

上升时间对数字CR-(RC)ⁿ成形造成幅度损失的优化方法

李 超, 周厚泓, 刘 易*

成都理工大学核技术与自动化工程学院, 四川 成都

收稿日期: 2024年3月2日; 录用日期: 2024年3月15日; 发布日期: 2024年4月16日

摘 要

脉冲上升时间对基于z变换的CR-(RC)ⁿ脉冲成形造成幅值损失。本文在推导数字核谱仪系统中CR-(RC)ⁿ滤波器实时运算递归算法的基础上, 对带有上升时间的阶跃信号进行了数字CR-(RC)ⁿ滤波成形模拟仿真, 发现其输出脉冲的幅度损失与上升时间的大小或滤波器的阶数成正比, 该算法中b是影响输出结果的主要参数。通过消除输出脉冲达峰时间(nτ)中阶数n带来的影响, 对该算法进行了优化。优化后的算法仿真结果表明, 参数b值随着输出脉冲的幅度损失的减小而减小, 通过调节b的大小可以补偿上升时间带来的输出幅度损失。

关键词

CR-(RC)ⁿ滤波, 阶跃信号, 幅度损失

Optimization Method of Amplitude Loss Caused by Digital CR-(RC)ⁿ Forming on Rise Time

Chao Li, Houhong Zhou, Yi Liu*

The College of Nuclear Technology and Automation Engineering, Chengdu University of Technology, Chengdu Sichuan

Received: Mar. 2nd, 2024; accepted: Mar. 15th, 2024; published: Apr. 16th, 2024

Abstract

The pulse rise time causes amplitude loss for CR-(RC)ⁿ pulse forming based on z transform. In this paper, based on the basis of deducing the recursion algorithm of real-time operation of CR-(RC)ⁿ fil-

*通讯作者。

文章引用: 李超, 周厚泓, 刘易. 上升时间对数字 CR-(RC)ⁿ 成形造成幅度损失的优化方法[J]. 核科学与技术, 2024, 12(2): 104-110. DOI: 10.12677/nst.2024.122011

ter in digital nuclear spectrometer system, the CR-(RC)ⁿ filter forming simulation with rise time is carried out for step signal, and the amplitude loss of the output pulse is proportional to the rise time or the order of the filter. In this algorithm, b is the main parameter affecting the output result. The algorithm is optimized by eliminating the influence of order n in the output pulse peak time (nτ). The simulation results of the optimized algorithm show that the value of parameter b decreases with the decrease of the amplitude loss of the output pulse, and the output amplitude loss caused by the rise time can be compensated by adjusting the size of b.

Keywords

CR-(RC)ⁿ Filter, Step Signal, Amplitude Loss

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

核测量系统输出信号的分析与处理是核科学技术研究领域一种常用的方法[1] [2] [3]。近年来, 由于系统灵活性提升、后端通信抗干扰能力提升等优势, 数字化信号处理逐渐替代模拟电路信号处理在信号处理中的地位[4] [5]。在数字化系统中, 探测器信号经过前置放大器后直接数字化, 基线校正、脉冲成形和堆积校正等脉冲处理操作在数字硬件上使用专用脉冲处理算法进行[6] [7], 如数字 CR-(RC)ⁿ 滤波成形方法。在某些噪声和电荷收集情况下, 数字 CR-(RC)ⁿ 滤波器相比于其它滤波器会更加有利[8] [9]。因为该成形算法可以将探测器输出信号成形为高斯或类高斯脉冲, 以提高探测器输出信号的信噪比[10]。

常见的模拟电路进行数字化推导方法主要有两种: s 变换和 z 变换, 相比于 s 变换, z 变换可以将一个离散时间序列转换为一个复平面上的复函数, 是用于离散时间系统分析强有力的工具, 且大部分的现代信号数字处理(DSP)算法都是用 z 变换设计, 因此使用 z 变换推导 CR-(RC)ⁿ 滤波算法显得很重要。

Nakhostin 采用 z 变换推导出了不同 n 值时的 CR-(RC)ⁿ 电路的数字迭代算法[11]。杨小艳等通过改变阶跃信号的上升时间, 模拟经过数字 CR-(RC)ⁿ 成形的输出, 发现输出脉冲的幅度损失与其达峰时间成正比[12]。本文将数字 CR-RC 滤波为基础, 仿真不同上升时间的阶跃信号作为输入信号时, 其输出脉冲在幅度上各有差异, 与无上升时间阶跃信号经过数字 CR-RC 滤波成形的输出脉冲相比, 在输出幅度上均存在不同损失。通过优化算法发现, 调节其中的参数可以有效补偿幅值上的损失。

2. CR-(RC)ⁿ 数字化滤波递归算法

CR-(RC)ⁿ 滤波器由一个 CR 微分器和几个 RC 积分器实现。理论上, 当使用无穷多个积分阶段时, 可以很好地实现类高斯脉冲成形。滤波器经过 z 变换的传递函数可以表示为:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} \quad (1)$$

这里是可以直接得到阶跃信号在 z 变换中的输入形式:

$$X(z) = \frac{z}{z-1} \quad (2)$$

同样可以直接得到通过 CR-(RC)ⁿ 滤波器的阶跃响应输出由 $V_{semi}(t)$ 表示:

$$V_{semi}(t)=\frac{1}{n!}\cdot\left(\frac{t}{\tau}\right)^n\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

(3)

得到 z 的传递函数之后, 通过输出形式与输入形式的关系, 可以得到输出形式:

$$Y(z)=H(z)X(z)$$

(4)

将上述公式的推导进行流程化处理得到图 1。

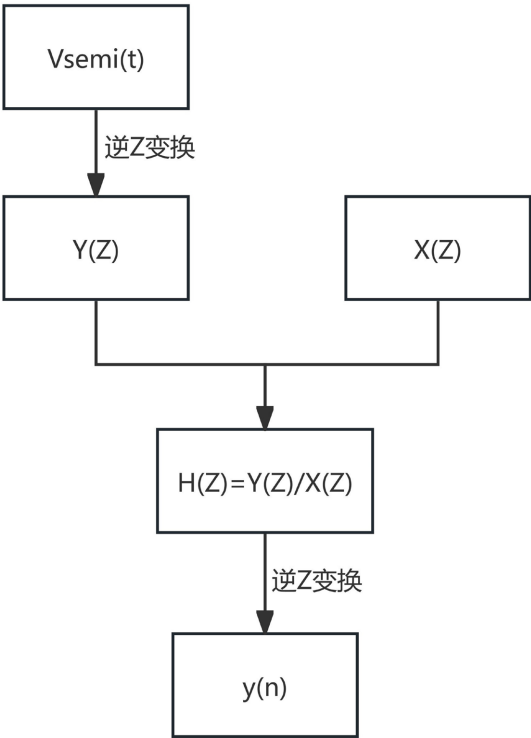


Figure 1. CR-(RC)ⁿ filter digital recursion algorithm derivation flow
图 1. CR-(RC)ⁿ 滤波器数字递归算法推导流程

从图 1 中可知, $Y(z)$ 和 $X(z)$ 分别为输出信号和输入信号的 z 变换, 通过公式(4)的逆 z 变换计算出滤波器对应的差分方程(递归算法)。递归公式如表 1 所示。

Table1. Digital recursion algorithm of CR-(RC)ⁿ filter of orders 1~4

表 1. CR-(RC)ⁿ 滤波器 1~4 阶的数字递归算法

滤波	算法
CR-RC	$y(n)=-a^2y(n-2)+2ay(n-1)+bTax(n-1)-bTax(n-2)$
CR-(RC) ²	$y(n)=3ay(n-1)-3a^2y(n-2)+a^3y(n-3)+(1/2)b^2T^2ax(n-1)+(1/2)b^2T^2a^2x(n-2)-(1/2)b^2T^2ax(n-2)-(1/2)b^2T^2a^2x(n-3)$
CR-(RC) ³	$y(n)=4ay(n-1)-6a^2y(n-2)+4a^3y(n-3)-a^4y(n-4)+(1/6)T^3ab^3x(n-1)+(2/3)T^3a^2b^3x(n-2)+(1/6)T^3a^3b^3x(n-3)-(1/6)T^3ab^3x(n-2)-(2/3)T^3a^2b^3x(n-3)-(1/6)T^3a^3b^3x(n-4)$
CR-(RC) ⁴	$y(n)=a^5y(n-5)-5a^4y(n-4)+10a^3y(n-3)-10a^2y(n-2)+5ay(n-1)+(1/24)T^4ab^4x(n-1)+(11/24)T^4a^2b^4x(n-2)+(11/24)T^4a^3b^4x(n-3)+(1/24)T^4a^4b^4x(n-4)-(1/24)T^4ab^4x(n-2)-(11/24)T^4a^2b^4x(n-3)-(11/24)T^4a^3b^4x(n-4)-(1/24)T^4a^4b^4x(n-5)$

注释: 表中的 $b=1/RC$, $a=\exp(-T/RC)$ 。

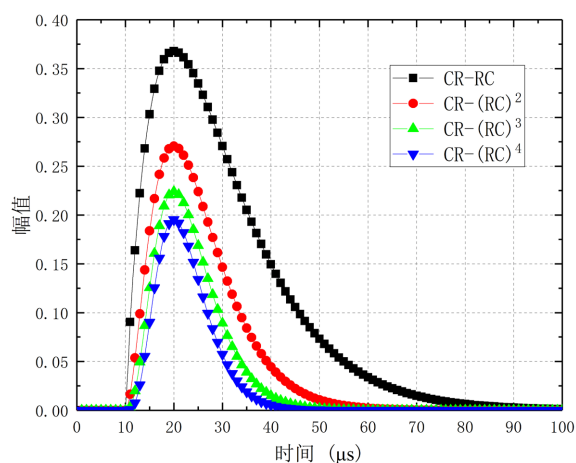


Figure 2. $\text{CR}-(\text{RC})^n$ filter forming with different orders n
图 2. 不同阶数 n 时的 $\text{CR}-(\text{RC})^n$ 滤波成形

仿真表 1 中的算法, 获得阶跃信号的数字 $\text{CR}-(\text{RC})^n$ 滤波成形, 由于输出脉冲的上升时间为 $n\tau$, 要想得到上升时间相同的输出脉冲, 通过设置不同阶数的 τ 就可以得到, 如图 2 所示, 图 2 就是无上升时间的阶跃信号经过不同阶数 n 值时的 $\text{CR}-(\text{RC})^n$ 脉冲成形结果。由图 2 可以看出, 随着阶数 n 值的增加, 成形脉冲越趋近于高斯型; 且阶数 n 值越大, 成形脉冲回到基线越快, 脉冲宽度越小, 但成形脉冲幅度衰减越大。

3. 仿真实验

3.1. 幅度损失

通过表 1 中的算法, 带有上升时间的阶跃信号在经过 $\text{CR}-(\text{RC})^n$ 滤波成形后发现在输出幅度上与无上升时间的阶跃信号经过 $\text{CR}-(\text{RC})^n$ 滤波成形的输出幅度相比存在不少损失。由图 3 可以看出, 带有上升时间的阶跃信号经过 $\text{CR}-(\text{RC})^n$ 滤波成形后与原有的成形相比, 在幅度上存在着差异, 不同的上升时间造成的幅度损失也不一样。

为了分析阶跃信号和带上升沿阶跃信号的输出, 分别模拟阶跃信号上升时间为 $1\ \mu\text{s}$ 、 $2\ \mu\text{s}$ 、 $3\ \mu\text{s}$ 、 $4\ \mu\text{s}$ 时 $\text{CR}-(\text{RC})^n$ 滤波成形结果, 得到如图 3 所示的上升时间对幅度关系图。

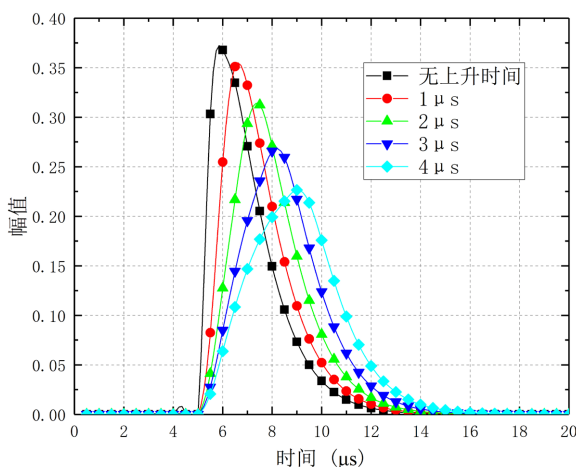


Figure 3. CR-RC forming with step signals of different rise times
图 3. 不同上升时间阶跃信号的 CR-RC 成形

如图 3 所示, 当 $n = 1$ 时, 随着阶跃信号上升时间的增加, CR-RC 成形输出的脉冲幅度在减小。当幅度损失越大时, 输出的脉冲形状变得越来越不稳定。

当 n 分别等于 2、3 和 4 时, 分析 CR-(RC) n 输出脉冲幅值, 通过(同阶无上升时间输出幅度 - 同阶有上升时间输出幅度)/同阶无上升时间输出幅度的计算公式, 得到如图 4 所示的上升时间与幅度损失比的关系图。

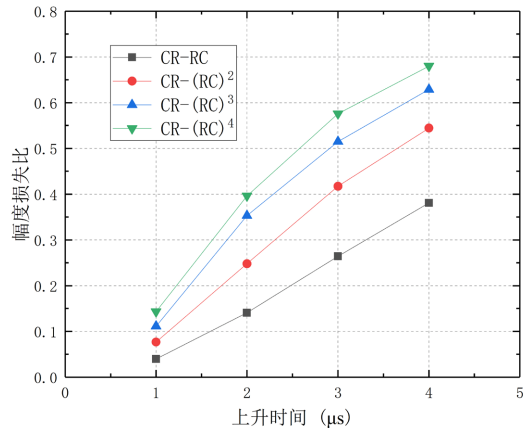


Figure 4. CR-(RC) n forming output amplitude loss comparison
图 4. CR-(RC) n 成形输出幅度损失对比

如图 4 所示, 当阶数 n 增大时, 输出的脉冲幅度损失也会相应增大, 各阶的滤波输出幅度损失差异也在变大; 当输入信号的上升时间一定时, CR-RC 成形的输出脉冲幅度损失最小, CR-(RC) 4 成形输出的幅度损失最大。

3.2. 改进算法

分析表 1 中算法, 影响输出脉冲幅度结果的参数为 a 、 b 和 T 。若使用同一探测器的情况下, 采样周期 T 是固定的, 因为 a 又受到 b 和 T 的双重影响, 所以 b 是直接影响 CR-(RC) n 滤波器的输出结果的主要参数。

因为 CR-(RC) n 滤波器阶数的不同, 且输出脉冲的达峰时间是由 $n\tau$ 决定, 所以如果要想得到不同阶数在同一达峰时间的 CR-(RC) n 输出脉冲, 那么就要设置对应阶数的衰变时间常数 $\tau = RC$, 即 CR-(RC) n 滤波器有 n 阶就会有 n 个 τ 。而改变 τ 的值就会直接影响参数 b 和 a 。因此, 为了实验方便, 从而减少计算量考虑, 就需要消除阶数 n 带来的影响。优化后的算法在同一 τ 值下, 表 1 中的 b 改为 nb , a 改为 a^n , 其中 n 代表对应滤波器的阶数, 表 1 算法改变之后如表 2 所示。

Table 2. Digital recursion algorithm of orders 1~4 for CR-(RC) n filter with uniform τ value

表 2. 统一 τ 值的 CR-(RC) n 滤波器 1~4 阶的数字递归算法

滤波	算法
CR-RC	$y(n) = -a^2y(n-2) + 2ay(n-1) + bTax(n-1) - bTax(n-2)$
CR-(RC) 2	$y(n) = 3a^2y(n-1) - 3a^4y(n-2) + a^6y(n-3) + 2b^2T^2a^2x(n-1) + 2b^2T^2a^4x(n-2) - 2b^2T^2a^2x(n-2) - 2b^2T^2a^4x(n-3)$
CR-(RC) 3	$y(n) = 4a^3y(n-1) - 6a^6y(n-2) + 4a^9y(n-3) - a^{12}y(n-4) + (9/2)T^3a^3b^3x(n-1) + 18T^3a^6b^3x(n-2) + (9/2)T^3a^9b^3x(n-3) - (9/2)T^3a^3b^3x(n-2) - 18T^3a^6b^3x(n-3) - (9/2)T^3a^9b^3x(n-4)$
CR-(RC) 4	$y(n) = a^{20}y(n-5) - 5a^{16}y(n-4) + 10a^{12}y(n-3) - 10a^8y(n-2) + 5a^4y(n-1) + (32/3)T^4a^4b^4x(n-1) + (352/3)T^4a^8b^4x(n-2) + (352/3)T^4a^{12}b^4x(n-3) + (32/3)T^4a^{16}b^4x(n-4) - (32/3)T^4a^4b^4x(n-2) - (352/3)T^4a^8b^4x(n-3) - (352/3)T^4a^{12}b^4x(n-4) - (32/3)T^4a^{16}b^4x(n-5)$

注: 表中的 $b = 1/RC$, $a = \exp(-T/RC)$ 。

3.3. 解决效果

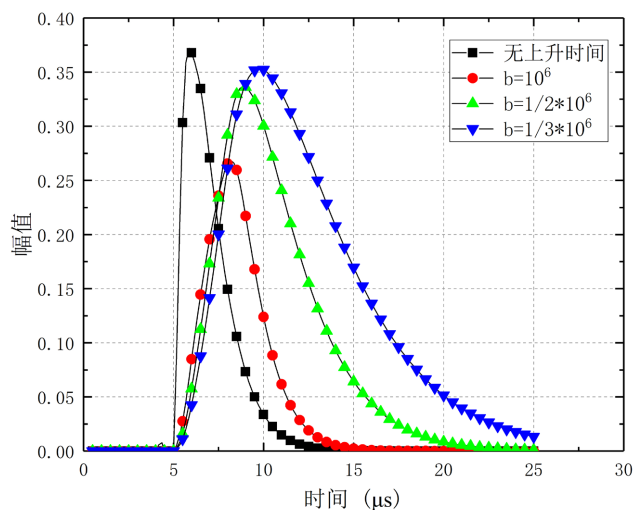


Figure 5. CR-RC filter forming with different b values

图 5. 不同 b 值时的 CR-RC 滤波成形

如图 5 所示, 当输入的阶跃信号上升时间为 $3 \mu\text{s}$, 采样频率固定为 10 MHz 时, $\text{CR}-(\text{RC})^n$ 滤波器的输出脉冲幅度随着参数 b 值的减小而逐渐增大, 直到某个阈值时停止。当 b 值越趋近于 1 时, 信号的输出幅度损失越趋近于 0; 当 b 值越大时, 信号的幅度损失占比也会随之增大, 参数 b 与幅度损失之间的关系如图 6 所示。

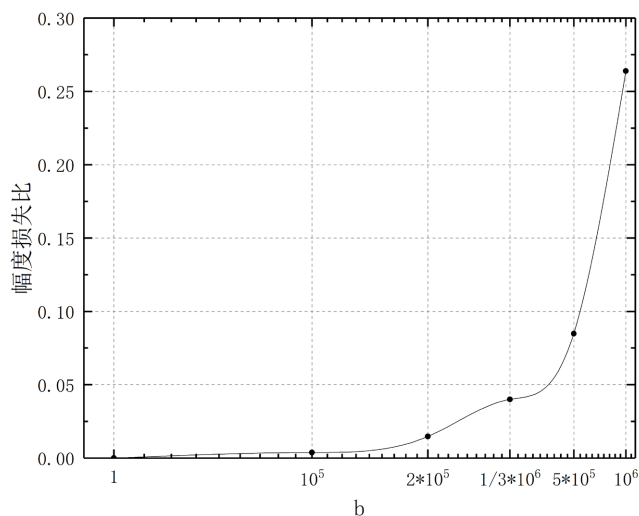


Table 6. Amplitude loss of CR-RC filter output with different b values

图 6. 不同 b 值时 CR-RC 滤波输出的幅度损失

4. 结论

通过对 $\text{CR}-(\text{RC})^n$ 滤波器递归算法的适当修正, 调节参数 b 值可以补偿不同上升时间阶跃信号带来的幅度损失问题。模拟仿真实验结果表明:

- 1) 输出信号在相同达峰时间的条件下, 输出幅度随着阶数的减小而增大, 即 $\text{CR}-(\text{RC})^4$ 滤波成形的

幅度最小, CR-RC 滤波成形的幅度最大;

2) 输入信号在相同上升时间的条件下, CR-(RC)ⁿ 滤波成形输出的幅度损失随着阶数 n 的增大而增大, CR-RC 滤波成形的幅度损失最小, 而且随着输入的阶跃信号上升时间的增大, 其输出的幅度损失也会逐渐增大;

3) 通过实验发现, 调整参数 b 的大小可以补偿上升时间带来的幅度损失, 幅度损失的影响也会随着 b 值变小而变小。

基金项目

国家自然科学基金(12075038)。

参考文献

- [1] Boli, M. and Drndarevi, V. (2002) Digital Gamma-Ray Spectroscopy Based on FPGA Technology. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, **482**, 761-766. [https://doi.org/10.1016/S0168-9002\(01\)01925-8](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(01)01925-8)
- [2] Mitra, S., Wielopolski, L. and Hendrey, G. (2004) Comparison of a Digital and an Analog Signal Processing System for Neutron Inelastic Gamma-Ray Spectrometry. *Applied Radiation and Isotopes*, **61**, 1463-1468. <https://doi.org/10.1016/j.apradiso.2004.02.024>
- [3] Gerardi, G., Abbene, L., La Manna, A., et al. (2007) Digital Filtering and Analysis for a Semiconductor X-Ray Detector Data Acquisition. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, **571**, 378-380. <https://doi.org/10.1016/j.nima.2006.10.113>
- [4] Yuan, C., Li, Y.P. and Huang, Y.F. (2015) Simulation Study on Digital Processing of Fission Chamber Output Signal. *Nuclear Techniques*, **38**, Article ID: 010401.
- [5] Li, W.N., Yang, C.W. and Zhou, R. (2015) Baseline Estimation Method of Digital Multi-Channel Pulse Height Analyzer Based on FPGA. *Nuclear Techniques*, **38**, Article ID: 060403.
- [6] Zeng, G., Yang, J., Hu, T., et al. (2017) Baseline Restoration Technique Based on Symmetrical Zero-Area Trapezoidal Pulse Shaper. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, **858**, 57-61. <https://doi.org/10.1016/j.nima.2017.03.049>
- [7] Wang, M., Hong, X., Zhou, J.B., et al. (2018) Rising Time Restoration for Nuclear Pulse Using a Mathematic Model. *Applied Radiation & Isotopes*, **137**, 280-284. <https://doi.org/10.1016/j.apradiso.2018.01.018>
- [8] 张志勇, 曾卫华, 周舜铭, 等. 核能谱信号放大器脉冲成形电路的设计[J]. 核电子学与探测技术, 2011, 31(11): 1300-1302. <https://doi.org/10.3969/j.issn.0258-0934.2011.11.027>
- [9] 张庆, 徐辉. 基于 Multisim 的高斯滤波器仿真与改进[J]. 能源研究与管理, 2020(2): 53-57. <https://doi.org/10.16056/j.2096-7705.2020.02.011>
- [10] Buzzetti, S., Guazzoni, C. and Longoni, A. (2003) EROIC: A BiCMOS Pseudo-Gaussian Shaping Amplifier for High-Resolution X-Ray Spectroscopy. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, **512**, 150-156. [https://doi.org/10.1016/S0168-9002\(03\)01889-8](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(03)01889-8)
- [11] Nakhostin, M. (2011) Recursive Algorithms for Real-Time Digital CR-(RC)ⁿ Pulse Shaping. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, **58**, 2378-2381. <https://doi.org/10.1109/TNS.2011.2164556>
- [12] 杨小艳, 洪旭, 周建斌. 数字 CR-(RC)ⁿ 滤波器的脉冲成形技术研究[J]. 电子测试, 2022, 36(22): 16-19+42.