强调培养创新型人才。数学建模为

学生提供了解决实际问题的框架和方法，培养学生创新思维和实际问题解决能力的理想途径，而培养学生具备数学建模能力后有助于满足国家科技创新需求，促进产业升级和发展。

2.3. 数学建模在多领域的深远影响

当然，除了数学本身的应用，数学建模也对其他学科和行业有着深远影响，例如物理学、工程学、生物学、医学、经济学、计算机科学、环境科学、社会科学等。总的来说，数学建模已经成为许多学科和行业中不可或缺的工具，为问题的理解、预测和解决提供了强大的分析手段。

3. 新高考数学与数学建模的关系

3.1. 新高考数学的社会重要性

新高考数学不是以往的传统数学，它注重对学生创新思维、实践能力的考查，通过一些具有探究性的题目，引导学生运用所学知识去发现、分析问题，在实际情境中灵活运用数学知识解决各种问题。这种考查方式有助于培养学生的创新思维和解决问题的能力，提高学生的实践能力，培养学生的实际操作能力，为未来的社会创新发展提供具备实际操作能力的人才。

当然，新高考数学同样注重考查学生的综合能力，包括批判性思维、创新能力、解决问题的能力等。这些综合问题往往与物理、化学、生物等学科进行有机整合，实现学科之间的融合和渗透，所以要求学生在学习的过程中树立终身学习的意识，不断提高自身素质和跨学科综合素养，以便未来拥有更广阔的发展空间和职业前景，从而推动社会的科技进步和人才培养。

尤其是在全球化的背景下，不同国家之间的教育水平和人才质量将直接影响国家的竞争力。通过深入研究新高考数学，可以提高国家在国际上的教育声誉，并更好地与其他国家进行比较和竞争。

总体而言，研究新高考数学的社会重要性不仅在于培养学生的创新思维和实际操作能力，提高学生的跨学科综合素养和终身学习意识，而且有助于推动教育的公平发展，为社会的发展提供多元化的人才支持。因此，深入研究新高考数学的社会重要性，对于教育体系的优化、人才培养、社会公平和国家竞争力具有重要意义。

3.2. 新的考试结构和体系与数学建模的关系

新高考改革是分批次进行，最早在浙江和上海试点，改革从 2014 年启动，2017 年高考实行。2014 年，教育部发布了《关于全面深化课程改革落实立德树人根本任务的意见》，其中提出了教育部将组织研究，制定各学段学生发展的核心素养体系，明确学生应具备的适应终身发展和社会发展需要的必备品格和关键能力。

新高考的新之处在于它摒弃了传统的文理分科模式，引入了多样化的选科组合，更多地关注学生的综合素质和能力，旨在促进学生的个性化发展和教育公平。2019 年，中国教育部考试中心编制了《中国高考评价体系》[6]和《中国高考评价体系说明》[7]，由人民教育出版社出版发行。该评价体系从高考的核心功能、考察内容、考察要求三个方面解答了“为什么考、考什么、怎么考”的考试本质问题，进而回应了在高考领域关于“培养何种人才、如何培养人才、为谁培养人才”这一教育根本问题。

2020 年，人民教育出版社发布了修订版的《普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)》[8]。这一版本着重于强调六大数学学科核心素养，特别将“数学建模”作为高中数学六大核心素养之一，并且将“数学建模活动与数学探究活动”确定为整个课程内容的主线，要求学生在必修和选择性必修课程中各自完成一个课题研究。显然，数学建模已逐渐成为我国高中数学课程中不可忽视的重要组成部分[9]。而数学则是一门研究数量关系和空间形式的科学。数学的起源是从现实世界中抽象出来的，基于抽象结构，通过符号运算、形式推理、模型构建等方法，理解和表达现实世界中事物的本质、关系和规律。因

此，为了实现立德树人的根本任务，发展素质教育的功能，教师应引导学生运用数学的视角观察世界，用数学的思维思考世界，用数学的语言表达世界，提升学生的数学素养。

3.3. 数学建模与数学思维的联系及考纲对数学建模的要求

数学建模与数学思维之间存在密切的关系，它们相辅相成，互相促进。数学思维是一种抽象、逻辑、系统性的思考方式，而数学建模则是将这种思维方式应用于解决实际问题的过程。数学思维为数学建模提供了理论基础和方法论，帮助人们在实际情境中运用数学知识解决问题，而相应的数学建模提供了实际问题的背景，使得数学思维更具有实际应用性，与此同时，数学思维还为数学建模提供了理论的支持和更深层次的解释。通过参与数学建模，学生需要运用抽象的数学知识来描述和解释实际问题，这促使他们深入思考问题的本质、建立数学模型，并最终提出有效的解决方案。这个过程锻炼了学生的数学思维，使其更加灵活和丰富，并且让数学概念更加深入人心[10]。

所以，考纲对数学建模的要求划分了三个水平，旨在更好地促进学生的数学学习和实践能力的发展，激发学习兴趣，促进深度学习，并提高他们解决实际问题的能力，同时也为评价学生能力提供了依据，有利于个性化教学和学生发展。

总体而言，新高考数学与数学建模的关系体现了对学生更全面素质的培养要求。通过数学建模，学生不仅能够学到数学知识，还能够培养解决实际问题的能力，使数学教育更符合现代社会的需求。这也反映了对学生更全面的素质培养要求。

4. 高考真题在数学建模课程中的应用

4.1. 实际问题与高考数学题的关系

在我们的日常生活中，经常会遇到各种实际问题，这些问题需要我们运用数学知识去解决。而高考数学题，作为对学生数学能力的一种测试方式，也经常以实际问题为背景。尽管两者都涉及到数学知识和实际问题的解决，但它们之间还是存在许多差异。实际问题往往涉及到真实世界的复杂情境，问题的背景可能更加真实、细致，通常要求学生灵活运用多种数学工具和方法来解决问题，并且更强调数学建模，即将实际问题抽象为数学模型，这类模型可能来自各种领域，如社会、自然科学、经济等，而高考数学题通常会简化问题的背景，在一些情况下可能更侧重于基本概念和定理的运用，不一定要求学生进行深度的数学建模，并且试题主要来源于教材规定的数学知识范围，以检测学生对这些知识的掌握程度，要求学生在解题方法上更为规范，学生需要按照特定的步骤和公式进行求解，目的在于让学生适应考试的时间限制和难度要求。

尽管如此，实际问题和高考数学题都要求学生运用所学的数学知识来解决问题，它们都旨在培养学生的解决问题的能力、思维能力和创新能力，并且他们都要求学生按照一定的步骤解决问题，这有助于培养学生的解题方法和逻辑思维。高考数学题通过实际问题情境，促使学生将抽象的数学理论应用到实际中，经常通过设置实际情境来使问题更具生活化，这种实际背景的融合有助于学生更好地理解问题，增加题目的实际应用性[11]。

4.2. 高考真题中的数学建模实例对学生解决问题、创新思维和创造力的培养

在高考真题中，建模元素涉及到多种方面。高考真题中，例如 1996 年考到的指数函数模型的应用计算耕地面积；1997 年考到的分式型函数模型的应用求最小成本问题；1998 年考到的基本(均值)不等式的应用求解不含参数的一元二次不等式等。包括近几年的新定义题型例如 2020 年考到数列新定义问题求解满足条件的新序列数；同年山东高考真题考了球的截面的性质及计算等。高考真题中所涉及到的比较多

DOI: 10.12677/ces.2024.124170

的建模类别有方程与不等式、变量与参数、函数关系、统计与概率、几何图形图表等，这些建模元素在高考数学真题中经常出现，学生需要根据题目要求，灵活运用所学的数学概念和工具，构建合理的数学模型，并解决实际问题，所以利用高考真题开展数学建模课程是有一定的可行性和优势的。

其实不论是传统高考的考试方向还是新高考的考试方向，高考数学试题不仅能够拓展高中数学老师的教学内容，还能促进高中数学教学改革[12]。高考真题往往反映了考试命题者的出题思路和侧重点，通过分析真题，学生可以更好地理解教材的重点，有助于有针对性地进行复习，提高复习效率；教师可以了解考试的命题趋势、难度变化以及题型分布情况，有助于教师更好地调整教学内容和方法，确保教学内容与考试要求保持一致，让教师更好地参与到课程改革中，推动课程内容的更新和优化，利用研究的成果指导学生备考高考[13]。而且根据各省的数学高考试卷题目分值分析，客观题的分值在逐步减少，主观题占比上升，意味着教育部门或考试命题者在试卷设计上，希望更注重考查学生的综合能力和深层次的理解与应用能力，强调对学生分析问题、解决问题、创新思维等高层次认知技能的评估[14]。正因如此，教师才更应该去研究新高考考试试题，尤其新高考数学强调学生在理解题目的基础上，运用知识解决综合问题的能力。简言之，新高考对学生数学建模的能力有较大提升。

数学建模课程鼓励学生将数学知识应用于实际问题，通过解决实际问题的过程，学生需要思考新颖的解决方案，这个过程涉及多学科知识的综合运用，培养了学生的动手能力和解决问题的能力、创新思维和创造力，有助于学生理解各学科之间的联系，提高学科整合能力。通过数学建模课程的学习与对学生思维能力的构建，除了传统的分析和解决问题能力，课程还强调培养学生发现问题、提出问题的能力，其中包括预判、预测、推演、以及寻找巧妙方法的过程。这种训练不仅提升了学生的数学思维，更加强了他们的核心素养。提升学生核心素养意味着教育方式的转型，强调关注学生身心健康、长远发展以及终身学习的能力。这样的教育不仅为学生将来在社会上立足打下了基础，也体现了“教是为了不教”的理念，即培养学生自主学习、终身学习的能力[15]。

4.3. 高考真题的数学建模课程对高中数学课堂教学的“副作用”

首先，如果过度关注高考真题可能导致教学内容过于侧重于高考考点和题型，而忽略了数学知识的广度和深度，可能会限制学生对数学整体结构和应用领域的理解[16]。2024 年 2 月，《中学数学教学参考》的当月高中版期刊《开卷有益》栏发表编辑部署名文章——《数学科高考最重大最全面的改革》中分析了新高考试题的变化，其中试题量由原来的 22 题减少为 19 题，意味着占主导地位的主观题中不能全面覆盖高中数学的所有题型内容，板块缺失为正常现象，同时强调盲目“猜题”不可取，应全面复习有备而战。

其次，数学建模课程不是对所有程度的学生都能很好开展地。数学建模课程设计难度较大，设计需要考虑到问题的实际性和难度，教师需要具备较高的专业水平和教学能力；数学建模课程可能需要大量的实践案例和教学资源支持，对学校和教师的资源投入要求较高，即资源需求较高；数学建模课程的评价方式具有不确定性，它相对灵活，需要设计合适的评价方法，以全面评价学生的学习成果。

对此，教师应该挑选合适的高考真题作为一节建模课的切入点，将题目适当改写难度梯度，高考数学题目主要涉及实际问题的解决，通过研究真题，学生可以培养解决实际问题的能力和思维方式，不仅是提高数学水平，也有助于学生的综合素质的提升，除了提前让学生熟悉高考真题，还能顺带培养学生的“四基四能三会六素养”。

5. 数学建模课程设计与实施案例

将数学建模思想应用于课堂教学是一种创新的教学方法，以数学建模思想为主题进行核心内容教学

时，教学设计包含四个阶段：明确实际问题的核心内容，选择合适的案例，确定教学目标；进行教学设计，引导学生思考问题的本质和解决途径；实施教学设计，根据问题建立相应的数学模型解决实际问题；结果展示、评价、总结与反思。下面我就用一个课堂教学实录，谈一谈我的设计。

首先我选取的例子是 2023 年新课标全国 I 卷数学真题第 21 题，这道题目共三个小问，第一个小问直接考查全概率公式的应用，这属于常规概率求解问题，但到了第二个小问，考察了马尔可夫链。马尔可夫链(Markov chain)是一种随机过程，描述了在一系列可能的状态之间转移的概率模型。它的核心思想是当前状态的转移仅依赖于前一个状态，而不受过去状态的影响，这种“无记忆”的性质称为马尔可夫性质。马尔可夫链常用于建模随机变化的系统，如物理、生态学、金融、通信等领域。当然，它在数学领域中也有广泛的应用。例如具有离散状态的离散时间齐次马尔可夫链，这些过程广泛出现在纯数学和应用数学中，并在科学和技术中有许多应用；连续时间马尔可夫链中讨论了泊松过程，并考虑了具有有限状态空间和右连续轨迹的齐次连续时间马尔可夫链[17]。

其实早在 2019 年全国理科 I 卷的压轴题“概率统计”中考察了马尔可夫链里面的一种特殊模型——随机游走，2020 年高考理科数学 I 卷也考察了马尔可夫链，利用马尔可夫链公式，能够极大地简化计算。然而高中数学对马尔可夫链的介绍与应用曾经出现在人教 A 版高中数学选修 4~9 中，之后由于新高考的改革从教科书的内容中删去了[18]。所以就会出现一些问题：这算不算是超纲内容？明明学生都没有学过马尔可夫链，高考这么考学生怎么拿分，这不就是在出废题吗？所以，针对 2023 年新课标全国 I 卷数学真题第 21 题这一问题，有没有可能不用马尔可夫链直接的计算公式，而用新高考的思维模式求解。其实这个问题的第二小问，利用数列的递推关系就可以求得概率的通项，题型也比较常规，只不过有一定的计算量，但学生很难想到；第三小问则是利用已知条件将问题转化成数列求和问题，对于题目理解能力有一定的要求，这个对学生来说也很难把握。

出于我对自己所教的文科班的了解，想要引导他们做这个题目是相当困难的。所以我重新选题、改题，就有了以下的教学设计：

《递推模型在概率中的应用》教学设计。

5.1. 学情分析

在上这节课之前学生已经学习了数列、条件概率以及全概率公式，知道概率书写的规范格式，有一定的阅读理解基础和数学建模基础。但对于这两者结合起来的题型他们没有接触过，概率题目往往不清楚从哪里下手开始分析，不够清楚事件与事件之间的联系，进而难以求解出事件的概率。其次学生在学习上主动意识不强，在自主探究问题的能力、合作交流的意识等方面还有待提高，概括能力也有待加强，学生刚开始接触数列与概率混杂的这种抽象题型时肯定会一知半解。因而我会注意在教学时逐步引导学生，如何分析事件与事件之间的联系，如何把题干中的文字信息提炼成数学语言是非常重要的。比较好的是学生对概率的学习兴趣比较浓厚，数列问题的解决也比较熟练。

5.2. 教学目标

考虑到学生的认知水平、接受能力、思维特点、课容量及《课程标准》的要求，我将教学目标分为三部分进行说明。

5.2.1. 知识与技能方面

通过运动员传球问题的数学模型构建过程，把题干中的文字信息提炼成数学语言，理解并掌握递推模型如何运用于概率；通过模型析出与实际问题的解决等过程，提高发现与提出问题、分析与解决问题的能力。

5.2.2. 过程与方法方面

通过动手计算培养学生观察、分析、比较和抽象概括的能力，体会转化与化归的思想方法；通过从概率问题转化为数列递推关系式的形成过程并求解中体会从函数与方程、构造法的数学思想方法。通过运动员传球问题的数学模型构建过程的学习，培养数学抽象的核心素养；通过求解递推模型、解决实际应用问题以及模型改进，培养逻辑推理及数学运算的核心素养。

5.2.3. 情感、态度与价值观方面

经历从运动员传球问题中的求解过程，体会数学知识来源于生活，又服务于生活。

5.3. 教学重、难点

5.3.1. 教学重点

理解并掌握递推模型如何运用于概率。

5.3.2. 教学难点

分析概率问题求出相应的递推模型从而解决实际问题，并在此基础上改进模型。

5.4. 教学方法

本次课采用直观教学法、探索式教学法、启发式教学法，讲练结合法和多媒体辅助教学法等方法进行教学。

5.5. 教学过程

5.5.1. 新课导入

导入环节我先从新闻媒体如何看待新高课标的新要求开始让学生明白数学建模在高中数学的重要性进而引出这节课上的内容：用传球问题中的递推模型解决概率问题。

师：在上这节课之前，我们先来了解一下大家如何看待新高课标的新要求——数学建模纳入新课标。2022 年 3 月 22 日，光明日报教育周刊发表了一篇题为《靠刷题、押题还能得高分吗》的文章，并用一整个版面来探讨“双减”后的数学教育问题。文章中说到课程标准改革，正式将“数学建模”列入其中，更加强调用数学解决实际问题能力，增加试题中的应用背景，想要用“押题”“刷题”的方式在数学上考高分基本上不可能了。就比如拿(2023 年新高考 I 卷)这道题目来说，这道题特别注重对学生思维能力的考查，清楚怎么通过条件找到解题模型。

设计意图：让学生了解新高考对学生数学建模的要求，强调数学建模的重要性，为接下来解题的思路与想法奠定基础。

5.5.2. 提出问题、解决问题

师：对此，我们先来解决这样一个问题：

足球的传接配合非常重要，传接球训练也是平常训练的重要项目。在某次传接球的训练中，甲、乙、丙三人相互做传球训练，第 1 次由甲将球传出，假设每次传球时，传球者都等可能地将球传给另外两个人中的任何一人，且传出的球都能接住，如此不停地传下去，则：

(1) 第 3 次传球后球在甲手上的概率是多少？

(2) 第 4 次传球后球在甲手上的概率是多少？

(3) 第 20 次传球后球在甲手上的概率是多少？

教师引导学生努力解决第一跟第二个问题，讲明白除了可以画树状图外，还能用计数原理解决问题，

DOI: 10.12677/ces.2024.124170

进而引出第三问。

设计意图：培养学生的思维能力，让学生复习一般概率事件的计算方法，合理引出后面的设问。

5.5.3. 分析问题

师：你觉得第 20 次传球后球在甲手上的概率还好用以上的方法去计算吗？为什么？

生：不好用。

与学生一同简略分析不好用的理由，从“第 20 次传球后球在甲手上的概率”引出“第 n 次传球后球在甲手上的概率”，从而让学生思考：在本次事件中，n 次传球后球在甲手上的情况与 n 次传球后球不在甲手上的情况，这两次情况有什么关联？进而过渡到模型建立。

设计意图：让学生体会分析问题的一般过程，从特殊到一般层层递进，同时还要培养学生的问题理解能力。

5.5.4. 建立模型、求解模型

先板书与学生一同分析“在本次事件中，n 次传球后球在甲手上的情况与 $n+1$ 次传球后球在甲手上的情况，这两次情况的关联”然后得到相邻事件间的基本关系：设事件 $A_i=$ “i 次传球后球在甲手上”，则有：

$$A_{n+1}=A_nA_{n+1}+\overline{A_n}A_{n+1} \tag{1}$$

可设 n 次传球后球在甲手上的概率为：$P(A_n)=a_n$，则有：

$$\begin{aligned}P(A_{n+1})&=P\left(A_nA_{n+1}+\overline{A_n}A_{n+1}\right)\\&=P(A_n)P(A_{n+1}\mid A_n)+P\left(\overline{A_n}\right)P\left(A_{n+1}\middle|\overline{A_n}\right)\\&=a_n\times P(A_{n+1}\mid A_n)+(1-a_n)\times P\left(A_{n+1}\middle|\overline{A_n}\right)\end{aligned} \tag{2}$$

得出本题的递推数列模型：

$$a_{n+1}=pa_n+q\left(n\in Z_+,p,q\text{为非零常数}\right) \tag{3}$$

接下来给学生展示整个模型的求解过程。

设计意图：在模型建立、求解模型的过程中，此处为本章的重难点，尽可能让大部分学生体会到概率事件与数列的联系，进而为后续模型改进做铺垫。

5.5.5. 模型应用

在得到上面 n 次传球后球在甲手上的概率的通项公式后，就可以求出相应的第 20 次传球后球在甲手上的概率。回归问题，解决问题。

5.5.6. 模型检验

先从客观实际出发，让学生直观分析。

师：如果传球次数不断增加，那么球在甲手上的概率近似多少？

生：近似 1/3。

师：说明这是符合我们计算结果的，除了这种验证法还有什么其他的方法吗？

从这里开始介绍数列的极限，通过动画演示数列收敛的点，让学生直观看出 n 次传球后球在甲手上的概率。

设计意图：模型检验是确定模型的正确性、有效性和可信性的研究与测试过程，验证所建模型即是建模者构想中的模型。提高学生的自主分析能力，为后续的模型改进做铺垫。

5.5.7. 模型改进

师：小组讨论如果把 3 人改成 t 人，模型是什么样子，请大家小组讨论分析，得到结果后各小组派代表分享自己的结果。

设计意图：让学生明确不同情况所对应的函数模型求解，拓展学生知识运用能力。

5.5.8. 课堂小结

课堂小结部分，应该充分发挥学生的主体性，请学生说一说本节课的收获，当然收获不仅仅只是知识方面，也可以说一说这节课学到的思想方法等，进一步培养学生的综合素质。并且布置相应的作业：2023 年新课标全国 I 卷数学真题第 21 题及对应的变式训练作为课后思考练习。

整节课的重点在于教会学生用数学语言表达题目信息并用数学的思想构建问题模型，在建立简单递推模型过程中，问题的分析与转化、方程的建立、模型的求解与有效性分析等都是培养学生数据分析、数学建模、逻辑推理、数学抽象的重要素材，也是加强学生“四基”，提高“四能”的重要内容。

6. 数学建模课程效果评价

通过高考真题改良的数学建模课程实施，学生明显比在课程前的建模能力、解决实际问题的能力有所提升。例如在给学生写辽宁省葫芦岛市 2022~2023 学年高二下学期期末数学试题中的投壶问题、概率问题等，都会先分析题目条件再根据设问算对应的数值，但仍有部分学生找不出题目中所隐含的信息，停留在建模前的“建”。

通过观察学生在课程中对问题的分析、建模过程的设计以及解决方案的论证等方面的表现，可以评估学生数学思维能力的发展情况，如果大部分学生都不太跟得上课程的节奏，教师可以根据课程内容适当调整，包括教师引导学生进行实际问题分析的能力、建模过程中的指导方式以及对学生解决方案的评价等。

尤其是课程实施后学生在数学建模过程中所展现的创新能力、团队合作能力、沟通表达能力等综合素养的提升情况。建模往往是团队活动，需要学生之间良好的沟通和协作。通过建模课程，学生可以学习如何在团队中有效工作，如何清晰地表达自己的观点，以及如何接受和尊重他人的观点。

其实在上数学建模课程中，教师可以介绍不同的建模方法，如数学规划、统计建模、仿真模型等，教授学生使用相关数学工具和软件，例如 MATLAB、Python 等，在建模过程中鼓励学生组成小组，共同解决问题，培养团队协作的能力。教师可根据不同的建模问题提供实际数据或让学生自己查找数据，鼓励学生提出新颖的建模思路和方法，让学生亲身经历建模的整个过程。同时，教师可以帮助学生检验他们的建模进展，如果学生在哪个环节不太明白，提供及时的反馈，指导学生在建模过程中不断改进，并引导学生将建模应用于实际问题，增加他们对数学在实际中的应用认识。

实证数据支持了数学建模的积极影响，其实，利用高考真题进行建模思想的训练，不仅是学习的过程，也是对学生能力的评估，证明利用高考真题进行建模在高中数学教育中具有重要价值。

7. 结论与展望

在未来，数学建模课程还是有很多改进和发展之处的。首先，数学建模可以与其他学科(如物理学、生物学、经济学等)相结合，开展跨学科的探索和应用。这样的课程设计能够帮助学生更好地理解数学在现实世界中的应用，并培养跨学科解决问题的能力。其次，可以适当增加一些社会实践课程，即增加实践性的教学内容和项目，让学生亲身参与真实的数学建模项目。这种实践性的学习可以加深学生对数学概念和方法的理解，培养他们的问题解决能力和团队合作精神。再次，随着科技的发展，利用新技术例如人工智能、大数据分析等，拓展数学建模的应用领域和方法，可以让学生更加深入地理解数学与现实

世界的联系，并开拓创新思维。最后，数学建模课程的本质在于培养学生在面对复杂实际问题时，能够灵活运用数学知识和技能进行建模、分析和解决的能力，所以在教授知识时注重培养学生的创新思维和问题解决能力，鼓励他们提出新颖的观点和方法，同时培养其创新思维、团队合作和批判性思维等综合素养。

总之，利用高考真题开展数学建模课程是一种有效的教学方法，可以帮助学生更好地理解数学概念，并将其应用于实际问题的解决中。通过使用高考真题，学生可以接触到具有一定难度和复杂性的数学问题，从而提升他们的解决问题的能力和水平。同时，高考真题具有一定的权威性和代表性，可以帮助学生更好地了解数学建模在实际生活中的应用场景和方法。这种教学方法能够激发学生的学习兴趣，提高他们的学习主动性和参与度，促进他们的综合能力和创新思维的发展。因此，利用高考真题开展数学建模课程是一种值得推广和应用的教学模式。

参考文献

[1] Magazine, M. (2009) Modeling for Insight: A Master Class for Business Analysts. *Interfaces*, **39**, 556-557.

[2] Ye, Q.X., Blum, W., Houston, K., *et al*. (2003) Mathematical Modelling in Education and Culture. https://doi.org/10.1533/9780857099556

[3] Quadling, D.A. (1974) Mathematics as an Educational Task. *The Mathematical Gazette*, **58**, 145-147. https://doi.org/10.2307/3617810

[4] Seto, C., Thomas, M.M., Ng, K.E.D., *et al*. (2012) Mathematical Modelling for Singapore Primary Classrooms: From a Teacher’s Lens. https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED573384.pdf

[5] Ann Stillman, G., Blum, W. and Biembengut, M. (2015) Mathematical Modelling in Education Research and Practice. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-18272-8

[6] 教育部考试中心. 中国高考评价体系[M]. 北京: 人民教育出版社, 2020.

[7] 教育部考试中心. 中国高考评价体系说明[M]. 北京: 人民教育出版社, 2020.

[8] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017 年版) [S]. 北京: 人民教育出版社, 2018.

[9] 崔鹏. 高中数学建模教学应抓好四个环节[N]. 中国教育报, 2023-05-26(006).

[10] 翟立英. 数学建模思想在高中数学课堂教学中的应用研究[D]: [硕士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨师范大学, 2019.

[11] 董清艳, 周学君, 龚雨欣. 高中数学建模活动素材开发探究: 从应用题到建模题[J]. 创新教育研究, 2023, 11(9): 2534-2541.

[12] 王玲. 高考数学试题对高中数学教学的导向作用分析[J]. 中外交流, 2020, 27(31): 269.

[13] 张成斌. 高考数学试题对高中数学教学的导向作用研究[J]. 数学学习与研究, 2023(11): 2-4

[14] 吴立良. 高考数学试题对高中数学教学的导向作用分析[J]. 中学生作文指导, 2020(30): 191.

[15] 王赟. 由高考题例谈高中数学建模能力的培养[J]. 数学大世界(上旬版), 2018(11): 80-81.

[16] 王加白. 高考试题对高中数学教学的导向作用分析[J]. 试题与研究(教学论坛), 2021(6): 33.

[17] Giuseppe, M. and Laura, P. (2012) A First Course in Probability and Markov Chains. John Wiley Sons, Ltd., New York.

[18] 舒彤. 关于 2020 年高考理科数学 I 卷概率题的研究——马尔科夫链[J]. 数学教学通讯, 2021(12): 82-83. https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-8875.2021.12.037