

Study on the Training of Mathematical Thinking in the Teaching of Mathematics Teachers in the Class

Bin Huang¹, Jiaofeng Wang²

¹University College of Teacher Education, Quzhou

²Vocational and Technical College, Quzhou

Email: departmentofmath@sina.com

Received: January 2014

Abstract

As a local high school to train local teacher talents, how to cultivate students' teaching skills was considered as the main target in long run. With the development of society, as the teachers of compulsory education, only grasping the classroom teaching is not enough. Through the training of mathematical thinking on school days, the new thinking and new ways can be accepted and used by the students, to deal with the teaching problems encountered, and to truly understand the mathematics as the basic subject role and status.

Keywords

The Training of Thinking, Mathematics Education, Classroom Teaching, Thought Development

数学思维训练在师范类数学专业教学中的研究

黄 斌¹, 王角凤²

¹衢州学院教师教育学院, 衢州

²衢州职业技术学院, 衢州

Email: departmentofmath@sina.com

收稿日期: 2014年1月

摘 要

作为培养地方师范型人才院校, 长期以来将如何培养学生的师范技能作为主要目标。随着社会的发展,

作为义务教育阶段的教师，仅仅能够把握好课堂教学是远远不够的。通过对师范生在校期间的数学思维训练，使得学生能够接受和利用新思维，新方法来处理教学中遇见的问题，真正体会到数学作为基础学科的作用和地位。

关键词

思维训练，数学教育，课堂教学，思维拓展

1. 引言

1909年，杜威在美国科学进步联合会的发言中，指出科学教学过于强调信息的积累，而对科学作为一种思考的方式和态度没有予以足够的重视。杜威认为科学教育不仅仅是要让学生学习大量的知识，更重要的是要学习科学思维的过程。美国教育心理学家斯腾伯格在1996年出版的《思维方式》一书中提出了三元思维理论。三元思维理论是在应用领域将思维分成三个维度，即分析性思维、创造性思维、实用思维。其中，分析性思维涉及分析、判断、评价、比较、对比和检验等能力；创造性思维包含创造、发现、生成、想象和假设等能力；实用性思维涵盖实践、使用、运用和实现等能力。这与我国新课程改革中关于学习方式的变革，即强调自主、合作、探究的学习方式的内涵相适应。因此，斯腾伯格理论对我国学校的教育产生了很大影响，由于数学对促进思维的特殊作用，近年来，引发了世界范围内对数学思维训练教学的探讨。

我国对于思维训练教学的研究起步较晚，起自20世纪80年代以后。钟启泉的《探究学习与理科教学》是较早比较系统的介绍国外思维训练教学的专著，为思维训练教学的研究奠定了基础[1]。近几年我国的思维训练教学在理论上取得了一定的成就，涌现出了一批学者如任樟辉在1996版《数学思维论》中介绍了数学思维理论的发展及其对数学思维训练教学的启示，从理论上分析了目前我国教育界对数学思维训练教学的认识偏差[2]；张熊飞在1993年出版的《诱思探究教学导论》中，从心理学、教育学的角度论述了思维训练教学的理论基础，对思维训练教学的类型、特点和条件进行了周密的分析，对思维训练教学的模式进行了详尽的解说，还进一步指出了在思维训练教学的实施中教师与学生的地位，应注意的问题和评估的办法[3]，可以说对思维训练教学进行了较为系统的阐述。

2. 地方高校师范类数学专业教育现状分析

现阶段，由于受传统学科体系的影响，在培养师范生的实际教学活动中：一方面过分侧重了知识技能因素，忽视了思想方法和精神文化因素。缺乏有意识引导学生去经历数学概念的生成过程，领会数学中的思想方法，体验数学文化，感受数学精神。另一方面忽略了如何教学生学会学习、学会提出问题、分析问题进而解决问题；学会整理、建构知识，学会如何创新[4]。因而，在实际教学活动中主要面临的问题有：

1) 近些年高校持续扩招。一方面，学生的基础相对薄弱，学习积极性不高；由于缺乏有效的学习方法和新的数学思维方式，学生在学习过程中缺乏学习的目标和处理问题的手段。另一方面，任课教师因受传统学科本位主义思想的影响，缺乏关于“大学数学课程在大学教育中的作用”的研究，过分强调专业课程的学习，将大学数学教育片面理解成专业知识的讲授，同时一味追求学科的严谨性，增加了学习的难度。

2) 部分教师还局限在传统的数学教学模式中，以教师课堂讲解为主，采用“注入式”的教学方式，课堂教学就是为了完成教学任务，课后让学生通过课后大量的习题来强化教学内容，因此妨碍了学生学

习积极性的提高, 严重影响了课堂教学效果。

3) 数学教材内容相对陈旧, 体系单一, 不能适应师范教育快速发展的步伐, 更不能适应师范教育改革的需要。同时, 由于课程内容单调, 教学计划和教学大纲过于死板, 缺乏激励教师创新的机制, 给学生掌握数学思想方法、学习数学新知识造成困难。

4) 数学教学评价制度单一, 没有通过测验、测量等方式加以检验并以一定的数量形式表示, 已经不能适应高等教育大众化的需要[5]。目前, 对数学教学的评价依然是传统的评价制度, 对学生仍然采用单一的笔试进行考核, 已经难以适合现代教育的发展要求。同时, 试题大多采用书中的例题结合习题的模式, 缺乏考查学生灵活运用数学知识解决问题的专项练习, 更缺乏旨在培养学生创新能力的锻炼, 在一定程度上造成了高分低能的现象。

5) 数学教学手段匮乏, 数学教学缺乏与现代教育技术的有效整合。部分数学教师不具备使用现代教育技术手段进行授课的能力; 部分数学教师在使用现代教育技术时也仅仅起到了代替黑板的作用, 教学课件和板书雷同, 没有让现代教育技术优势在数学教学中得以真正发挥。

3. 策略分析

3.1. 构建适合师范生教育的价值目标的层次分析

师范生数学教育的价值不仅仅体现在利用数学知识和技能解决各种自然科学或技术中的计算问题; 更不是为了学习而学习, 应付考试, 而是培养具有实践能力和创新精神的人。因此, 数学教育价值目标分为三个层次:

1) 培养学生掌握知识技能作为基础目标。学生能够将数学知识作为一门工具加以掌握; 解决相关专业课程中的数学问题, 并能够自主处理在社会实践需要利用数学知识解决的各种技术问题。

2) 培养学生理解和掌握数学思维方法作为阶段性目标。进一步锻炼学生的思维能力, 培养变通性、灵活性、合理性、条理性等, 形成结构严谨, 有条不紊, 简介精确的思维模式。

3) 培养学生的精神文化作为最终目标。激发学生的创新能力和进取心, 能够胜任未来工作岗位的能力需求和在社会竞争中获得主动。

3.2. 围绕着数学教育的价值目标运用具有代表性的数学思维方法

1) 分析与综合

分析与综合是数学思维的两种基本方法, 它们在数学思维过程中以不同的形式出现。首先, 分析是把研究对象分解为它的各个组成部分, 然后对这些组成部分分别加以研究, 从而认识事物的本质和规律的一种思维方法。例如, 为了系统地、深入地理解圆锥曲线的性质。我们按照椭圆曲线离心率 e 的取值范围将其分为椭圆、双曲线和抛物线, 逐一研究各自的性质, 继而分析它们之间的联系和区别。综合是把研究对象的各个组成部分联系起来加以研究, 从而在本质上把握事物的性质和规律。例如将椭圆、双曲线和抛物线的性质及相互关系统一进行研究, 挖掘共同属性, 得到关于圆锥曲线的本质内容: 到定点和定直线的距离之比是常数的点的轨迹。

其次, 分析法还特指从结果追溯到产生这一结果的原因(执果索因)的一种思维方法, 而综合法则是一种从原因推导到由原因产生结果(由因导果)的思维方法。在这种意义一说, 解答应用题时, 算术方法体现的是综合, 而代数方法体现的是分析。

2) 抽象和概括

抽象是把研究的事物从某种角度看待的本质属性抽取出来进行考察的思维方法。也即把大量生动的关于现实世界空间形式和数量关系的直观背景材料, 进行去粗取精、去伪存真、由此及彼、由表及里的

加工和制作,从而提炼数学概念,构造数学模型,建立数学理论的过程。

例如:哥尼斯堡七桥问题,在1736年由瑞士数学家欧拉利用数学抽象方法,成功地做出了解答。具体地说,欧拉敏锐地看到,整个问题与所走路程的长度无关;而且,岛区与河岸无非就是桥梁的连接地点。因此,欧拉把两个岛和河两岸抽象为四个点,把七座桥抽象为七条线。这样七桥问题便等价于一笔画出如上图的问题。

概括是把抽象出来的若干事物的共同属性归结出来进行考察的思维方法。概括要以抽象为基础,它是抽象的发展。抽象度愈高,则概括性愈强,将概括中获得的概念和理论运用于实际时,其迁移范围就更广。也就是说,高度的概括对事物的理解越具有一般性,则获得理论或方法就越有普遍的指导意义。

3) 类比与映射

类比是一种间接推理的方法,也是一种科学研究的方法。它以比较为基础,首先对两个不同对象的某些属性进行比较(以特殊到特殊),找出它们的相似点或近似程度,然后再通联想或预见。著名的瑞士数学家伯努利在级数求和方面有很深的造诣,但他对 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ 却一筹莫展,最后他不得不公开征解,而数学大师欧拉运用类比法大胆而巧妙地突破了难关。

映射是关系(Relationship),映射(Mapping)与反演(inversion)的简称(后缩写为RMI原则)。笼统地说,它是指两类数学对象或两个数字集合的元素之间建立某种“对应系统”。例如:已知 m, r, p 均为正数,且 $\arctgm + \arctgr + \arctgp = \frac{\pi}{2}$,求证: $mr + rp + pm = 1$ 。分析:运用RMI原则转变命题,根据已知条件,可把 $\arctgm, \arctgr, \arctgp$ 分别看成是复数 $1 + mi, 1 + ri, 1 + pi$ 的幅角的主值,这样就把原命题转化为复数运算,问题随之而解。

4) 联想与猜想

联想是由一个事物想到与其相关的另一个事物的思维过程,是一种由此及彼的思维方法,是直觉思维的一个重要方式。它在数学发现过程中有着广泛的应用,并发挥着重要的作用,数学思维活动中常见的联想有逆向联想、定向联想、类比联想、形似联想、相关联想等。人们通过联想,使旧问题的解法重现,开始动脑筋创造新方法的方法。因此旧方法是形成新方法的前提,新方法是发现旧方法的发展,而联想则是发现的中介。例如:计算 $(1+i)^n \cdot (1-i)^{6-n}$,若解题思维按正向运动,会困难重重。如果联想到它的逆运算,联想到 $\frac{1+i}{1-i}$ 的特性,此问题就会迎刃而解。

猜想是对研究的对象或问题进行观察、实践、分析、比较、联想、类比、归纳等,依据已有的材料和知识做出符合一定的经验与事实的推理性想象的思维方法。它是一种合情推理,属于综合程度较高的带有一定直觉性的高级认识过程。数学猜想就是指依据某些已知的事实和数学知识,对未知量及其关系所做出的一种似真推理。猜想既有一定的科学性,又有一定的假定性,这一层面上仅仅映出猜想思维的敏捷性、灵活性以及批判性。费尔玛猜想是一个举世闻名的例子。费尔玛是从毕达哥拉斯方程 $x^2 + y^2 = z^2$ 的整数解的问题出发,于1637年前后提出的猜想:将毕氏方程中指数2改为正整数 n ,当 $n \geq 3$ 时,相应的方程没有正整数解,被43岁的英国数学家维尔斯证实该猜想的正确性。这使得维尔斯获得沃尔夫数学奖,这一成果被认为是20世纪最重大的数学成就。

3.3. 数学思维训练课堂教学模式的构建

当前,数学教学模式综合化发展不仅仅是多种教学模式的简单整合,而且还体现在实施目标的全方位上,构建新型教学模式[6]。这是实现当前高职教育改革所面临的一个重大和迫切的任务。依据数学思

维的问题性特征，我们可将数学思维训练的课堂教学的基本模式概括为：提出问题→展示新课→思维扩展→思维训练→思维测评[7]。在这一模式中，教师是问题暴露、启迪、诱导者，学生是思维的主体，是知识的探索、发现和获取者。

(一) 数学思维训练课堂教学模式具有以下几个特征：

- 1) 注重学生经历知识形成与应用过程，从而培养学生探究式思维。
- 2) 教学方式以创设问题情景为线索，学生自主探究，师生共同研究的学习方式。
- 3) 课堂教学具有一种和谐、平等、民主的氛围，教学过程中教师少讲，学生有充分的实践活动时间和空间。课堂教学体现了以人为本的教育理念，学生学习方式是自主、探究式的学习。

(二) 数学思维训练课堂教学模式具体实施步骤：

1) 提出问题，创设情境

这是教学的起始环节，是激发学生思维动机，启迪学生思维的阶段。心理学家研究表明：合适的问题情境能够引起学生最强烈的思考动机和最佳的思维定向，它是启发学生思维的引爆器[8]。因此，在教学中，教师根据教材，从学生感兴趣的、好奇的角度去创设情境，使学生在情境中产生困惑，继而提出问题，让学生去探究。问题设计的原则：具有较强的探究性，具有一定的启发性和发展空间，应该具有一定的开放性，具有连贯性和系统性。

2) 研究问题，展示新课

人的理性认识过程是由表象的具体到思维的抽象，再由思维的抽象上升到思维的具体过程。研究数学问题的过程首先是由具体到抽象的过程，在此环节中，将数学问题转化加工为例题形式，使被抽象出来的数学问题再回到实践中去验证，这一阶段是学生的思维定向阶段，是运用思维探索规律学会抽象的过程，但探索研究的关键是学生的参与，思维操作的关键是激励学生进入积极的思维状态。

3) 解决问题，思维拓展

这一环节是知识的形成阶段，属抽象思维的高级阶段。数学教学过程实质上是由一连串的转化过程所构成的，学生接受新知识要借助于旧知识，而旧知识的思维形式往往会成为新知识思维形式的障碍(如思维定势)。因此，教师首先要抓好教学过程中数学思想方法的渗透，在数学知识的质变(往往是重点)过程中，帮助学生实现思维活动的转折。

4) 发展问题

思维训练教学中，注意结合学生的心理特点和认识水平从不同角度、不同层次、不同侧面有目的、有针对性地不断设计组织一些探索型、开放型、判断改错题、归纳与综合型等题目，为学生提供多种类型的思维训练素材。这要求教师注重挖掘课本典型题例的潜在功能，充分发挥它的导向、典型、发展和教育作用，反复渗透与运用数学思维方法，把数学知识溶入活的思维训练中去，并在不断的问题获解过程中深化和发展学生的思维。

5) 总结问题，思维测评

思维测评是对学生思维品质的检测与评定形式。测评方法可小型多样，因课堂内容及学生实际情况而定，如选编一些特定题型对学生进行思维品质单项测评或多项综合测评。学生可先自我评价，体验成功的乐趣。在测评中，教师要注重把握学生思维的过程和特点，了解其弱点，既不轻易放过学生出现的问题，探索跨越性思维的奥秘和产生思维障碍的原因，又需通过变化教学结构，设计思维层次、调控思维节奏，对学生进行有效的思维训练，促进学生良好思维品质的形成，提高课堂教学质量。

基金项目

本论文为衢州学院精品课程资助。

参考文献 (References)

- [1] 钟启泉 (1988) 现代教学论发展. 教育科学出版社, 北京, 12-26.
- [2] 任樟辉 (1996) 数学思维论. 广西教育出版社, 南宁, 6-12.
- [3] 张熊飞 (1990) 诱思探究教学导论. 陕西人民教育出版社, 西安, 16-19.
- [4] 黄明 (2005) 学生的思维品质培养初探. *大学数学*, **10**, 17-23.
- [5] 沈小暗 (1987) 对教师教学质量管理的探讨. *教学与管理*, **8**, 38.
- [6] 沈小磅 (1992) 学习潜能与教学新策略. *江西教学科研*, **4**, 5-6.
- [7] 王坤元 (1999) 高等数学教学模式调查的思考. *数学教育学报*, **2**, 82-84.
- [8] 张华 (2001) 课程与教学整合论. *教育研究*, **2**, 31.