

A New Genetic Algorithm for the Capacity Constraints Vehicle Routing Problem

Xiaolu Ma¹, Hecheng Li^{1,2}

¹Department of Computer, Qinghai Normal University, Xi'ning

²Department of Mathematics, Qinghai Normal University, Xi'ning

Email: mxl13844195073@163.com

Received: Sep. 8th, 2014; revised: Oct. 10th, 2014; accepted: Oct. 19th, 2014

Copyright © 2014 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

Abstract

In this paper, a capacitated vehicle routing problem is studied, in which a distribution center and multiple customers are involved, and the optimization objective is to minimize the distance. For this kind of problem, a genetic algorithm based on a local search scheme is proposed. First, a crossover operator is investigated by the sum of parents. The crossover operator is different from most of traditional crossover procedures in that it can generate new offspring when parents are same, thus maintaining the diversity of population. In addition, in order to efficiently improve the offspring individuals in the iteration process, a local search scheme based on probability selection is presented. The simulation results show that the proposed algorithm is efficient.

Keywords

Vehicle Routing Problem, Genetic Algorithm, Local Search

带容量约束车辆路径问题的一个新遗传算法

马小璐¹, 李和成^{1,2}

¹青海师范大学, 计算机学院, 西宁

²青海师范大学, 数学系, 西宁

Email: mxl13844195073@163.com

收稿日期: 2014年9月8日; 修回日期: 2014年10月10日; 录用日期: 2014年10月19日

摘要

本文研究了一个配送中心多个客户的带容量限制的车辆路径问题, 该问题以总距离最短为目标。针对该问题, 提出了一个带局部搜索程序的遗传算法。首先, 设计了一个基于父代个体求和的杂交算子, 该算子的特点是能在父代个体相同的情况下产生不同的后代个体, 保持种群的多样性; 其次, 为了有效改进遗传算法产生的后代个体, 引入了一个基于概率选择的局部搜索程序。数值实验表明该算法是有效的。

关键词

车辆路径问题, 遗传算法, 局部搜索

1. 引言

车辆路径问题(Vehicle Routing Problem, VRP)是物流网络中一个重要的优化问题, 由 Dantzig 和 Ramser [1]在 1959 年首次提出, 经典的车辆路径问题可描述为: 从一个配送中心向分散在周围的 n 个客户派遣 m 辆车来配送货物, 保证每个客户只被一辆车访问且仅访问一次, 求确定每辆车的行车路线和最小成本, 该成本可以是最短路径, 最小费用或者最小运输成本。在具体研究中, 车辆路径问题有多种形式, 如具有容量限制的车辆路径问题(Capacitated Vehicle Routing Problem, CVRP) [2]、带有时间窗的车辆路径问题(Vehicle Routing Problem with Time Window, VRPTW) [3], 同时送取货的车辆路径问题(Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery, VRPSPD) [4]等。

Lenstra 和 Rinnooy Kan [5]证明了几乎所有类型的 VRP 均为 NP-Hard 问题。Savelsbergh [6]和 Solomon [7]指出带时间窗的 VRP 由于要考虑送货时间, 所以比一般的 VRP 更复杂。车辆路径问题被提出后, 设计高效的求解算法一直是该问题研究的重点和难点。车辆路径问题的传统算法大致分为两大类: 精确法和近似法。精确法指可以求出其精确最优解的算法, 包括分支定界法(Branch and Bound, BB) [8]、动态规划法(Dynamic Programming Method, DP) [9]等; 近似法包括分散搜索算法(Scatter Search, SS) [10]、遗传算法(Genetic Algorithm, GA) [11]等。由于该问题是 NP 难问题, 因此, 对于规模较大的情形, 分支定界法、动态规划法等精确算法一般无法在指定时间内给出全局最优解, 而近似法虽然无法保证给出精确的全局最优解, 但能在指定时间内获得一个满意解或近似解。基于群体搜索的最优化算法, 在求解复杂优化问题时, 能有效跳出局部最优解, 有较强的全局搜索能力。近年来, 以遗传算法为代表的智能优化算法已成为求解该类复杂组合优化问题的有效算法之一。

谢秉磊[12]构建了考虑车辆容量约束的随机旅行时间规划模型, 提出了求解该问题的遗传算法。文[13]基于模糊逻辑给出了一个求解具有多配送中心车辆路径问题的遗传算法。对于大规模的车辆路径问题, 文[14]给出了一个变邻域启发式搜索算法。文[15]针对单车场多送货点的车辆路径问题, 给出了一个遗传算法, 通过改进交叉和变异算子, 提高了算法的搜索效率。文[16]通过引入一个新的交叉算子给出了求解 VRP 问题的遗传算法。

本文研究带容量限制的车辆路径问题(Capacitated Vehicle routing problem, CVRP), CVRP 要求满足以下条件及假设: 1) 所有的配送车辆以配送中心为起点和终点; 2) 每条配送路径上各客户点的需求量之和不超过车辆的负载量; 3) 每个客户的需求仅由一辆车一次满足。众所周知, 对于复杂的组合优化问题, 在算法设计中嵌入适当的局部搜索程序, 能有效提高算法的搜索效率[17]。因此, 针对该问题, 本文设计了一个基于局部搜索技术的遗传算法。该局部搜索过程通过概率选择要改进的客户组合, 通过优化该组

合而改进当前路径。实验结果表明,该局部搜索方法能有效提高算法的搜索效率。另外,为了更好地产生新的杂交后代,本文给出了一个基于两个父代个体求和的杂交算子。该算子的特点是即使两个父代个体一样,也能产生不同于父代的一个后代个体。这使得算法在运行后期能有效产生新的后代,保持种群的多样性。

2. CVRP 的数学模型

基于文献[18], CVRP 问题可描述如下:配送中心有 m 辆车,每辆车的容量为 q ;配送中心需要为 n 个客户提供货物配送任务,每个客户的需求量为 $g_i (i=1,2,\dots,n)$, $g_i < q$ 。每个客户由一辆车服务。目标是优化车辆调度,使得在满足货运要求的前提下,最小化车辆的使用及车辆行驶路径,从而节约运输成本。

将车辆路径问题抽象成图的最短路问题。令配送的编号为 0 号节点,各客户节点的编号为 $i (i=1,2,\dots,n)$,配送中心车辆的编号为 $k (k=1,2,\dots,m)$;令 c_{ij} 表示各节点之间的距离,并定义如下变量:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{车 } k \text{ 经客户 } i \text{ 驶向客户 } j \\ 0 & \text{否则} \end{cases}, \quad y_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{客户的需求由车辆满足} \\ 0 & \text{否则} \end{cases}.$$

则车辆路径问题的数学模型如下:

$$\min z = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^m c_{ij} x_{ijk} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n g_i y_{ik} \leq q, \quad k=1,2,3,\dots,m \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^m y_{ik} = \begin{cases} m & i=0 \\ 1 & i=1,2,3,\dots,n \end{cases} \quad (3)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ijk} = y_{jk} \quad (4)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ijk} = y_{ik} \quad (5)$$

$$x_{ijk} = 0 \text{ 或 } 1 \quad (6)$$

$$y_{ik} = 0 \text{ 或 } 1 \quad (7)$$

$$i=1,2,\dots,n; j=1,2,\dots,n; k=1,2,\dots,m.$$

上述模型中,式(2)表示容量约束,即每条配送路线上的总客户需求量不超过车辆的最大容量;式(3)表示配送任务由 m 辆车完成,每个客户的配送任务由一辆车完成;式(4)和式(5)意味着:若某一客户由第 k 辆车提供服务,该车来自某上一客户节点,并且完成服务后离开,到下一客户;式(6)和式(7)表示变量的取值满足 0~1 整数取值要求。

3. 算法设计

从上述模型可知,求解车辆路径问题的关键是合理确定车辆与各商店的关系,在满足车辆载重量和商店需求约束条件的情况下使得总运距最小。基于这些考虑,设计算法的各个环节。

3.1. 个体编码

本文采用自然数编码[19]方式表示解的结构,用 0 表示配送中心,其它自然数表示客户号,如(0 1 2 3

0 4 5 6 0 7 8 9 0), 表示用三辆车完成配送任务, 配送路径分别为 0-1-2-3-0, 0-4-5-6-0, 0-7-8-9-0。为了计算方便, 把 0 去掉, 只用客户编号序列表示解, 如上解可表示为(1 2 3 4 5 6 7 8 9)。

3.2. 解码方式

对于给定的编码个体, 考虑到尽可能少的利用车辆, 采取如下解码方式: 首先按编码次序安排第一辆车的配送任务及路径, 直到满足容量约束。其次在剩余编码所表示的客户中, 按编码次序安排下一辆车的配送任务及路径, 直到满足该车的容量约束。依次进行, 直至所有客户被安排完。例如, 对于编码个体(1 2 3 4 5 6 7 8 9), 先安排第一辆车从配送中心 0 出发, 然后为序列中的第一个客户 1 服务, 再考虑约束条件, 决定是否为客户 2 服务, 如果不能为客户 2 服务, 则车辆直接从客户 1 返回配送中心, 形成一个配送回路, 即 0-1-0; 若根据容量约束条件, 能为客户 2 服务, 而不能为客户 3 服务, 则第一辆车的配送路径为 0-1-2-0。当第一辆车的配送路径完成后, 依次安排第二辆车、第三辆车等, 直到所有任务被安排完为止。该解码方式直接保证当前路径下所用的车辆数最少。

3.3. 初始种群

设 $[1, 2, 3, \dots, n]$ 为 n 个客户的序号。随机生成 M 个 n 的排列, 这 M 个排列作为个体生成种群规模为 M 的初始种群。

3.4. 适应度函数

对种群中每一个体, 首先通过解码给出具体的配送路径, 代入(1), 问题的目标值作为这个个体的适应度。

3.5. 交叉算子

基于给定的编码, 在求解 CVRP 或其它组合优化问题中的遗传算法中, 常见的杂交算子有部分匹配杂交(partially matched crossover, PMC) [17], 循环杂交算子(cycle crossover, CX) [17]等。

1) 部分匹配杂交按如下方式进行: 随机选两个交叉点 $A < B$, 介于 A 与 B 之间的位置称为匹配区, 列出匹配区内两个个体基因的对应关系。交换匹配区的元素, 并按照匹配区内的对应关系换掉匹配区外的重复位, 得两个后代个体。如, C 、 D 为两个父代个体

$$C = 984:567:132$$

$$D = 871:239:546$$

后代为:

$$C' = 784:239:165$$

$$D' = 891:567:243$$

2) 循环杂交算子按如下方式杂交: 子代中的第一位取父代个体 1 的第 1 位。设子代中的第 k 位已经确定, 在父代个体 1 中找出与父代个体 2 的第 k 位相同的数, 并复制到子代的相应位置。如此反复直到产生出子代, 或产生一个循环。若产生一个循环, 则找出父代 2 中与子代中已产生的数不同的数, 并按父代 2 中的顺序填入到子代的剩余位置。如: 父代个体为:

$$p_1 = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$$

$$p_2 = 4, 1, 2, 8, 7, 6, 9, 3, 5$$

子代个体记为: o_1 、 o_2 , 计算如下:

步骤 1 $o_1 = 1, \dots$

步骤2 $o_1 = 1, *, *, 4, *, *, *, 8, *$

$o_1 = 1, *, 3, 4, *, *, *, 8, *$

$o_1 = 1, 2, 3, 4, *, *, *, 8, *$

(出现循环)

步骤3 $o_1 = 1, 2, 3, 4, 7, 6, 9, 8, 5$

类似可产生 o_2

注意到以上杂交算子当父代个体一致时，会产生与父代个体相同的后代个体，这使得在遗传算法运行后期当种群个体趋于一致时，无法产生新的后代个体。为了避免这种情况，本文设计了一个新的杂交算子。具体杂交过程如下：将两个父代个体求和得到的元素取模 n ，若对应是 n 的倍数，则取 n 。将模 n 后的元素置于子代，重复的元素删去，最后将所缺元素按父代中的顺序补于子代。

例： $n=8$ ，父代个体为：

$A = 1\ 5\ 4\ 8\ 7\ 3\ 6\ 2$

$B = 2\ 7\ 5\ 3\ 6\ 1\ 4\ 8$

对应元素相加，得： $C = 3\ 12\ 9\ 11\ 13\ 4\ 10\ 10$

将 C 中的每个元素模 8。若对应元素是 8 的倍数，则取 8。得： $D = 3\ 4\ 1\ 3\ 5\ 4\ 2\ 2$

按顺序将重复的数字去掉，得： $E = 3\ 4\ 1\ * \ 5\ * \ 2\ *$

将所缺数字按 A 中顺序补于 $*$ 位得： $E' = 3\ 4\ 1\ 8\ 5\ 7\ 2\ 6$

当父代个体相同时，不妨取 A, A ，得： $C = 2\ 10\ 8\ 16\ 14\ 6\ 12\ 4$

模 8，并去掉重复元素，得：

$E = 2\ * \ 8\ * \ 6\ * \ 4\ *$

$E' = 2\ 1\ 8\ 5\ 6\ 7\ 4\ 3$

3.6. 变异算子

遗传算法中变异的目的是产生新个体，避免算法早熟收敛。本文采用逆转变异算子[16]。即在选定区域将基因序列逆转，通过如下例子来描述变异过程：

$E = 12:3456:78$

$E' = 12:6543:78$

3.7. 局部搜索

很多实际最优化问题是计算复杂的，因此，解决这类问题的方法是在合理的计算时间内找到一个近似最优解。在群智能搜搜算法的设计中，若能嵌入一个基于问题特征的局部搜索过程，则能有效提高算法的搜索效率。本文提出的局部搜索算法是在概率选择的基础上，优化某一车辆的行走路线，使得整个行走路线得到改善。具体过程如下：

1) 在给定的配送方案(个体)中，任选两辆车，车辆 i 和车辆 j 。对车辆 i 中的任意两个元素置换一次，得到一个新个体；对车辆 j 中的任意两个数置换一次，得到另一个新个体。

2) 新个体选择：若两个新个体均使行车距离缩短，则以较大概率选择缩小幅度大的个体。令缩小幅度分别为： Δ_1 和 Δ_1 ，则选择概率分别为： $\Delta_1/(\Delta_1 + \Delta_2)$ 和 $\Delta_2/(\Delta_1 + \Delta_2)$ ；若行车距离均增加或一增一减，则选择概率按如下标准给出：第一种情况中增加幅度小的和第二种情况中行车距离减小的，取大概率 α ，对应另一个的选择概率取 $1-\alpha$ 。按赌轮选择选出个体。

3) 个体改进：对(2)中选出个体对应的车辆路径全排列，找出最好的一个，得到一个不差于原个体的

配送方案。

为了减少计算量,在(3)中,行车路径相同的个体直接删除,如1234的路程和4321的路程一样,因此可以删除一个。事实上,不难看出,按概率分布的车辆选择基于了大概率事件原理和2-锦标赛选择方法。大概率事件原理指出:一次实验中发生的事件是大概率事件。因此,可以认为,在一次置换中若能改进个体,则进一步修正这部分路径可有效改进整个个体的质量。

4. 设计的遗传算法

基于上一部分的设计,本文给出一个基于局部搜索策略的遗传算法(Genetic Algorithm Based on a Local Search Scheme, GA/LSS)。

- 步 1: 初始化相关参数,产生初始种群 $pop(0)$, 令 $g = 1$;
- 步 2: 对 $pop(g)$ 中的个体计算适应度值;
- 步 3: 对 $pop(g)$ 中的个体利用杂交和变异算子产生后代,后代个体集记为 O ;
- 步 4: 对 O 中的个体进行评估,并对较好的 r 个个体利用局部搜索策略进行修正;
- 步 5: 在 $pop(g)$ 和 O 中选择较好的 M 个个体组成下一代种群 $pop(g+1)$;
- 步 6: 若终止条件满足,则停止,输出最优解,否则,令 $g = g+1$, 转步 3。

5. 仿真计算及分析

为了测试提出算法的有效性,本文选择如下算例[16] [18]: 有一个配送中心和八个商店,它们之间的相互距离及各商店的商品需求量如表1所示(商店0表示配送中心)。配送中心有两辆载重量为8T的货车,要求合理安排车辆行驶路径,使总运输距离最小解。该问题的已知最优运距为67.5 [16] [18]。对于上述问题,本文采用Matlab7.0编程,在CPU的主频2.5 GHz,操作系统为Microsoft Windows XP的PC机上运行程序。设置最大运行代数为50,种群规模 $M = 60$, $p_c = 0.7$, $p_m = 0.1$, $r = 5$, $\alpha = 0.9$ 。

首先,为了显示本文算法中局部搜索的效率,在GA/LSS中去掉局部搜索过程,并记为GA。比较GA/LSS和GA的计算结果。两种算法各运行10次,计算结果见表2。表2显示,GA/LSS仅有一次没找到最优解,而GA有4次没找到最优解。为了比较收敛速度,选择两种算法都获得最优解的一次计算,给出计算结果的变化趋势,如图1。计算结果:车辆一:[0 6 7 4 0],车辆二:[0 2 8 5 3 1 0],最优运距为67.5。但收敛速度不同,GA/LSS在第9代获得最优解,而GA在第25代获得最优解。

Table 1. Customer's distance and demand
表 1. 客户距离和需求量

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	4	6	7.5	9	20	10	16	8
1	4	0	6.5	4	10	5	7.5	11	10
2	6	6.5	0	7.5	10	10	7.5	7.5	7.5
3	7.5	4	7.5	0	10	5	9	9	15
4	9	10	10	10	0	10	7.5	7.5	10
5	20	5	10	5	10	0	7	9	7.5
6	10	7.5	7.5	9	7.5	7	0	7	10
7	16	11	7.5	9	7.5	9	7	0	10
8	8	10	7.5	15	10	7.5	10	10	0
需求量/t	0	1	2	1	2	1	4	2	2

为了显示获得最优解时两种算法的计算成本，本文将获得最优运距作为终止条件，计算目标函数的评估次数。表 3 给出了两种算法运行 5 次的目标函数评估次数。从结果可以看出，本文所提 GA/LSS 的目标函数评估次数明显优于 GA 的次数。即获得最优解的计算成本少于 GA。

为了跟文献结果比较，对 GA/LSS 进行 20 次运行，计算结果与比较见表 4。从表 4 可以看出，GA/LSS 的平均距离以及获得最优解的百分比优于文献结果。

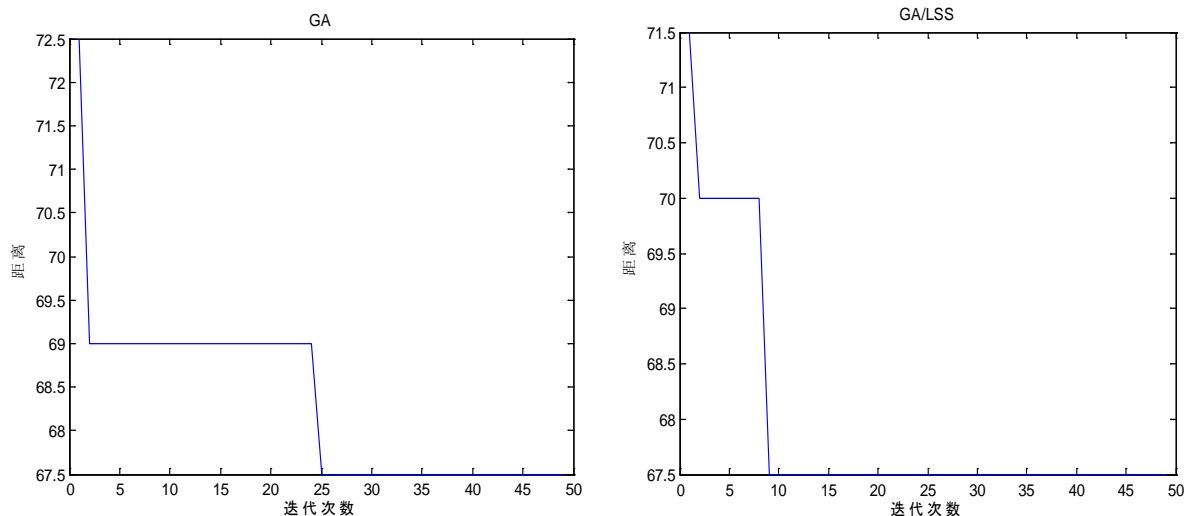


Figure 1. The result of Algorithm optimization

图 1. 算法优化示意图

Table 2. Comparison of the calculation results of GA/LASS and GA

表 2. GA/LASS 和 GA 的计算结果比较

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
GA	67.5	70.0	67.5	69.0	67.5	67.5	69.0	69.0	67.5	67.5
GA/LSS	67.5	67.5	67.5	67.5	67.5	67.5	67.5	67.5	67.5	69.0

Table 3. Comparison of the function value of assessment number

表 3. 函数值的评估次数比较表

	1	2	3	4	5	平均次数
GA	1791	2537	1396	1844	1911	1895.8
GA/LSS	619	817	468	730	531	633

Table 4. The statistical result

表 4. 算法结果统计表

	最优结果	最差结果	平均距离	获得最优解(%)
文献[16]	67.5	71	69.0	41.7
文献[18]	67.5	69	67.875	75
GA/LSS	67.5	69	67.725	85

6. 结束语

本文讨论了带容量限制的车辆路径问题, 设计了求解该问题的遗传算法。该算法的特点是嵌入了一个基于概率选择的局部搜索技术, 该技术使得算法的效率明显提高。另外, 本文还给出了一个基于父代个体求和的杂交算子, 该算子可以使两个相同父代产生不同于父代的后代个体, 这使得算法能有效保持种群的多样性。但此算法在同样的迭代次数下, 计算的目标函数值次数会比较多。

致 谢

本设计在老师的悉心指导和严格要求下业已完成, 从课题选择、方案论证到具体设计和调试, 无不凝聚着李老师的心血和汗水, 在三年的研究生学习和生活期间, 也始终感受着导师的精心指导和无私的关怀, 我受益匪浅。在此向李和成老师表示深深的感谢和崇高的敬意。

不积跬步何以至千里, 本设计能够顺利的完成, 也归功于各位任课老师的认真负责, 使我能够很好的掌握和运用专业知识, 并在设计中得以体现。正是有了他们的悉心帮助和支持, 才使我的毕业论文工作顺利完成, 在此向青海师范大学, 计算机学院的全体老师表示由衷的谢意。感谢他们三年来的辛勤栽培。

基金项目

国家自然科学基金项目(61463045, 61065009), 青海省自然科学基金项目(2013-z-937Q)。

参考文献 (References)

- [1] Dantzig, G. and Ramser, J. (1959) The truck dispatching problem. *Management Science*, **13**, 80-91.
- [2] Banos, R., Ortega, J., Gil, C., Fernandez, A. and Toro, F.D. (2013) A Simulated Annealing-based parallel multi-objective approach to vehicle routing problems with time windows. *Expert Systems with Application*, **4**, 1696-1707.
- [3] 潘立军, 符卓 (2004) 求解带时间窗车辆路径问题的插入检测法. *系统工程理论与实践*, **2**, 319-322.
- [4] 张涛, 余绰亚, 刘岚, 等 (2011) 同时送取货的随机旅行时间车辆路径问题方法. *系统工程理论与实践*, **10**, 1912-1920.
- [5] Lenstra, J.K. and Rinnooy Kan, A.H.G. (1981) Complexity of vehicle routing and scheduling problem. *Networks*, **2**, 221-227.
- [6] Savelsbergh, M.W.P. (1985) Local search in routing problems with time windows. *Operations Research*, **33**, 285-305.
- [7] Solomon, M.M. (1985) On the worst-case performance of some heuristics for the vehicle routing and scheduling problem with time window constraints. *Networks*, **1**, 285-305.
- [8] Almoustafa, S., Hanafi, S. and Mladenovic, N. (2013) New exact method for large asymmetric distance-constrained vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, **40**, 386-394.
- [9] Christofides, N., Mingozzi, A. and Toth, P. (1981) Exact algorithms for the vehicle routing problem, based on spanning tree and shortest path relaxation. *Mathematical Programming*, **1**, 255-282.
- [10] Keskin, B.B. and Uster, H. (2007) A scatter-based heuristic to locate capacitated transshipment points. *Computers & Operations Research*, **34**, 3112-3125.
- [11] Barkaoui, M. and Gendreau, M. (2013) An adaptive evolutionary approach for real-time vehicle routing and dispatching. *Computers & Operations Research*, **40**, 1766-1776.
- [12] 谢秉磊 (2003) 随机车辆路径问题研究. 博士论文, 西南交通大学, 成都.
- [13] Lau, H.C.W. and Chan, T.M. (2010) Application of genetic algorithms to solve the multi-depot vehicle routing problem. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, **2**, 383-392.
- [14] Kytöjoki, J., Nuortio, T., Braysy, O. and Gendreau, M. (2007) An efficient variable neighborhood search heuristic for very large scale vehicle routing problems. *Computers & Operations Research*, **34**, 2743-2757.
- [15] 屈援, 汪波, 钟石泉 (2007) 单车场多送货点车辆路径问题的改进遗传算法. *计算机工程与应用*, **25**, 237-243.
- [16] 张丽萍, 柴跃廷 (2002) 车辆路径问题的改进遗传算法. *系统工程理论与实践*, **8**, 79-84.

- [17] 王宇平 (2011) 进化计算的理论和方法. 科学出版社, 北京.
- [18] 姜昌华, 戴树贵, 胡幼华 (2007) 求解车辆路径问题的混合遗传算法. *计算机集成制造系统*, **10**, 2047-2053.
- [19] 李向阳 (2004) 遗传算法求解 VRP 问题. *计算机工程与设计*, **2**, 271-276.