

Analysis on the Line Occupation Effects on Traffic Capacity

Fei Wang, Chunyan Zhang, Gang Liu, Dashuang Liao, Peng Zheng

School of Mathematical Sciences, Anhui University, Hefei Anhui
Email: 625895943@qq.com

Received: Feb. 7th, 2015; accepted: Feb. 20th, 2015; published: Feb. 25th, 2015

Copyright © 2015 by authors and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).
<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

Abstract

This paper analyzes the line occupation effects on traffic capacity, and establishes ANOVA model and multiple regression model built on differential equations based on the video data [1] [2] [3], and do qualitative analysis and quantitative calculations for results. Firstly, the data which was associated with road capacity was obtained by observing the video; then through MATLAB, interpolation fitting was done. Secondly, it established variance analysis model, and then explored the impact of different occupied lanes on traffic capacity. Then by using the differential model, the relationship among vehicle queue length, traffic capacity, traffic accident time and traffic flow was obtained. In the end, combining the theory of model with practice, the duration of the actual accident was calculated.

Keywords

Road's Capacity, Interpolation Fitting, Analysis of Variance, Differential Equations, Traffic Flow

车道占用对城市道路通行能力的影响分析

王 飞, 张春燕, 刘 刚, 廖大双, 郑 鹏

安徽大学数学科学学院, 安徽 合肥
Email: 625895943@qq.com

收稿日期: 2015年2月7日; 录用日期: 2015年2月20日; 发布日期: 2015年2月25日

摘要

文章分析了车道占用对城市交通能力的影响，在实验视频数据基础上建立方差分析模型和基于微分方程的多元回归模型[1][2][3]，并对结果进行定性分析和定量计算。首先，通过观察案例视频得到与道路通行能力相关的数据，通过MATLAB插值拟合；其次，建立方差分析模型，进而探究了不同车道被占用对城市道路通行能力的影响差异。然后通过微分模型，给出了排队长度和事故横截面的实际通行能力、事故持续时间及路段上游车流量之间的关系；最后，将模型结果和实际结合，计算出实际事故持续时间。

关键词

通行能力，插值拟合，方差分析，微分方程，车流量

1. 引言[4][5]

车道占用指因交通事故等因素，导致车道或道路横截面通行能力在单位时间内降低的现象。交通系统是一个具有强随机性、严重非线性、不确定性和大时变性的复杂系统。另外，由于城市道路又具有交通流密度大、连续性强等特点，一条车道被占用，也可能降低路段所有车道的通行能力，即使时间短，也可能引起车辆排队，出现交通堵塞。如果处理不当，甚至会出现区域性拥堵。

因此，如何正确估计车道被占用对城市道路通行能力的影响程度，将为交通管理部门正确引导车辆行驶、审批占道施工、设计道路优化的交通方案、设置路边停车位等提供理论依据。这是一个既有理论价值，又有实际价值的重要课题。

2. 问题概况

2.1. 问题概述

问题一：针对视频 1，交通事故发生在车道一和二，仅剩车道三可通行时，分析事故持续时间内，事故所处横截面的道路实际通行能力的变化过程；

问题二：针对视频 2，交通事故发生在车道二和三，仅剩车道一可通行时，分析事故持续时间内，事故所处横截面的道路实际通行能力的变化过程，并和视频 1 中的情形的差异进行比较；

问题三：针对视频 1，分析事故所处横截面的道路通行能力、事故持续时间和上游车流量对车辆排队长度的影响；

问题四：根据问题三所建的模型，分析对事故发生点变化时，排队长度为 140 米、路段上游车流量为 1500 pcu/h 时的事故持续时间。

2.2. 数据获取及基本假设

数据来源于 2013 年全国数学建模竞赛 A[1]。为了方便解决问题，提出如下几点基本假设：

假设 1：假设进行车流量统计时，只考虑四轮及以上机动车、电瓶车；

假设 2：假设道路服务水平以及道路条件良好，天气状况良好；

假设 3：假设未发生事故时，针对各类车辆 3 条车道的通行能力相同；

假设 4：假设上游路口与下游路口车流量在一个相位内是连续有效的；

假设 5：假设除了交通是对通行能力的影响外其他因素的影响忽略不计。

2.3. 标准车当量数的折算系数

不同车辆类型的折算系数如下表。

车辆类型	大型车	小轿车	电瓶车
折算系数	2.0	1.0	0.5

3. 道路实际通行能力变化分析

3.1. 数据处理

为了方便数据统计处理，在此选定交通事故横断面为参考点。道路通行能力是单位时间内通过某路段的最大交通量，近似于该路段在饱和情况下的单位时间内的交通量。这里用实际通行能力近似表示通行能力。选择一个相位内，从红灯变为绿灯开始统计到紧接着的一个红灯亮时通过参考点的车辆数，进而可以计算出其实际通行能力。视频一，视频二中的事故简易图 and 数据处理分别如：图 1，图 2，表 1 和表 2 所示。

注：由于视频中红绿灯交替周期为 30 s，这里的通行能力是按照 1 min 的标准车当量数计量的，故通行能力 = 2*pcu。

视频 1 的数据处理。

视频 2 的数据处理。

3.2. 插值模型与结果分析[3] [6] [7]

3.2.1. 插值模型建立

设实际通行能力 y 与时间 x 的函数为 $y = f(x)$ ，已知函数在事故发生后某一段时间段 $[a, b]$ 上的 $n+1$ 个节点。

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b \quad (3.1)$$

上的值 $y_i = f(x_i)$ ($i = 0, 1, \dots, n$)，其中 y_i 表示 $[x_{i-1}, x_i]$ 这一时间段的通行能力，求通行能力 $S(x)$ ，使得

- 1) $S(x_i) = y_i$ ($i = 0, 1, \dots, n$)；
- 2) 在每个时间段区间 $[x_{i-1}, x_i]$ ($i = 0, 1, \dots, n-1$) 上 $S(x)$ 是三次多项式，记为 $S_i(x)$ ；
- 3) $S(x)$ 在 $[a, b]$ 上二阶连续可微。

函数 $S(x)$ 称为 $f(x)$ 的三次样条插值函数。

由条件(2)不妨记

$$\begin{cases} S(x) = \{S_i(x), x \in [x_i, x_{i+1}], i = 0, 1, \dots, n-1\} \\ S_i(x) = a_i x^3 + b_i x^2 + c_i x + d \end{cases}$$

其中： a_i, b_i, c_i, d_i 为待定系数，共 $4n$ 个。

由条件(3)，有

$$\begin{cases} S_i(x_{i+1}) = S_{i+1}(x_{i+1}), \\ S_i'(x_{i+1}) = S_{i+1}'(x_{i+1}), \quad i = 0, 1, \dots, n-2 \\ S_i''(x_{i+1}) = S_{i+1}''(x_{i+1}), \end{cases} \quad (3.2)$$

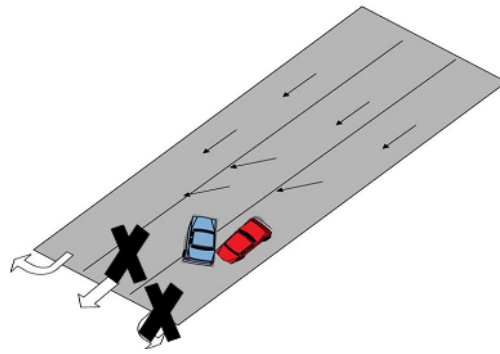


Figure 1. Simple figure about the traffic accident in the first video

图 1. 视频 1 中交通事故简易图

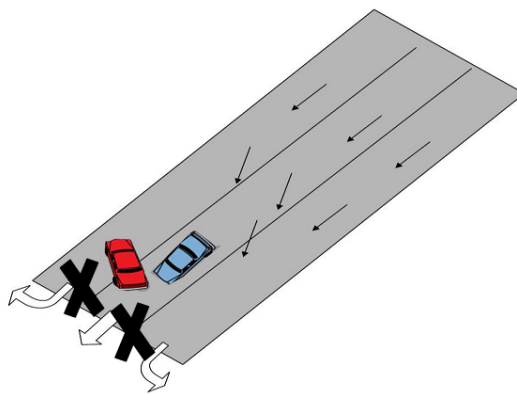


Figure 2. Simple figure about the traffic accident in the second video

图 2. 视频 2 中交通事故简易图

Table 1. The road traffic capacity duration of the accident in the first video

表 1. 视频 1 事故持续时间内道路实际通行能力

时间	大型车	小轿车	电瓶车	pcu	通行能力
16:39:26	0	3	1	3.5	7
16:39:56	1	8	2	11	22
16:40:26	0	4	1	4.5	9
...
16:59:43~17:00:07	0	8	3	9.5	19
17:00:07 撤离					

Table 2. The road traffic capacity duration of the accident in the second video

表 2. 视频 2 事故持续时间内道路实际通行能力

时间	大型车	小轿车	电瓶车	pcu	通行能力
17:29:25	0	4	2	5	10
17:29:55	0	14	4	16	32
17:30:25	0	4	1	4.5	9
...
18:02:55	0	11	0	11	22
18:03:25	1	10	2	13	26

3.2.2. 模型求解与结果分析

利用 MATLAB 软件对数据依据插值拟合模型进行插值拟合，得到视频 1 和 2 事故发生到撤离这段时间内完整的道路通行能力变化图，如图 3 和图 4 所示。

结果分析：

通过图 3 看出，该道路通行能力变化过程可以分为三个阶段：

- 1) 初始阶段(16:42~16:43)：事故刚发生，没有发生堵车，道路通行能力减弱的不是很多；
- 2) 堵塞阶段(16:44~17:00)：随着事故持续时间的增加，道路开始发生堵塞，车速下降，车辆开始排队。这一段时间道路的通行能力明显降低，直到事故撤离，道路的实际通行能力在一个范围内呈现较小的周期性波动；
- 3) 撤离阶段(17:00~17:02)：事故撤离后，道路的通行能力明显上升，之后，道路的通行能力恢复正常水平。

3.3. 方差分析模型[2] [3]

通过方差分析模型，对视频 1 和视频 2 同一事故横断面所占车道不同对该横截面实际通行能力的影响的差异进行分析。方差分析的目的是通过视频数据分析推断不同车道上发生交通事故对实际通行能力的影响是否有显著性差异。

通过 SPSS 软件对视频 1 和视频 2 同一事故横断面所占车道不同对该横截面实际通行能力影响的方差分析结果。

通过对视频 1 和视频 2 道路实际通行能力数据(表 1 和表 2)的处理，其均值和方差如表 3 所示：

结果分析

从表 4 可以看出，F 检验统计量 6.0250 大于临界值 3.9573，所以拒绝原假设，可以认为视频 1 和视频 2 在同一事故横断面所占车道不同对该横截面的实际通行能力之间的确存在显著性差异。

通过图 3 和图 4 以及统计数据分析知，视频 1 的事故发生点到事故撤离时间段内的平均通行能力为 20 pcu/min，视频 2 的事故发生点到事故撤离时间段内的平均通行能力为 13 pcu/min；对于视频 1 车辆右

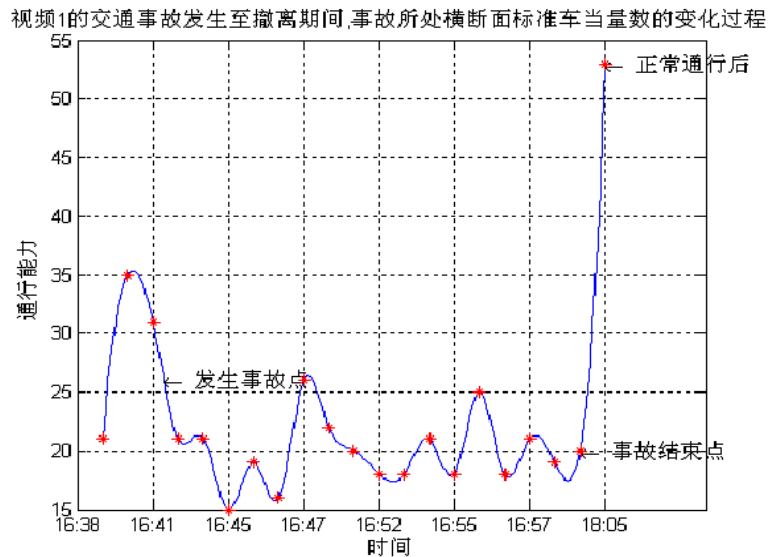


Figure 3. The changing process of the first video traffic capacity
图 3. 视频 1 中道路通行能力的变化过程

视频2的交通事故发生至撤离期间,事故所处横断面标准车当量数的变化过程

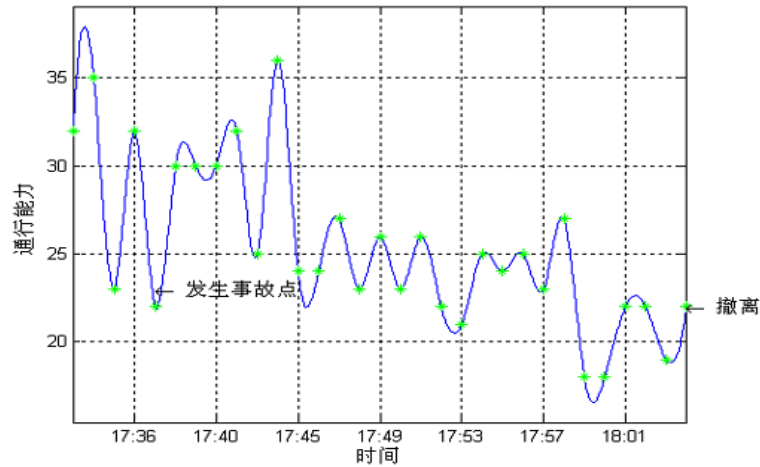


Figure 4. The changing process of the second video traffic capacity

图 4. 视频 2 中道路通行能力的变化过程

Table 3. Different lanes of the influence for actual capacity of the accident cross section

表 3. 视频 2 事故持续时间内道路实际通行能力

	观察数	和	平均值	方差
视频 1 实际通行能力	28	253.6	9.057143	1.9364
视频 2 实际通行能力	59	605	10.254237	6.1832

Table 4. The analysis of variance about different lanes of the influence for actual capacity of the accident cross section

表 4. 占不同车道对事故横截面实际通行能力影响的方差分析

差异源	SS	df	MS	F	P-value	F crit
组间	29.2782	1	29.2782	6.0250	0.0162	3.9573
组内	398.4688	82	4.8593			
总计	427.7470	269	53.648			
总计	41363.43	539				

转影响较小, 视频 2 左转影响较小, 而在路口时右转车流量比例小于左转车流量比例。因此, 视频 2 的单位内通过的车较多, 即视频 2 的平均通行能力大于视频 1 的平均通行能力。

4. 建立实际通行能力微分模型[3] [8]-[10]

4.1. 微分模型建立流程

建立微分模型程序如图 5 所示。

4.2. 微分模型建立步骤

步骤 1: 由于事故横断面实际通行能力、路段上游车流量都与事故持续时间有关系, 所以考虑车辆排队长度 $S(t)$ (为了便于建模, 这里排队长度近似用三个车道中排队标准车当量数代替)。记事故横断面

实际通行能力为 $f(t)$ 、路段上游车流量为 $g(t)$ 。可设 $\frac{dS(t)}{dt}$ 与 $f(t)$ 、 $g(t)$ 之间具有以下线性关系:

$$\begin{cases} \frac{dS(t)}{dt} = c_0 + c_1 f(t) + c_2 g(t) \\ S(0) = 0 \end{cases} \quad (4.1)$$

其中， c_0 、 c_1 、 c_2 为待定参数。

步骤 2: 函数 $f(t)$ 、 $g(t)$ 的确定。针对事故横断面实际通行能力 $f(t)$ ，利用基于非线性最小二乘优化进行曲线拟合，拟合曲线如图 6 所示。得出拟合曲线方程为

$$f = 9.3363 + 0.3984 \sin(0.4558t) + 0.9821 \cos(0.4558t) \quad (4.2)$$

拟合优度的检验[11]: 拟合值 f_i 越接近观察值 y_i ，则认为方程拟合得越好。通过检验拟合优度指标

$$R_{NL} = 1 - \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (f_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^n y_i^2}}$$

，如果 R_{NL} 愈接近 1，表示拟合曲线的拟合度愈好。

通过 *matlab* 计算，得 $R_{NL} = 0.9846$ 接近于 1。所以该拟合方程优度较好。

针对路段上游车流量 $g(t)$ ，通过三次样条插值(Spline 插值)同时利用最小二乘估计和 *matlab* 编程，得出拟合曲线方程为

$$g(t) = \begin{cases} 1.3615 & \text{红灯} \\ 15.6534 & \text{非红灯} \end{cases} \quad (4.3)$$

步骤 3.对(4.1)式进行离散化处理，得

$$\frac{\Delta S(t)}{\Delta t} = c_0 + c_1 f(t) + c_2 g(t) \quad (4.4)$$

每 30 s 内的车辆排队长度如表 5 所示。由表 5 的数据，利用 *matlab* 进行线性回归拟合处理可以确定参数 c_0 、 c_1 、 c_2 。

步骤 4: 通过 *matlab* 对表 5 数据进行最小二乘曲线拟合，得

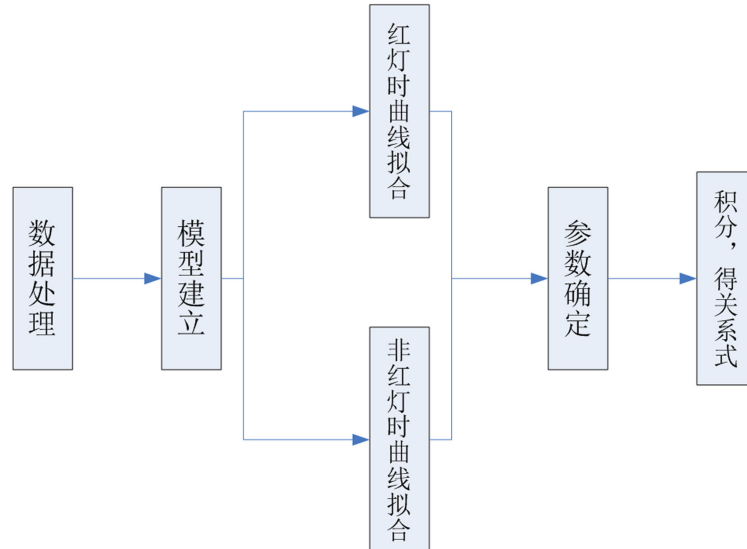


Figure 5. Differential equation model modeling ideas
图 5. 微分方程模型建模思路图

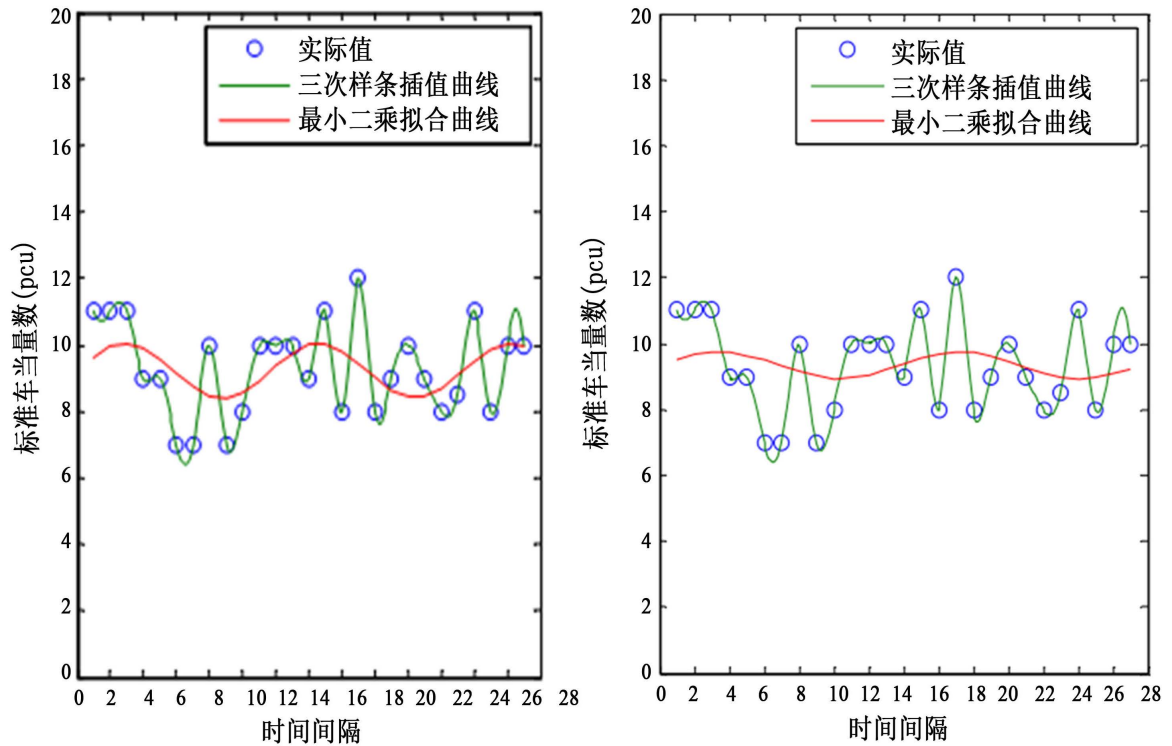


Figure 6. Cross-sectional actual capacity curve fitting
图 6. 横断面实际通行能力曲线拟合

Table 5. The queue length every 30 seconds
表 5. 每 30 s 内的排队长度

时间	队长	时间	队长	时间	队长	时间	队长
16:44:00	9	16:48:00	5	16:52:00	16	16:56:00	18
16:44:30	5	16:48:30	4	16:52:30	18	16:56:30	11
16:45:00	2	16:49:00	7	16:53:00	15	16:57:00	15
16:45:30	8	16:49:30	6	16:53:30	12	16:57:30	10
16:46:00	9	16:50:00	8	16:54:00	14	16:58:00	14
16:46:30	4	16:50:30	6	16:54:30	18	16:58:30	12
16:47:00	5	16:51:00	9	16:55:00	15	16:59:00	11
16:47:30	4	16:51:30	6	16:55:30	16	16:59:30	11

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} 0.4437 \sin(0.4458t) + 1.0939 \cos(0.4558t) + 4.0645 \times 10^{-5}t + 1.4333 & \text{红灯时} \\ 0.4868 \sin(0.4558t) + 1.2000 \cos(0.4558t) + 0.0110t + 1.7384 & \text{非红灯时} \end{cases}$$

步骤 5: 对上述微分方程积分, 用 matlab 进行符号计算, 得

$$S(t) = \begin{cases} 2.3999 \sin(0.4458t) + 0.9736 \cos(0.4558t) + 2.03422 \times 10^{-5}t^2 + 1.4338t - 0.9736 & \text{红灯时} \\ 1.0680 \sin(0.4558t) + 1.0680 \cos(0.4558t) + 0.0055t^2 + 1.7384t - 1.0680 & \text{非红灯时} \end{cases}$$

故关系表达式为

$$S(t) = \begin{cases} 2.3999 \sin(0.4458t) + 0.9736 \cos(0.4558t) + 2.03422 \times 10^{-5} t^2 + 1.4338t - 0.9736 & \text{红灯时} \\ 1.0680 \sin(0.4558t) + 1.0680 \cos(0.4558t) + 0.0055t^2 + 1.7384t - 1.0680 & \text{非红灯时} \end{cases}$$

4.3. 模型的实际应用

基于上述微分模型，问题四相当于该模型的实际应用，带入相应的已知条件，问题四可以得到解答。

已知条件为：事故所处横断面距离上游路口为 140 米；路段下游方向需求不变；路段上游车流量为 1500 pcu/h；事故发生时车辆初始排队长度为零，且事故持续不撤离。将已知条件带入到微分模型可求其解为一个区间值，即

$$t \in [4.15 \text{ min}, 7.12 \text{ min}]$$

5. 结束语

文章通过综合使用插值拟合、方差分析、微分方程等方法，建立了较为完善的道路实际通行能力模型和排队长度预测模型，为测量道路通行能力和判断是否出现排队现象提供理论依据。文章中的模型对于道路阻塞问题、排队等待问题都具有普遍适用性。为正确估计车道被占用对城市道路通行能力的影响程度，为交通管理部门正确引导车辆行驶、审批占道施工、设计道路优化的交通方案、设置路边停车位等提供理论依据。

参考文献 (References)

- [1] 中国工业与应用数学学会 (2013) 2013 年高教社杯全国大学生数学建模竞赛 A 题.
- [2] 王松桂, 陈敏, 陈立萍 (1999) 线性统计模型—线性回归与方差分析. 高等教育出版社, 北京.
- [3] 姜启源, 谢金星, 叶俊 (2011) 数学模型. 第四版, 高等教育出版社, 北京.
- [4] (1991) CJJ 37-90, 城市道路设计规划. 中国建筑工业出版社, 北京.
- [5] 贾晓敏 (2009) 城市道路通行能力影响因素研究. 硕士论文, 长安大学, 西安.
- [6] 杨桂元, 朱家明 (2013) 数学建模竞赛优秀论文评析. 中国科技大学出版社, 北京.
- [7] 陈华友 (2008) 组合预测方法有效性理论及其应用. 科学出版社, 北京.
- [8] Koorey, G. (2002) Assessment of rural road simulation modeling tools. *IPENZ Transportation Group Technical Conference*, 1-12.
- [9] Heydecker, B.G. and Addison, J.D. (2011) Analysis and modeling of traffic flow under variable speed limits. *Transportation Research Part C*, **19**, 206-217.
- [10] 周学农 (2006) 排队长度模型比较及动态方法研究. *交通运输系统工程与信息*, **2**, 92-95.
- [11] 张世强 (2002) 曲线回归的拟合优度指标的探讨. *中国卫生统计*, **2**, 9-11.