

偏振转换和聚焦的超表面

袁祥

上海理工大学光电信息与计算机工程学院, 上海

收稿日期: 2024年4月19日; 录用日期: 2024年5月15日; 发布日期: 2024年5月22日

摘要

高阶偏振(Higher-order Polarization)光束的生成及其聚焦特性一直备受研究关注。MATLAB的理论仿真结果表明, 在相同入射条件下, 高阶偏振相比于线偏振、圆偏振、径向偏振和角向偏振光束, 其聚焦光斑光强分布的半高全宽(FWHM)更小, 这在超分辨领域具有潜在的应用。本文基于超表面的传输矩阵理论和传输相位理论, 提出了一种超表面设计, 利用时域有限差分模拟(FDTD)对超表面进行仿真模拟, 仿真结果表明, 本文设计出的超表面实现了偏振转换和聚焦。本文推导了适用于线偏振到高阶偏振转换的通用理论, 通过选择超表面微元材料和相位响应, 允许将任意波长的入射光波的线偏振转换为任意阶数和任意初始极化角度的高阶偏振光束。通过精心选择聚焦层超表面相位轮廓, 实现对转换得到的高阶偏振光束的聚焦, 取得了突破瑞利衍射极限的致密光斑。通过合理设计超表面, 得到了各个NA处的最优聚焦光斑。利用这种方法, 本文能够研究高阶偏振光束的聚焦特性, 减小其在焦点区域的光斑, 或深入研究焦点区域光强分布特性, 从而大幅拓展了高阶偏振光束的研究范围。

关键词

偏振转换, 光束紧聚焦, 时域有限差分模拟, 超表面

Polarization Conversion and Focusing of Metasurface

Xiang Yuan

College of Optical-Electrical Information and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai

Received: Apr. 19th, 2024; accepted: May. 15th, 2024; published: May. 22nd, 2024

Abstract

The generation of higher-order polarization (HOP) beams and their focusing characteristics have

文章引用: 袁祥. 偏振转换和聚焦的超表面[J]. 建模与仿真, 2024, 13(3): 2420-2428.

DOI: 10.12677/mos.2024.133221

been of great interest. Matlab theoretical simulation results show that under the same incidence conditions, HOP has a smaller half-height-full width (FWHM) of the focused spot intensity distribution than linear, circular, radial, and angular polarized beams. This has potential applications in the field of super-resolution. In this paper, we propose a metasurface design based on the transmission matrix theory and transmission phase theory of the metasurface. We simulate the metasurface using finite-difference simulation in the time domain (FDTD), and the simulation results show that our designed metasurface achieves polarization conversion and focusing. We derive a general theory applicable to the conversion of linear polarization to higher-order polarization. This permits the conversion of linear polarization of an incident light wave of any wavelength into a higher-order polarized beam of any order and any initial polarization angle by choosing the micrometric material and phase response of the metasurface. By carefully selecting the phase profile of the focusing layer metasurface, we achieve the focusing of the converted higher-order polarized beam, and obtain a dense spot that breaks through the Rayleigh diffraction limit. By rationally designing the metasurface, we obtain the optimal focusing spot at each NA. Using this method, we are able to study the focusing characteristics of higher-order polarized beams, reduce the spot in the focal region, or study the light intensity distribution characteristics in the focal region in depth. This greatly expands the research scope of higher-order polarized beams.

Keywords

Polarization Conversion, Tight Beam Focusing, Time-Domain Finite-Difference Simulation, Metasurface

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

圆柱矢量光束(CVBs), 是一类具有空间可变偏振的轴对称光束的总称[1], 其集合中的低阶光束为径向偏振光束和角向偏振光束, 高阶光束为类似于涡旋状态的偏振分布光束, 其偏振在空间各处是线性的, 但是在偏振方向上是变化的, 偏振矢量在沿着光轴的轨迹上旋转[2]。最近, 高阶偏振光束的聚焦特性引起了人们极大的关注, 特别是因为液晶空间光调制器(LC-SLMS)能够在空间上控制偏振状态[3]。高阶偏振光束的产生显得尤为重要, 它们在聚焦时的有趣性质与光的轨道角动量有关[4], 研究人员针对高阶偏振聚焦的研究, 要么用于减小焦点光斑的大小[5], 要么用于控制焦点区域光强的三维分布[6]。

由二元阵列组成的超表面由于能够通过控制超表面微元相位分布来调节光波的波前分布, 受到越来越多的关注[7] [8] [9]。超表面能够在亚波长分辨率下裁剪光波的特性[8], 这使得它在开发平面光学元件方面很有前途[10] [11], 基于超表面的许多应用已经得到了证明, 这些包括平面透镜[12] [13], 偏振计[14], 偏振元件[15]和全息图[16]。通过对波前相位分布的精细化设计, 超表面也可以作为透镜(也称为超透镜), 能够以相当高的效率汇聚入射光束。毫无疑问, 超表面可以实现传统透镜的功能, 来对高阶偏振光束进行聚焦, 相比于传统透镜依赖于光学材料的抛光表面来实现所需的相位渐变[17], 超透镜能够以更加紧凑的尺寸实现对入射光束的聚焦, 更加利于光学系统的集成化。由于超表面微元材料对光波的相位调控作用, 透射光束会产生高阶偏振聚焦的期望特征。目前, 已经报道的通过对高阶偏振入射光束聚焦特征的研究[18], 比如, Svetlana 研究团队对于高阶偏振光束聚焦时拓扑电荷数目的影响进行了详细的分析和数值研究[19], 当入射光束的偏振阶数与拓扑电荷数目相等时, 可以在聚焦处产生致密的圆斑, 当偏振阶数和拓扑电荷数

目不一致时, 聚焦光强为特殊的二维分布。Rashid 提出了在高数值孔径下高阶偏振光束聚焦的计算结果[2]。通过对偏振阶数和数值孔径 NA 的组合计算, 推导出了两者对聚焦光斑体积形状的影响。

虽然高阶偏振光束的聚焦性质的应用令人向往, 但最近的研究大多偏向于对其理论结果的研究, 对于其实际产生的研究少之又少。相比于以往的研究, 本文提出了一种用于高阶偏振光束的产生并且进行聚焦的双层超表面, 基于超表面的传输矩阵理论以及传输相位理论, 通过双层超表面实现了线偏振到高阶偏振的转换, 并且通过聚焦得到了突破瑞利衍射极限的致密光斑。通过对偏振转换层超表面的设计, 可以实现在线偏振光束入射的情况下, 得到任意阶数以及任意初始极化角的高阶偏振光束。通过对聚焦层超表面相位轮廓的精细化选择, 可以实现对经过偏振转换层超表面偏振转换后的高阶偏振光束进行聚焦, 通过适当的设计, 可以方便的控制高阶偏振光束聚焦时的数值孔径以及拓扑电荷数目, 以实现不同的聚焦特性。因此, 产生的高阶偏振光束聚焦光斑的特性将在粒子操纵、光学通信和光学超分辨等领域有重要的应用前景。

2. 原理

2.1. 偏振转换原理

对于一般的矢量光束, 它的偏振分量在 x, y, z 方向上表示为式:

$$E = \begin{pmatrix} \cos(p\phi + \phi_0) \\ \sin(p\phi + \phi_0) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

其中 p 为偏振阶数, 它表示极化角沿着圆周方向变化 2π 时的周期数, $\phi = \arctan(y/x)$ 为极坐标系下的极化角度, ϕ_0 为初始方位角。径向偏振光和角向偏振光的 $p = 1$, 初始方位角分别为 0 和 $\pi/2$ 。图 1 给出了二、三和四阶偏振光束的偏振分布。

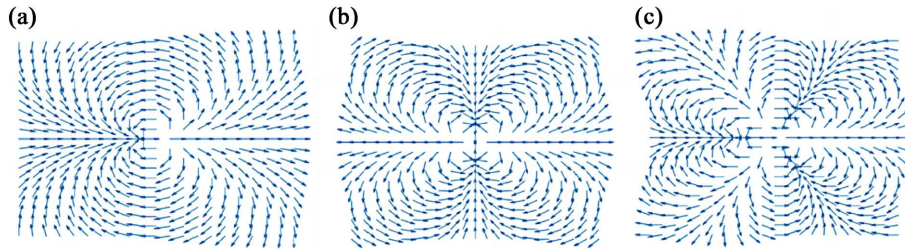


Figure 1. Polarization profiles for second, third and fourth order polarization

图 1. 二、三和四阶偏振的偏振分布图

我们基于超表面的传输矩阵理论, 采用琼斯矩阵来描述光波在各向异性介质中的传播过程, 入射光束与出射光束之间满足:

$$\begin{pmatrix} E_{xout} \\ E_{yout} \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} E_{xin} \\ E_{yin} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

式中 E_{xin} 、 E_{yin} 分别表示入射光束在 x 和 y 方向上的分量; E_{xout} 、 E_{yout} 分别表示出射光束在 x 和 y 方向上的分量。T 表示超表面对入射光束的调控矩阵:

$$T = R(\theta) \begin{pmatrix} e^{i\varphi_x} & 0 \\ 0 & e^{i\varphi_y} \end{pmatrix} R(-\theta) \quad (2.3)$$

其中 $R(\theta)$ 为旋转矩阵, θ 表示超表面微元快轴相对于 x 轴的夹角, φ_x 、 φ_y 为超表面微元分别在 x 偏振光以及 y 偏振光入射情况下所对应的传输相位响应。本文所用微元为椭圆柱, 通过改变微元的长短轴的大小, 实现传输相位 $0 - 2\pi$ 的相位覆盖。当超表面微元发挥半波片的作用, 即 $\varphi_x - \varphi_y = \pi$, 式(2.3)可以写为:

$$T = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} = i \begin{pmatrix} \cos(2\theta) & \sin(2\theta) \\ \sin(2\theta) & -\cos(2\theta) \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

当 x 偏振光入射到超表面上时, 由式(2.3)和式(2.4)可以得到相应的出射光束的表达式为:

$$E_{out} = TE_{in} = T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = i \begin{pmatrix} \cos(2\theta) \\ \sin(2\theta) \end{pmatrix} = e^{i*\pi/2} \begin{pmatrix} \cos(2\theta) \\ \sin(2\theta) \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

通过对比式(2.5)与式(2.1)发现, 当把超表面微元设计为半波片, 且通过改变超表面微元快轴与 x 轴的夹角, 可以实现 x 偏振光束到任意高阶偏振光束的转换。

以此结果设计出的超表面如图 2 所示, 其中图 2(a)为我们所设计的双层超表面偏振转换层的示意图, 偏振转换层超表面是由位于二氧化硅衬底上的无数呈正方形晶格图案的椭圆硅圆柱体组成的, 其实现了线偏振到高阶偏振的转换。

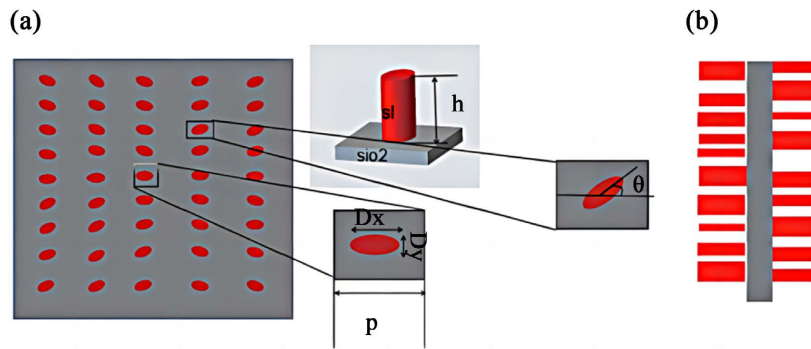


Figure 2. (a) Schematic diagram of the polarization conversion layer, with the microelement material as si and the base layer as sio2. D_x and D_y are the size of the long and short axes of the microelement, $h = 715 \text{ nm}$ is the thickness of the microelement, and $P = 650 \text{ nm}$ is the size of the microelement period; (b) Side view of the bilayer metasurface

图 2. (a) 偏振转换层示意图, 微元材料为 si, 基底为 sio2。 D_x , D_y 为微元长短轴大小, $h = 715 \text{ nm}$ 为微元厚度, $P = 650 \text{ nm}$ 为微元周期大小; (b) 双层超表面的侧视图

2.2. 聚焦原理

聚焦系统通常被描述为 Richards-Wolf 理论[5]。因此, 高阶偏振光束在焦平面上的聚焦电场可表示为 [5]:

$$E^{(S)}(r_s, \phi_s, z_s) = \frac{-iA}{\pi} \int_{2\pi}^0 \int_{\frac{\pi}{2}}^0 E_t(r, \phi) P(\theta) \times \exp\left\{[-ikr_s \sin(\theta) \cos(\phi - \phi_s)]\right\} \times \exp(-ikz_s \cos(\theta)) \sin(\theta) \cos^{\frac{1}{2}}(\theta) d\theta d\phi \quad (2.6)$$

式中 $P(\theta)$ 为瞳孔屈光函数, $E_t(r, \phi)$ 为透射场的复振幅, $r = f \sin(\theta)$, θ 为会聚角, f 为透镜的焦距, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 为波数, r_s , ϕ_s , z_s 为焦平面下的柱坐标。通过式(2.6)即可利用 MATLAB 软件实现对高阶偏振

光束聚焦结果的分析。

利用 FDTD 软件对超表面进行设计，第二层超表面背靠背第一层超表面，双层超表面的示意图如图 2(b)所示，其中第一层为偏振转换层，第二层为透镜聚焦层，第二层超表面的作用为：对实现经过第一层偏振转换得到的高阶偏振光束进行聚焦。第二层超表面实现的相位轮廓分布如图 3 所示，其中螺旋相位板相位公式[20]：

$$\phi_{\text{spiral}}(x, y) = m \cdot \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \quad (2.7)$$

其中 x 和 y 是微元中心相对于超表面中心的原点的坐标， m 为拓扑电荷数目。其对应相位分布图如图 3 最左侧示意图，螺旋相位板的作用为保持高阶偏振在传播过程中的偏振特性[21]。

聚焦透镜的相位公式为式[13]：

$$\phi_{\text{lens}}(x, y) = k_0 \left(\sqrt{x^2 + y^2 + f^2} - f \right) \quad (2.8)$$

其中 $k_0 = 2\pi/\lambda$ 为波数， λ 为入射光波的波长为 915 nm， f 为所设计的聚焦透镜的焦距。其对应相位分布图如图 3 中间示意图，聚焦透镜的作用为对高阶偏振光束进行聚焦。又因为动量空间中的相位满足叠加原理，因此，超表面的相位轮廓可以表示为各个单独器件相位调制的叠加。其叠加后的总相位示意图如图 3 最右侧所示。

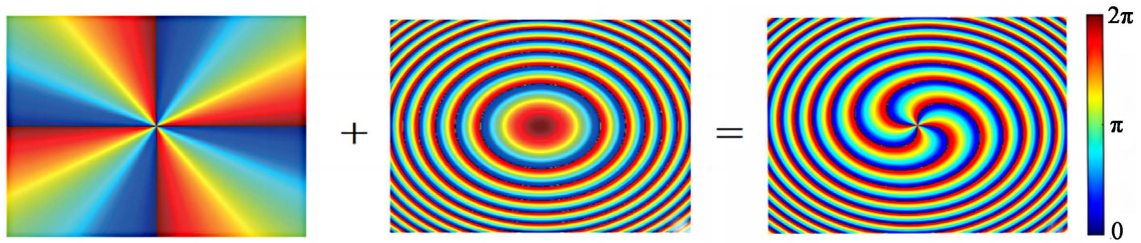


Figure 3. Phase distribution of spiral phase plate phase and lens phase and superimposed metasurface
图 3. 螺旋相位板相位和透镜相位以及叠加后的超表面的相位分布

3. 实验结果及分析

3.1. MATLAB 理论仿真结果

通过 2.2 节中的理论公式，我们通过 MATLAB 软件分析了不同偏振光束的聚焦特性，结果如表 1 所示，对比这些结果可以发现：高阶偏振聚焦的光斑更小，且突破了瑞利衍射极限。相比于线偏振、圆偏振和径向偏振光束聚焦，高阶偏振的结果更优；能够得到更小的聚焦光斑，这在光学超分辨领域具有潜在的应用。

图 4 的第一、二行给出了偏振阶数 p 和拓扑电荷数目 m ，分别为 3 和 4 时对应的三个正交分量的聚焦强度分布。当拓扑电荷与偏振阶数相等时，中心聚焦强度分布为致密的光斑。横向分量的聚焦强度为亮点而非空心区域。随着偏振阶数和拓扑电荷的增加，副瓣从中心向外扩散，这是 x 、 y 、 z 分量相互作用的结果。图 4 的第三、四行给出了偏振阶数与拓扑电荷数目不相等时的聚焦强度分布，当拓扑电荷与偏振阶数不同时，聚焦光强分布为“雏菊”或“齿轮”状，这是因为高阶偏振在传播过程中，当拓扑电荷与偏振阶数不同时，高阶偏振的偏振态发生了改变，导致了最终聚焦光强分布的变化。

3.2. FDTD 实验结果

时域有限差分法(FDTD)是一种广泛应用于电磁场全波分析和几何形状分析的数值工具[22]。它在处

理复杂介质中的电磁场问题方面表现出色。FDTD 方法通过在时域中对麦克斯韦方程组进行离散化求解，可以模拟电磁波在空间和时间上的传播，从而分析电磁波在各种介质和结构中的行为。

Table 1. FWHM of the focused spot at different polarized incidence

表 1. 不同偏振入射时的聚焦光斑的 FWHM

NA	聚焦结果(单位: λ)								
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
线偏振	5.12	2.58	1.74	1.32	1.08	0.92	0.82	0.76	0.73
圆偏振	5.23	2.52	1.72	1.31	1.06	0.89	0.79	0.75	0.72
径向偏振	5.29	2.67	1.81	1.40	1.17	1.04	0.98	1.00	1.05
三阶偏振	4.55	2.28	1.53	1.16	0.93	0.78	0.69	0.62	0.57
四阶偏振	4.24	2.13	1.43	1.08	0.87	0.74	0.65	0.59	0.55
瑞利衍射极限	6.1	3.05	2.03	1.53	1.22	1.01	0.87	0.76	0.68

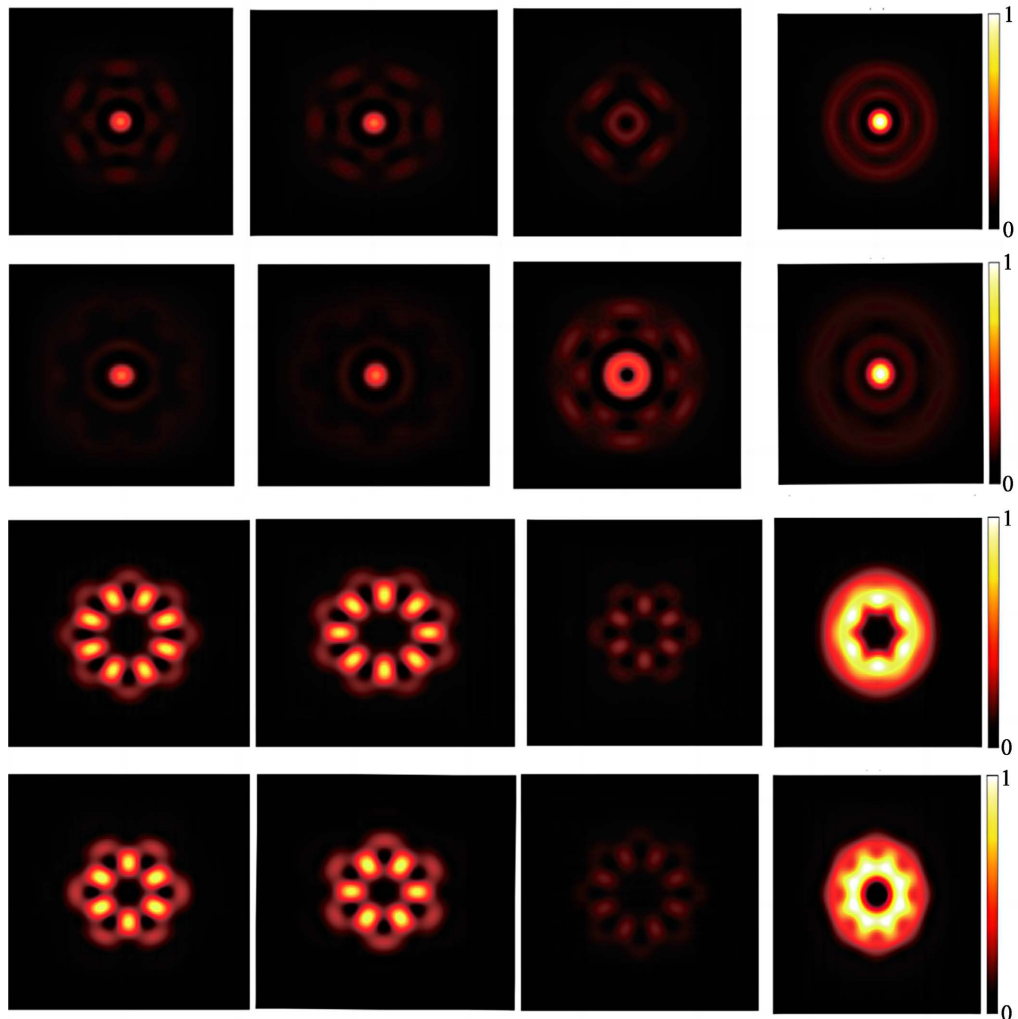


Figure 4. Focusing results for different polarization orders and number of topological charges

图 4. 不同偏振阶数和拓扑电荷数目的聚焦结果

通过商业软件 FDTD 进行仿真模拟，其中在 x , y 和 z 方向上使用完美匹配层(pml)，并在所有模拟中使用平面波源。根据我们设计的双层超表面的大小，可以间接推断出光斑的聚焦深度，在所设计的聚焦层超表面的透镜的相位分布为 $NA = 0.1$ 聚焦时，其聚焦深度为 $D/2NA = 195 \text{ um}$ ， D 为超表面面盘大小，所以设置的监视器的范围在 $z = 200 \text{ um}$ 以内；由于仿真区域在传播方向过大，会占用大量的计算机内存资源来进行仿真计算，从而影响仿真计算的执行效率和实验的进程。

为了解决上述问题，针对于聚焦的实验仿真过程分为了两步，在第一步中，我们构建了一个仿真模拟区域，其在 z 方向的长度较小，同时区域中包含了超表面的仿真结构，为了避免近场的影响，将监视器设置在 $z = 3 \text{ um}$ 处，并进行了仿真实验。接着，在第二步中，我们利用在 $z = 3 \text{ um}$ 处监视器的仿真结果作为光源，继续构建仿真结构，使光线能够在自由空间中传播。最终，得到了各个理论焦距处的仿真结果。其中第二步光源的制作过程为：在第一步构建的结构模拟仿真结束之后，我们使用 FDTD 脚本将 $z = 3 \text{ um}$ 处监视器的电场提取出来，并将此处的电场结果作为第二步仿真的光源输入到第二步的仿真结构中去。值得注意的是，我们所得到的结果是直接通过对模拟 200 um 以内的超表面结构进行仿真得到的，没有借助其他技术，如远场投影或近场傅里叶变换等。

本节利用高折射率椭圆硅柱设计了偏振转换和聚焦功能于一体的超表面，椭圆硅柱按照正方晶格的规律排布在二氧化硅衬底上，以二氧化硅作为衬底，其在入射光波段处几乎没有吸收，提高了光束的聚焦效率。利用微元形成了聚焦相位分布的超表面阵列。通过对聚焦相位的离散化，每个超表面微元都被编码为理论相位，当高阶偏振光束入射到聚焦层超表面上时，由于微元材料对光波的相位调控作用，透射光束会产生高阶偏振聚焦的期望特征。

根据前文所述高阶偏振转换及聚焦理论，我们将偏振转换功能和聚焦功能集于一体，构建了双层超表面。从而可以通过入射的线偏振光，将线偏振转换为高阶偏振并同时转换得到的高阶偏振光束进行聚焦。为了验证这个理论，我们构建了四阶偏振转换及聚焦超表面，其偏振转换结果以及聚焦结果如图 5 所示。从图中结果可知，我们设计出的超表面成功实现了高阶偏振的转换功能，但聚焦结果与 MATLAB 理论结果有些许差异。在聚焦层透镜 $NA = 0.9$ 时，超表面的聚焦结果为 0.628λ ，此时 MATLAB 理论仿真结果为 0.55λ ，这种差异主要源于以下因素：(1) 第一层超表面偏振转换后的高阶偏振光束在第二层超表面的相位响应的差异。(2) 超表面的反射特性。(3) 单个圆柱体的散射行为。(4) 各个晶格位置实际相位与理论相位的差异。(5) 材料的吸收特性。超表面在 $NA = 0.9$ 处的聚焦结果突破了该 NA 处所定义的瑞利衍射极限 $0.61\lambda/NA = 0.68\lambda$ ，瑞利衍射极限如图 5(b) 的黑色实线所示，这恰恰证明了我们理论推导的正确性，以及高阶偏振在超分辨领域潜在的应用性。

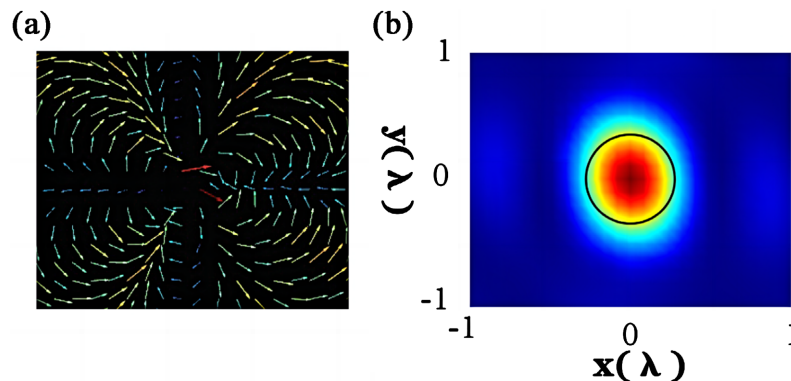


Figure 5. (a) Fourth-order polarization conversion result plot; (b) Fourth-order polarization focusing plot
图 5. (a) 四阶偏振转换结果图; (b) 四阶偏振聚焦图

4. 结论

本文提出了利用超表面的传输矩阵理论和传输相位理论设计的超表面，其可以实现高阶偏振转换和聚焦。所提出的转换理论具有普适性，只需调整超表面微元的材料特性即可实现对不同波长线偏振入射光束的偏振转换。在聚焦层叠加螺旋相位板和透镜的相位，成功实现了对高阶偏振光束的聚焦，并且聚集光斑光强分布的 FWHM 突破了瑞利衍射极限。这些结论对高阶偏振光束的应用研究具有重要价值，同时，对分析不同阶数偏振光束的聚焦也具有一定的参考意义。

参考文献

- [1] Khonina, S.N., Ustinov, A.V., Fomchenkov, S.A. and Porfirev, A.P. (2018) Formation of Hybrid Higher-Order Cylindrical Vector Beams Using Binary Multi-Sector Phase Plates. *Science Reports*, **8**, Article No. 14320. <https://doi.org/10.1038/s41598-018-32469-0>
- [2] Rashid, M., Maragò, O.M. and Jones, P.H. (2009) Focusing of High Order Cylindrical Vector Beams. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, **11**, Article ID: 065204. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1464-4258/11/6/065204/meta>
<https://doi.org/10.1088/1464-4258/11/6/065204>
- [3] Davis, J.A., Mcnamara, D.E., Cottrell, D.M. and Sonehara, T. (2000) Two-Dimensional Polarization Encoding with a Phase-Only Liquid-Crystal Spatial Light Modulator. *Applied Optics*, **39**, 1549-4554. <https://doi.org/10.1364/AO.39.001549>
- [4] Morin, O., *et al.* (2014) Quantum State Engineering of Light with Continuous-Wave Optical Parametric Oscillators. *Journal of Visualized Experiments*, **87**, e51224. <https://doi.org/10.3791/51224>
- [5] Xu, M., Qin, Y., Ji, K. and Zhang, H. (2022) Tight Focusing of High-Order Polarized Anomalous Vortex Beam. *Laser Physics*, **32**, Article 055001. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1555-6611/ac5b74>
<https://doi.org/10.1088/1555-6611/ac5b74>
- [6] Rao, L., Pu, J., Chen, Z. and Yei, P. (2009) Focus Shaping of Cylindrically Polarized Vortex Beams by a High Numerical-Aperture Lens. *Optics Laser Technology*, **41**, 241-246. <https://doi.org/10.1016/j.optlastec.2008.06.012>
- [7] Kruk, S., *et al.* (2016) Invited Article: Broadband Highly Efficient Dielectric Metadevices for Polarization Control. *APL Photonics*, **1**, Article ID: 030801. <https://doi.org/10.1063/1.4949007>
- [8] Luo, X.G. (2015) Principles of Electromagnetic Waves in Metasurfaces. *Science China Physics Mechanics Astronomy*, **58**, Article No. 594201. <https://doi.org/10.1007/s11433-015-5688-1>
- [9] Yuan, G., Rogers, E.T.F. and Zheludev, N.I. (2019) “Plasmonics” in Free Space: Observation of Giant Wavevectors, Vortices, and Energy Backflow in Superoscillatory Optical Fields. *Light: Science & Applications*, **8**, Article No. 2. <https://doi.org/10.1038/s41377-018-0112-z>
- [10] Hsiao, H.-H., Chu, C.H. and Tsai, D.P. (2017) Fundamentals and Applications of Metasurfaces. *Small Methods*, **1**, Article ID: 1600064. <https://doi.org/10.1002/smt.201600064>
- [11] Yu, N. and Capasso, F. (2014) Flat Optics with Designer Metasurfaces. *Nature Materials*, **13**, 139-150. <https://doi.org/10.1038/nmat3839>
- [12] Khorasaninejad, M., Chen, W.T., Zhu, A.Y., Oh, J., Devlin, R.C., Rousso, D. and Capasso, F. (2016) Multispectral Chiral Imaging with a Metalens. *Nano Letters*, **16**, 4595-4600. <https://doi.org/10.1021/acs.nanolett.6b01897>
- [13] Aieta, F., Genevet, P., Kats, M.A., Yu, N., Blanchard, R., Gaburro, Z. and Capasso, F. (2012) Aberration-Free Ultra-thin Flat Lenses and Axicons at Telecom Wavelengths Based on Plasmonic Metasurfaces. *Nano Letters*, **12**, 4932-4936. <https://doi.org/10.1021/nl302516v>
- [14] Chen, W.T., Török, P., Foreman, M.R., Liao, C.Y., Tsai, W.-Y., Wu, P.R. and Tsai, D.P. (2016) Integrated Plasmonic Metasurfaces for Spectropolarimetry. *Nanotechnology*, **27**, Article 224002. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0957-4484/27/22/224002>
<https://doi.org/10.1088/0957-4484/27/22/224002>
- [15] Wu, P.C., Tsai, W.-Y., Chen, W.T., Huang, Y.-W., Chen, T.-Y., Chen, J.-W., Liao, C.Y., Chu, C.H., Sun, G. and Tsai, D.P. (2017) Versatile Polarization Generation with an Aluminum Plasmonic Metasurface. *Nano Letters*, **17**, 445-452. <https://doi.org/10.1021/acs.nanolett.6b04446>
- [16] Ye, W., Zeuner, F., Li, X., Reineke, B., He, S., Qiu, C.-W., Liu, J., Wang, Y., Zhang, S. and Zentgraf, T. (2016) Spin and Wavelength Multiplexed Nonlinear Metasurface Holography. *Nature Communications*, **7**, Article ID: 11930. <https://doi.org/10.1038/ncomms11930>

-
- [17] Wang, S., Wu, P.C., Su, V.-C., Lai, Y.-C., Chen, M.-K., Kuo, H.Y., Chen, B.H., Chen, Y.-H., Huang, T.-T., Wang, J.-H., Lin, R.-M., Kuan, C.-H., Li, T., Wang, Z., Zhu, S. and Tsai, D.P. (2018) A Broadband Achromatic Metalens in the Visible. *Nature Nanotechnology*, **13**, 227-232. <https://doi.org/10.1038/s41565-017-0052-4>
- [18] Porfirev, A.P., Ustinov, A.V. and Khonina, S.N. (2016) Polarization Conversion When Focusing Cylindrically Polarized Vortex Beams. *Science Reports*, **6**, Article No. 6. <https://doi.org/10.1038/s41598-016-0015-2>
- [19] Khonina, S.N. (2019) Vortex Beams with High-Order Cylindrical Polarization: Features of Focal Distributions. *Applied Physics B*, **125**, Article No. 100. <https://doi.org/10.1007/s00340-019-7212-1>
- [20] Zhang, Y., Liu, W., Gao, J. and Yang, X. (2018) Generating Focused 3D Perfect Vortex Beams by Plasmonic Metasurfaces. *Advanced Optical Materials*, **6**, Article ID: 1701228. <https://doi.org/10.1002/adom.201701228>
- [21] Niv, A., *et al.* (2003) Formation of Linearly Polarized Light with Axial Symmetry by Use of Space-Variant Subwavelength Gratings. *Optics Letters*, **28**, 510-512. <https://doi.org/10.1364/OL.28.000510>
- [22] Teixeira, F.L., *et al.* (2023) Finite-Difference Time-Domain Methods. *Nature Reviews Methods Primers*, **3**, Article No. 75. <https://doi.org/10.1038/s43586-023-00257-4>