

Supply Chain Coordination with Limited Order Funds for Retailer under Supply and Demand Uncertainty

Ping Sun, Jiangtao Mo*, Yujin Zhong

College of Mathematics and Information Science, Guangxi University, Nanning Guangxi
Email: sun_ping2018@163.com, *mjt@gxu.edu.cn

Received: Dec. 26th, 2018; accepted: Jan. 10th, 2019; published: Jan. 17th, 2019

Abstract

This paper studies the coordination of a supply chain with supply and demand uncertainty. The supply chain is consisting of a supplier and, a retailer who has limited order funds. The research shows that, under the condition of credit payment, the retailer can break through the restriction of funds and increase his order quantity, then supply chain profit is improved. But the supply chain cannot be coordinated. Applying credit payment with revenue sharing contract together, even if the retailer uses his limited order funds only, the coordination of the supply chain can be achieved. Moreover, compared with the case of supply certainty and demand uncertainty, the wholesale price is higher or the profit sharing ratio is lower during coordination. Finally, the theoretical results are verified by numerical examples, and the influences of supply and demand fluctuation on supply chain decision and profit are also analyzed.

Keywords

Supply and Demand Uncertainty, Limited Order Funds, Credit Payment, Revenue Sharing Contract, Supply Chain Coordination

供需不确定环境下零售商订购资金有限的供应链协调

孙平, 莫降涛*, 钟玉金

广西大学数学与信息科学学院, 广西 南宁
Email: sun_ping2018@163.com, *mjt@gxu.edu.cn

*通讯作者。

收稿日期：2018年12月26日；录用日期：2019年1月10日；发布日期：2019年1月17日

摘要

本文研究了一类供应和需求不确定的供应链的协调问题，其中，供应链由一个供应商和一个订购资金有限的零售商组成。研究表明：在信用支付条件下，零售商可以突破资金限制，增加订购量，从而提高供应链的利润，但不能使供应链协调；应用信用支付和收益共享契约，即使零售商仅使用有限的订购资金，仍然可以实现供应链协调。并且，与供应确定需求不确定的情形比较，协调时的批发价较高或收益共享比例较低。最后，通过数值例子验证了理论结果，并分析了供需波动对供应链决策和利润的影响。

关键词

供应和需求不确定，订购资金有限，信用支付，收益共享契约，供应链协调

Copyright © 2019 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

从产品的生产到销售，供应链各个环节存在多种不确定性，除了需求不确定性，还包括供应不确定性。比如，天气状况、生产过程的风险或原料不足等因素会造成供应不确定[1]。供需不确定会影响供应链决策，增加供应链协调的困难。此外，在实际运营中，一些中小型企业的资金有限，订购原材料和产品的数量受到限制，从而降低供应链的整体效益。面对供需不确定和资金有限问题，设计有效的契约使供应链协调，是供应链管理的重要课题。

近年来，在供应和需求不确定环境下，供应链决策与协调问题受到学术界的重视。一些学者讨论了供应链的决策问题。Hu 和 Lim 等[2]考虑零售商采用期权契约和部分延迟订购的方式向制造商订货，研究了供需不确定下的最优生产采购决策问题。在供需不确定和不同风险共担契约下，He 等[3]发现最优生产量和最优订购量具有线性关系，且线性系数与风险共担机制有关。Yang 等[4]研究了一个零售商从多个供应不确定的供应商处订购产品的决策问题，发现供应率越低，零售商的订购量越高，而供应商的利润越少。另外，一些学者还研究了此类供应链的协调问题。Hu 等[5]发现柔性订购策略可以降低供需不确定性，并综合应用订购惩罚、回购和收益共享契约实现供应链的协调。Güler 等[6]发现供应不确定不会改变回购契约与收益共享契约的协调能力，而会影响协调时契约参数的取值。Tang 等[7]发现综合应用回购契约与收益共享契约能够使供需不确定的供应链协调。Luo 等[8]通过剩余补贴机制鼓励供应商提高生产量，利用改进的收益共享契约协调供需不确定的供应链。但是，这些研究都是在供应链成员是资金无限的条件下进行的。

在实际生产中，一些企业往往受到资金限制，特别是中小型企业。解决资金问题的途径有两个：一是向金融企业贷款的外部融资；二是供应链节点企业间通过预付款或信用支付的策略进行的内部融资。由于抵押资产不足、经营规模较小和信用级别较低等因素，中小型企业很难获得金融企业的融资。因此，内部融资成为常用的方法。比如，在英国，超过 80%的 B2B 贸易是通过信用支付的方式进行的[9]；在美国，大型非金融类企业的融资 15%来自于信用支付，且小企业更依赖信用支付[10]。Caldentey 等[11]通

通过分析两种融资方式, 提出信用支付的内部融资更具有优势。在对称和非对称信息两种情形下, Zhang 和 Luo 等[12]应用信用支付契约研究了零售商订购资金有限的供应链协调问题。Xiao 等[13]考虑供应商先从银行贷款, 再提供信用支付给资金有限的零售商, 设计了广义的收益共享契约实现供应链的协调和利润的任意分配。Yang 和 Wang 等[14]为尽早回收货款, 提出了具有价格折扣的灵活信用支付契约, 发现收益共享契约不仅使零售商资金有限的供应链协调, 还影响零售商的还款行为和供应商的批发价。Cao 等[15]在制造商为资金有限的零售商提供信用支付的情况下, 发现数量折扣契约、收益共享契约和回购契约都可以使与碳排放相关的供应链协调。Yan 等[16]综合应用以风险补偿为基础的信用支付和数量折扣契约实现零售商资金有限的供应链协调。上述研究成果表明, 应用信用支付策略可以使资金有限的零售商提高订购量, 但要实现供应链协调, 还需要应用其他契约。另外, 这些研究是在供应确定的情况下进行的, 而在实际生产过程中, 受到各种随机因素的影响, 产品的供应也会不确定, 如半导体、电子产品和农产品等。因此, 在需求和供应不确定下, 信用支付能否实现零售商资金有限的供应链协调有待进一步探讨。

收益共享契约是企业使用比较普遍的协调方式, 可以提高供应链的效益, 减少企业间的目标冲突, 有效地实现供应链协调运作。在价格影响需求的供应链中, Yao 等[17]比较了收益共享契约与批发价契约, 发现收益共享契约能够提高供应链的绩效。Giannoccaro 等[18]发现收益共享契约可以使三级供应链协调, 且通过调整契约参数可以提高供应链成员的利润。Arani 等[19]研究了应用看涨期权机制和收益共享契约的供应链协调问题, 指出收益共享契约能够减少双重边际化效应。在需求中断的情况下, Zhang 等[20]应用收益共享契约研究了由一个制造商和两个竞争零售商组成的供应链的协调问题。Zhang 和 Liu 等[21]综合应用成本分担机制与收益共享契约, 研究了变质品供应链的协调问题。Hu 和 Feng 等[22]建立了基于收益共享契约的供应链协调模型, 分析了供应不确定和服务水平对供应链决策和利润的影响。从上述研究看出, 收益共享契约是协调供应链的工具。

本文研究一类供应和需求不确定的供应链协调问题, 其中, 零售商的订购资金是有限的。尽管已有文献研究了供应和需求不确定的供应链协调问题, 比如: Peng 等[23]应用数量折扣契约研究了时装供应链的协调问题, 并指出数量折扣契约能降低供需不确定性带来的负面影响。He 等[24]同时考虑供应和需求不确定性, 应用批发价契约和收益共享契约, 研究了多级供应链的协调问题。但是, 这些研究仅考虑了零售商和供应商的资金不受限制的情形。我们假设零售商的订购资金是有限的, 即在无契约的情况下, 零售商仅能使用有限的资金订购产品, 不能使供应链的期望利润最优。为了实现供应链协调, 一方面, 供应商提供信用支付契约, 使零售商能够突破资金限制, 提高订购量, 使供应链利润得到提高。另一方面, 利用收益共享契约, 在供应链成员之间实现风险分担、收益分享, 从而使供应链协调。

2. 问题与基本假设

在供应和需求不确定环境下, 本文研究由一个供应商、一个零售商和一种产品组成的二级供应链的协调问题。基本假设如下:

- 1) 供应商提供产品, 零售商订购产品并销售给顾客; 供应商和零售商是风险中性和信息共享的, 决策目标是最大化各自的期望利润。
- 2) 供应商的资金是无限的, 零售商的订购资金是有限的, 即零售商用于订购产品的资金是有限的, 记为 B 。
- 3) 市场对产品的需求 x 是随机的, 其密度函数和分布函数分别为 $f(x)$ 和 $F(x)$ 。
- 4) 产品的供应率 ε 是随机的, $\varepsilon \in [a, b]$, 且 $0 < a < b \leq 1$, 其密度函数和分布函数分别为 $g(\varepsilon)$ 和 $G(\varepsilon)$, 均值为 μ_ε 。

5) 零售商的订购量为 q ，单位产品的销售价格为 p 。

6) 供应商的单位生产成本为 c ，单位批发价为 w ；供应商的计划生产量为 R ，但实际生产量是 εR 。当 $\varepsilon R < q$ 时，供应商从现货市场采购 $q - \varepsilon R$ 单位产品，单位采购成本为 e 。

7) 忽略未售出单位产品的残值和缺货成本，假设 $p > w > c > 0$ ， $e\mu_\varepsilon > c$ 。

8) 供应商提供信用支付鼓励零售商订购更多产品，即零售商在订购产品时，先支付订购资金 B ，剩余部分在销售期末支付，并且要支付利息，利息率为 α 。为使零售商接受该契约，从中盈利，需假设 $p > (1 + \alpha)w$ 。

9) 在供应商提供信用支付的情况下，在销售期末，可能出现零售商的销售收入不足以支付剩余货款及利息的情况，此时，零售商需要利用其他资金偿还剩余货款及利息。

在供应和需求不确定环境下，本文旨在通过设计供应链契约，解决零售商订购资金有限问题，实现供应链的协调。接下来，本文将根据定义 1 探讨供应链的协调条件。

定义 1: 对于由一个订购资金有限的零售商、一个资金无限的供应商和一种产品组成的供应链，如果在某种契约下，使得：

- 1) 零售商和供应链系统的期望利润同时达到最优；
 - 2) 零售商和供应商的期望利润都不低于各自的保留利润；
- 则称该契约使供应链协调。

3. 集中式供应链

由于供应商是资金无限的，在集中式供应链中，零售商和供应商是一个整体，所以供应链系统也是资金无限的，其期望利润函数为：

$$\begin{aligned} E\pi_c(q, R) &= pE \min(q, x) - eE(q - \varepsilon R)^+ - cR \\ &= pq - p \int_0^q F(x) dx - eR \int_a^{q/R} G(\varepsilon) d\varepsilon - cR. \end{aligned} \quad (1)$$

定理 1: [24] 记使供应链系统期望利润最优的订购量为 q^C 和计划生产量为 R^C ，则

$$q^C = F^{-1}\left(\frac{p - c_z}{p}\right), \quad R^C = \frac{1}{z} q^C. \quad (2)$$

其中： $c_z = eG(z)$ ， z 是下列方程的唯一解：

$$\int_a^z \varepsilon g(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{c}{e}. \quad (3)$$

由(3)看出： z 仅与供应的不确定性、 c 和 e 有关。把(3)代入(1)得，供应链的最优期望利润为：

$$E\pi_c(q^C, R^C) = (p - c_z)q^C - p \int_0^{q^C} F(x) dx. \quad (4)$$

从上式得到：为了使供应链系统的期望利润大于零，必须满足： $p > c_z$ 。

4. 分散式供应链

在分散式供应链中，订购资金有限的零售商先确定最优订购量，供应商再按照零售商的订购量确定最优的计划生产量，使各自的期望利润达到最优。本节分别在批发价契约和信用支付契约下，研究供应链成员的最优生产订购决策。

4.1. 批发价契约下无信用支付的情形

由于供应商按订单交付产品，零售商仅需考虑需求的不确定性，其期望利润函数为：

$$\begin{aligned}
 E\pi_r(q) &= pE \min(q, x) - wq \\
 &= (p-w)q - p \int_0^q F(x) dx.
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

但零售商只能利用订购资金 B ，订购量不能超过 $q^W = B/w$ 。此时，零售商的决策问题为：

$$\begin{aligned}
 \max \quad & E\pi_r(q) \\
 \text{s.t.} \quad & 0 \leq q \leq q^W
 \end{aligned}$$

供应商按照零售商的订购量 q 生产。当产品的实际生产量不满足零售商的订货要求时，需要从现货市场采购不足产品，其期望利润函数为：

$$\begin{aligned}
 E\pi_s(q, R) &= wq - eE(q - \varepsilon R)^+ - cR \\
 &= wq - eR \int_a^{q/R} G(\varepsilon) d\varepsilon - cR.
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

其中：第一项为销售收入，第二项为从现货市场采购产品的成本，第三项为生产成本。

定理 2: 1) 记使资金无限的零售商、供应商期望利润最优的订购量和计划生产量分别为 q^I 和 R^I ，则

$$q^I = F^{-1}\left(\frac{p-w}{p}\right), \quad R^I = q^I/z. \tag{7}$$

2) 记使订购资金有限的零售商、资金无限的供应商期望利润最优的订购量和计划生产量分别为 q^L 和 R^L ，则

$$q^L = \min\{q^I, q^W\}, \quad R^L = q^L/z. \tag{8}$$

其中， z 由(3)式确定。

供应商的最优期望利润为：

$$E\pi_s(q^L, R^L) = (w - c_z)q^L. \tag{9}$$

供应商要盈利，必须 $w > c_z$ 。再由定理 1 和 2，得到：

$$\begin{aligned}
 q^L \leq q^I &= F^{-1}\left(\frac{p-w}{p}\right) < F^{-1}\left(\frac{p-c_z}{p}\right) = q^C, \\
 R^L &= q^L/z < q^C/z = R^C.
 \end{aligned}$$

上式表明：在批发价契约下，订购资金有限的零售商的最优订购量小于资金无限的零售商的最优订购量，同时小于供应链系统的最优订购量。因此，零售商订购资金有限会使其订购量受到限制，批发价契约不能使供应链协调。

4.2. 批发价契约下有信用支付的情形

为了激励零售商突破资金限制，订购更多产品，供应商允许零售商采用信用支付的方式订购产品。当订购量较大时，即 $q \geq q^W$ ，零售商订购时仅支付订购资金 B ，剩余货款及利息在销售期末再支付。此时，零售商的期望利润函数为：

$$\begin{aligned}
 E\pi_r^{LT}(q) &= pE \min(q, x) - (wq - B)(1 + \alpha) - B \\
 &= (p - (1 + \alpha)w)q - p \int_0^q F(x) dx + \alpha B.
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

其中：第一项为销售收入，第二项为未偿还货款及利息，第三项为订货时支付的部分货款。

供应商的期望利润函数为：

$$\begin{aligned}
 E\pi_s^{LT}(q, R) &= B + (wq - B)(1 + \alpha) - eE(q - \varepsilon R)^+ - cR \\
 &= (1 + \alpha)wq - eR \int_a^{q/R} G(\varepsilon) d\varepsilon - cR - \alpha B.
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

其中：第一项为销售期前所获部分货款，第二项为销售期末所获剩余货款及利息，第三项为从现货市场采购产品的成本，第四项为生产成本。

零售商的决策问题为：

$$\begin{aligned}
 \max \quad & E\pi_r^{LT}(q) \\
 \text{s.t.} \quad & q^W \leq q
 \end{aligned}$$

定理 3: 在信用支付契约下，零售商的最优订购量和供应商的最优计划生产量分别为 q^{LT} 和 R^{LT} ，则

$$q^{LT} = \max(q^{Lt}, q^W), \quad R^{LT} = q^{LT}/z. \tag{12}$$

其中， z 由(3)式定义，且

$$q^{Lt} = F^{-1}\left(\frac{p - (1 + \alpha)w}{p}\right). \tag{13}$$

证明：对 $E\pi_r^{LT}(q)$ 求关于 q 的一阶和二阶导数得：

$$\frac{dE\pi_r^{LT}(q)}{dq} = p[1 - F(q)] - (1 + \alpha)w, \tag{14}$$

$$\frac{d^2E\pi_r^{LT}(q)}{dq^2} = -pf(q). \tag{15}$$

当 $q \rightarrow 0$ 时， $\frac{dE\pi_r^{LT}(q)}{dq} \rightarrow p - (1 + \alpha)w$ ；当 $q \rightarrow \infty$ 时， $\frac{dE\pi_r^{LT}(q)}{dq} \rightarrow -(1 + \alpha)w$ 。由 $p > (1 + \alpha)w$ 可得， $p - (1 + \alpha)w > 0$ ， $-(1 + \alpha)w < 0$ ，则存在唯一 $q^{Lt} \in (0, \infty)$ 满足(13)式，使 $dE\pi_r^{LT}(q)/dq = 0$ 。再由 $f(x) > 0$ 可得， $d^2E\pi_r^{LT}(q)/dq^2 < 0$ ，即 $E\pi_r^{LT}(q)$ 是关于 q 的凹函数。又因 $q \geq q^W$ ，因此， $q^{LT} = \max(q^{Lt}, q^W)$ 。

对 $E\pi_s^{LTR}(q, R)$ 求关于 R 的一阶和二阶导数可得：

$$\frac{dE\pi_s^{LTR}(q, R)}{dR} = e \int_a^{q/R} \varepsilon g(\varepsilon) d\varepsilon - c, \tag{16}$$

$$\frac{d^2E\pi_s^{LTR}(q, R)}{dR^2} = -\frac{eq^2}{R^3} g\left(\frac{q}{R}\right). \tag{17}$$

由 $g(\varepsilon) > 0$ 可得， $d^2E\pi_s^{LTR}(q, R)/dR^2 < 0$ ，即 $E\pi_s^{LTR}(q, R)$ 是关于 R 的凹函数。当 $R \rightarrow 0$ 时， $\frac{dE\pi_s^{LTR}(q, R)}{dR} \rightarrow e\mu_\varepsilon - c$ ；当 $R \rightarrow \infty$ 时， $\frac{dE\pi_s^{LTR}(q, R)}{dR} \rightarrow -c$ 。由 $e\mu_\varepsilon > c$ 可得， $e\mu_\varepsilon - c > 0$ ， $-c < 0$ 。因此，当 $q = q^{LT}$ 时，存在唯一的 $R^{LT} = q^{LT}/z$ ，使 $dE\pi_s^{LTR}(q, R)/dR = 0$ ，其中 z 由(3)式定义。

在信用支付契约下，一方面，由定理 3 和定理 2 可得： $q^{LT} \geq q^W \geq q^L$ ，即零售商提高了订购量；另一方面，供应商的最优期望利润为：

$$E\pi_s^{LT}(q^{LT}, R^{LT}) = ((1 + \alpha)w - c_z)q^{LT} - \alpha B. \tag{18}$$

供应商要盈利，必须 $(1 + \alpha)w > c_z$ 。由定理 3 和定理 1 可得：

$$q^{Lt} = F^{-1}\left(\frac{p-(1+\alpha)w}{p}\right) < F^{-1}\left(\frac{p-c_z}{p}\right) = q^C。$$

又因零售商的订购资金有限，则 $q^W < q^I < q^C$ ，于是， $q^{LT} < q^C$ 。由定理 3 和定理 1 可得：

$$R^{LT} = q^{LT}/z < q^C/z = R^C，$$

即供应链不能协调。

5. 信用支付和收益共享契约下的供应链

为了协调供应和需求不确定的供应链，本节将综合应用信用支付和收益共享契约 (w, φ) ，即：销售期前，供应商发布批发价 w ，零售商采用信用支付方式订购产品，订购时仅支付订购资金 B ；销售期末，零售商先将其部分销售收入(比例为 $(1-\varphi)$)返给供应商， $\varphi \in (0,1)$ ，再支付剩余货款及利息。供应商按照零售商的订购量确定计划生产量。

5.1. 供应链成员的最优生产订购决策

零售商的期望利润函数为：

$$\begin{aligned} E\pi_r^{LTR}(q) &= \varphi p E \min(q, x) - (wq - B)(1 + \alpha) - B \\ &= (\varphi p - (1 + \alpha)w)q - \varphi p \int_0^q F(x) dx + \alpha B. \end{aligned} \tag{19}$$

其中，第一项为保留的销售收入，第二项为未偿还货款及利息，第三项为订购货物时支付的部分货款。

供应商的期望利润函数为：

$$\begin{aligned} E\pi_s^{LTR}(q, R) &= (1 - \varphi) p E \min(q, x) + B + (1 + \alpha)(wq - B) - e E (q - \varepsilon R)^+ - cR \\ &= (1 + \alpha)wq + (1 - \varphi) p \left[q - \int_0^q F(x) dx \right] - eR \int_a^{q/R} G(\varepsilon) d\varepsilon - \alpha B - cR. \end{aligned} \tag{20}$$

其中：第一项为零售商返还的销售收入，第二项为销售期前所获部分货款，第三项为销售期末所获剩余货款及利息，第四项为从现货市场采购产品的成本，第五项为生产成本。

定理 4：在信用支付和收益共享契约下，若 $\varphi p > (1 + \alpha)w$ ，则零售商的最优订购量 q^{LTr} 和供应商的最优计划生产量 R^{LTr} 分别为：

$$q^{LTr} = \max(q^{LT}, q^W)，R^{LTr} = q^{LTr}/z。 \tag{21}$$

其中， z 由(3)式定义，且

$$q^{LTr} = F^{-1}\left(\frac{\varphi p - (1 + \alpha)w}{\varphi p}\right)。 \tag{22}$$

证明：对 $E\pi_r^{LTR}(q)$ 求关于 q 的一阶和二阶导数得：

$$\frac{dE\pi_r^{LTR}(q)}{dq} = \varphi p [1 - F(q)] - (1 + \alpha)w， \tag{23}$$

$$\frac{d^2E\pi_r^{LTR}(q)}{dq^2} = -\varphi p f(q)。 \tag{24}$$

由 $\varphi p > (1 + \alpha)w$ 可得：

$$\lim_{q \rightarrow 0} \frac{dE\pi_r^{LTR}(q)}{dq} = \varphi p - (1 + \alpha)w \geq 0，$$

$$\lim_{q \rightarrow \infty} \frac{dE\pi_r^{LTr}(q)}{dq} = -(1+\alpha)w < 0。$$

由根的存在性定理可得，存在 $q^{LTr} \in (0, \infty)$ 满足(22)式，使 $dE\pi_r^{LTr}(q)/dq = 0$ 。由 $f(x) > 0$ 可得， $d^2E\pi_r^{LTr}/dq^2 < 0$ ，即 $E\pi_r^{LTr}$ 是关于 q 的凹函数。又因 $q \geq q^W$ ，因此， $q^{LTr} = \max(q^{LTr}, q^W)$ 。采用类似定理 3 的证明方法，可得 $R^{LTr} = q^{LTr}/z$ ，其中 z 由(3)式定义。

供应商的最优期望利润为：

$$E\pi_s^{LTr}(q^{LTr}, R^{LTr}) = [(1+\alpha)w - c_z]q^{LTr} + (1-\varphi)p \left[q^{LTr} - \int_0^{q^{LTr}} F(x)dx \right] - \alpha B。 \quad (25)$$

5.2. 供应链协调

定理 5： 假设 $p > c_z$ ，若契约参数 (w, φ) 满足条件： $B/q^C \leq w$ 且

$$\varphi = \frac{1+\alpha}{c_z}w。 \quad (26)$$

则零售商和供应链系统的期望利润同时达到最优。

证明：首先，由 $p > c_z$ 及(26)式，得到：

$$\varphi p = \frac{p(1+\alpha)}{c_z}w > (1+\alpha)w。$$

由定理 4 可知， $q^{LTr} = \max(q^{LTr}, q^W)$ 。由(26)式可得： $q^{LTr} = q^C$ ；再由 $B/q^C \leq w$ ，可得： $q^W \leq q^C$ 。于是， $q^{LTr} = q^C \geq q^W$ 。因此， $q^{LTr} = q^{LTr} = q^C$ 。由定理 4 和定理 1 可知， $R^{LTr} = q^{LTr}/z = q^C/z = R^C$ ，即定义 1 中的条件(1)得到满足。

零售商的订购资金无限时，批发价契约下零售商和供应商的最优期望利润分别作为各自的保留利润。零售商的保留利润记为 $E\pi_r^0$ ，即 $E\pi_r^0 = E\pi_r(q^I)$ ；供应商的保留利润记为 $E\pi_s^0$ ，即 $E\pi_s^0 = E\pi_s(q^I, R^I)$ 。记 $E\pi_c^* = E\pi_c(q^C, R^C)$ ， $E\pi_r^* = E\pi_r^{LTr}(q^C)$ ， $E\pi_s^* = E\pi_s^{LTr}(q^C, R^C)$ 。为了保证双方接受契约，契约参数 (w, φ) 还需满足：

$$\begin{cases} E\pi_r^* \geq E\pi_r^0; \\ E\pi_s^* \geq E\pi_s^0. \end{cases} \quad (27)$$

定理 6： 假设 $p > c_z$ ，若契约参数 (w, φ) 满足：

$$w = \frac{c_z}{1+\alpha}\varphi， \quad (28)$$

且

$$\max(\varphi_0, \varphi_1) \leq \varphi \leq \varphi_2。 \quad (29)$$

则信用支付和收益共享契约使供应链协调。其中：

$$\varphi_0 = \frac{(1+\alpha)B}{c_z q^C}， \quad \varphi_1 = \frac{E\pi_r^0 - \alpha B}{E\pi_c^*}， \quad \varphi_2 = \frac{E\pi_c^* - E\pi_s^0 - \alpha B}{E\pi_c^*}。$$

证明：由 $p > c_z$ ，当契约参数 (w, φ) 满足(28)式，且 $\varphi_0 \leq \varphi$ ，即 $B/q^C \leq w$ 。由定理 5 得，零售商和供应链系统的期望利润同时达到最优。根据(4)式、(19)式和(25)式可得：

$$E\pi_r^* = \varphi E\pi_c^* + \alpha B， \quad (30)$$

$$E\pi_s^* = (1 - \varphi)E\pi_c^* - \alpha B. \tag{31}$$

由(27)式可得： $\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2$ 。再结合 $\varphi_0 \leq \varphi$ ，可得(29)式。因此，若契约参数满足(28)式及(29)式，信用支付和收益共享契约使供应链协调。

在供应确定需求不确定的情形下，若契约参数 (w, φ) 满足：

$$\varphi = \frac{1 + \alpha}{c} w. \tag{32}$$

则信用支付和收益共享契约使零售商订购资金有限的供应链协调[25]。

定理 7：与供应确定需求不确定供应链协调条件相比，为实现供需不确定供应链的协调，若 w 和 α 不变，则 φ 变小；若 φ 和 α 不变，则 w 变大。

证明：把(3)式改写为： $zeG(z) - e\int_a^z G(\varepsilon)d\varepsilon = c$ ，因 $z < 1$ ，则：

$$c_z = eG(z) > zeG(z) - e\int_a^z G(\varepsilon)d\varepsilon = c, \tag{33}$$

即 $c_z > c$ 。比较(32)式和(26)式可得：若 w 和 α 不变，供需不确定供应链协调时的 φ 变小；若 φ 和 α 不变，供需不确定供应链协调时的 w 变大。

通过与供应确定需求不确定的情形比较，发现： $c_z > c$ ，即供应不确定会增加供应商的供货成本；在实现供需不确定供应链协调时，若利息率和批发价不变，供应商会要求从零售商处获取更大比例的销售收入；若利息率和收益共享比例不变，供应商会提高批发价，以弥补供应不确定带来的额外成本。

定理 8：假设 $p > c_z$ ，若契约参数 (w, φ) 满足(28)式和(29)式，则： $E\pi_r^*$ 随着 w 、 φ 、 α 和 B 的增大而增大；而 $E\pi_s^*$ 随着 w 、 φ 、 α 和 B 的增大而减少。

证明：由 $p > c_z$ 及(4)式可得， $E\pi_c^* > 0$ 。当契约参数 (w, φ) 满足(28)式和(29)式时， $E\pi_r^*$ 和 $E\pi_s^*$ 分别满足(30)式和(31)式，则： $\partial E\pi_r^* / \partial \varphi = E\pi_c^* > 0$ ， $\partial E\pi_s^* / \partial \varphi = -E\pi_c^* < 0$ 。利用(28)式，把(30)式和(31)式分别改写为： $E\pi_r^* = \frac{1 + \alpha}{c_z} w E\pi_c^* + \alpha B$ ， $E\pi_s^* = \left(1 - \frac{1 + \alpha}{c_z} w\right) E\pi_c^* - \alpha B$ ，则

$$\begin{aligned} \frac{\partial E\pi_r^*}{\partial w} &= \frac{1 + \alpha}{c_z} E\pi_c^* > 0, & \frac{\partial E\pi_r^*}{\partial \alpha} &= \frac{w E\pi_c^*}{c_z} + B > 0, & \frac{\partial E\pi_r^*}{\partial B} &= \alpha > 0; \\ \frac{\partial E\pi_s^*}{\partial w} &= -\frac{1 + \alpha}{c_z} E\pi_c^* < 0, & \frac{\partial E\pi_s^*}{\partial \alpha} &= -\left(\frac{w E\pi_c^*}{c_z} + B\right) < 0, & \frac{\partial E\pi_s^*}{\partial B} &= -\alpha < 0. \end{aligned}$$

应用信用支付和收益共享契约后，通过调整契约参数，满足一定的条件，零售商的订购量得到进一步的提高，从而使供应链协调。

6. 数值例子

为了验证上述理论结果，我们考虑下面的例子进行数值分析。假设市场对产品的需求 $x \sim U(0, 2000)$ ，产品的随机供应率 $\varepsilon \sim U(0.75, 0.95)$ 。模型中相关参数的取值如下： $p = 18$ ， $c = 10$ ， $e = 12$ 。此时， $q^C = 690.1018$ ， $R^C = 729.1209$ ， $E\pi_c^* = 2143.1$ ；供应链系统的期望利润曲面，如图 1 所示。以零售商资金无限情况下的批发价契约 ($w = 13$) 作为参考基准，则 $q^I = 555.5556$ ， $R^I = 586.9673$ ， $E\pi_r^0 = 1388.9$ ， $E\pi_s^0 = 672.7314$ 。

当 $B = 3300$ 时， $wq^I = 7222.2 > B$ ，即零售商的订购资金有限。若供应商不提供信用支付，则 $q^L = 253.8462$ ， $R^L = 268.1989$ ， $E\pi_r = 979.2604$ ， $E\pi_s = 307.3865$ 。显然，由于受资金的限制，零售商的最优订购量和供应商的最优计划生产量都变小。若供应商向零售商提供信用支付，设 $\alpha = 0.0435$ ，则

$q^{LT}=492.7222$, $R^{LT}=520.5813$, $E\pi_r^{LT}=1236$, $E\pi_s^{LT}=731.7299$; 零售商突破资金的限制提高了订购量, 但 $E\pi_r^{LT} + E\pi_s^{LT} < E\pi_c^*$, 不能实现供应链的协调。

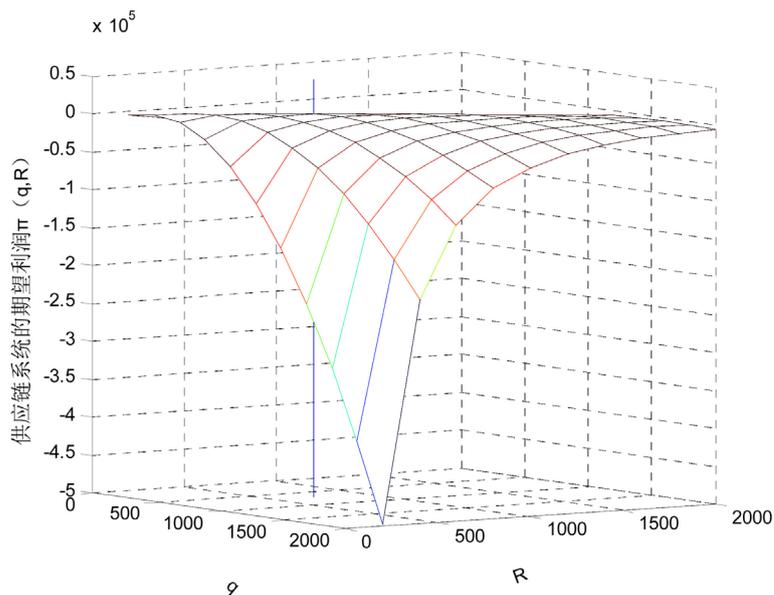


Figure 1. The expected profit curved surface of the supply chain system
图 1. 供应链系统的期望利润曲面

在信用支付和收益共享契约下, 取 $w=6.6256$, 满足 $w \geq B/q^C$, 由(26)式可得 $\varphi=0.5865$, 此时, 零售商和供应商的期望利润曲线如图 2 所示。

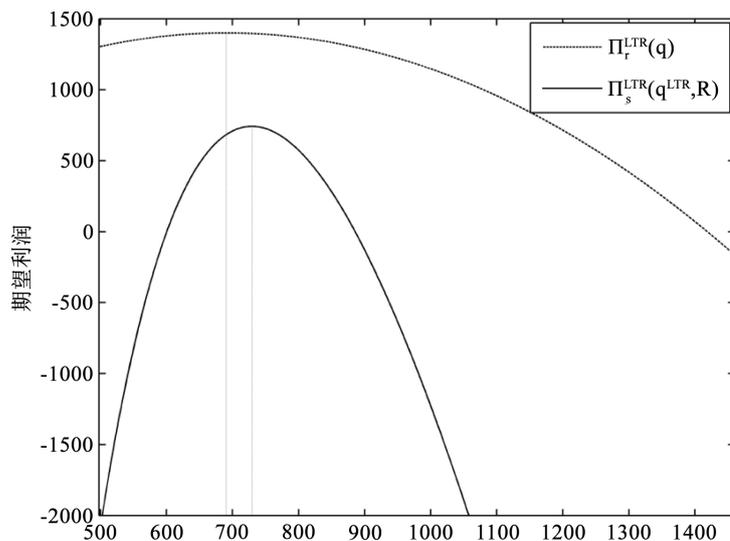


Figure 2. The expected profit curves of the retailer and supplier
图 2. 零售商和供应商的期望利润曲线

观察图 1 和图 2 发现: 零售商的期望利润在 $q^{LTR} = q^C = 690.1018$ 处达到最大, 供应商的期望利润在 $R^{LTR} = R^C = 729.1209$ 处达到最大, 供应链系统的期望利润在点 (q^C, R^C) 处达到最大, 从而验证了定理 6。

由(29)式可得: $0.5811 \leq \varphi \leq 0.6191$, φ 在 $[0.5659, 0.6343]$ 内以 0.0076 为间隔进行取值, w 由(28)式

确定，相关结果见表1。

Table 1. The impacts of φ on w , $E\pi_r^*$ and $E\pi_s^*$

表 1. φ 对 w 、 $E\pi_r^*$ 和 $E\pi_s^*$ 的影响

φ	w	$E\pi_r^*$	$E\pi_s^*$	$E\pi_r^* - E\pi_r^0$	$E\pi_s^* - E\pi_s^0$
0.5659	6.3933	1356.3000	786.8000	-32.6000	114.0686
0.5735	6.4792	1372.6000	770.5000	-16.3000	97.7686
0.5811	6.5651	1388.9000	754.2000	0.0000	81.4686
0.5887	6.6509	1405.2000	737.9000	16.3000	65.1686
0.5963	6.7368	1421.5000	721.6000	32.6000	48.8686
0.6039	6.8226	1437.8000	705.3000	48.9000	32.5686
0.6115	6.9085	1454.1000	689.0000	65.2000	16.2686
0.6191	6.9944	1470.3000	672.8000	81.4000	0.0686
0.6267	7.0802	1486.6000	656.5000	97.7000	-16.2314
0.6343	7.1661	1502.9000	640.2000	114.0000	-32.5314

由表1可知：随着 φ 的逐渐增大， w 和 $E\pi_r^*$ 都逐渐增大， $E\pi_s^*$ 却逐渐减少。当 $0.5811 \leq \varphi \leq 0.6191$ 时，信用支付和收益共享契约使供应链协调。当 $\varphi < 0.5811$ 或 $\varphi > 0.6191$ 时，不满足定义1中的条件(2)，信用支付和收益共享契约不能使供应链协调。

由(29)式知， φ 的取值范围随 α 和 B 的变化而变化。当 $\alpha \in [0.025, 0.045]$ 时，取 φ 所有范围的交集，并在此交集内取 $\varphi = 0.6166$ ，供应链成员的利润随 α 的变化曲线见图3。当 $B \in [3000, 4600]$ 时，取 $\varphi = 0.5922$ ，供应链成员的利润随 B 的变化曲线见图4。

观察图3发现：随着 α 的增大，零售商的利润在增加，而供应商的利润在减少。由(26)式知， w 和 α 越大， φ 越大，零售商保留的销售收入也越多； w 和 α 越小， φ 越小，供应商获得零售商销售收入的比例 $1-\varphi$ 越大，盈利也越多。

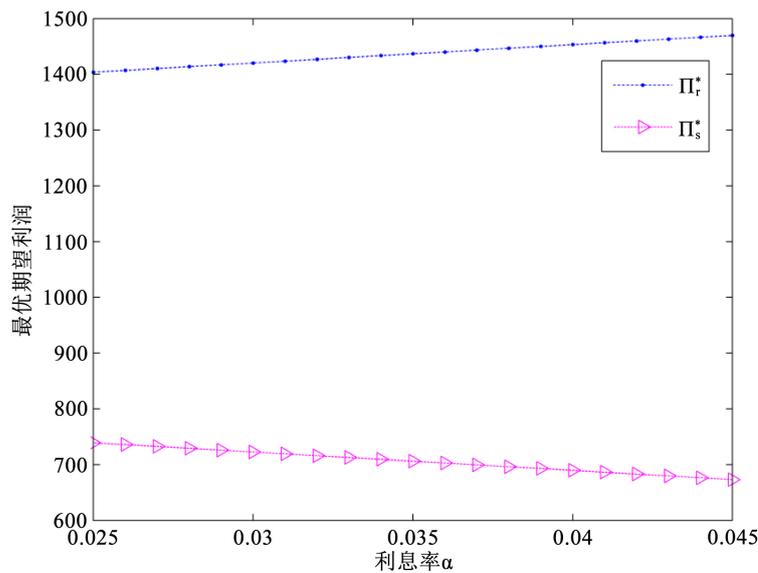


Figure 3. The curves of $E\pi_r^*$ and $E\pi_s^*$ vary with α

图 3. $E\pi_r^*$ 和 $E\pi_s^*$ 随 α 的变化曲线

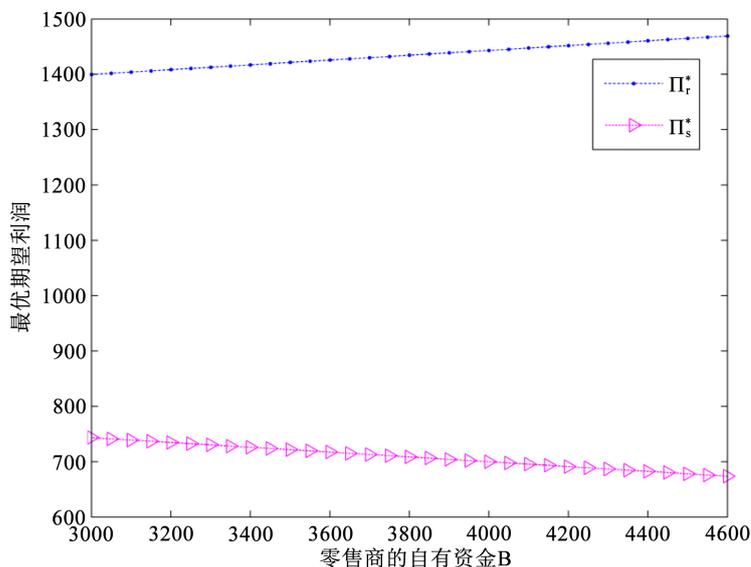


Figure 4. The curves of $E\pi_r^*$ and $E\pi_s^*$ vary with B

图 4. $E\pi_r^*$ 和 $E\pi_s^*$ 随 B 的变化曲线

观察图 4 发现：随着 B 的增大，零售商的利润在增加，而供应商的利润在减少。订购资金有限的零售商，为获得更多的利润，会增加其订购资金。零售商的订购资金越少，供应商越有动力提供用支付和收益共享契约，以赚取更多的利润。

为分析供应不确定性对供应链决策和利润的影响，固定需求 $x \sim U(0, 2000)$ ，改变产品供应率服从的分布。取 $\varphi = 0.6057$ ， w 由(28)式确定，相关结果见表 2。

Table 2. The influences of supply fluctuation on supply chain decision and profit

表 2. 供应波动对供应链决策和利润的影响

$\varepsilon \sim U(a, b)$	w	q^{LTR}	R^{LTR}	$E\pi_r^*$	$E\pi_s^*$	$E\pi_c^*$
(0.75, 0.93)	6.9154	676.2313	728.1413	1390.0000	667.8000	2057.8000
(0.75, 0.94)	6.8788	683.2359	728.6771	1415.9000	684.7000	2100.6000
(0.75, 0.95)	6.8430	690.1018	729.1209	1441.6000	701.5000	2143.1000
(0.75, 0.96)	6.8078	696.8339	729.4791	1467.1000	718.0000	2185.1000

由表 2 可知：随着产品供应波动的增加，供应商降低产品的批发价，从而使零售商订购更多的产品。同时，供应商也会增加产品的计划生产量，供应链成员及供应系统的利润也会得到提高。

为分析需求不确定性对供应链决策和利润的影响，固定产品的供应率 $\varepsilon \sim U(0.75, 0.95)$ ，改变市场需求服从的分布。取 $\varphi = 0.5967$ ， w 由(28)式确定，相关结果见表 3。

Table 3. The influences of demand fluctuation on supply chain decision and profit

表 3. 需求波动对供应链决策和利润的影响

$x \sim U(m, n)$	w	q^{LTR}	R^{LTR}	$E\pi_r^*$	$E\pi_s^*$	$E\pi_c^*$
(0, 1500)	6.7413	517.5764	546.8407	1102.6000	504.7000	1607.3000
(0, 1700)	6.7413	586.5866	619.7528	1230.5000	591.1000	1821.6000
(0, 2100)	6.7413	724.6069	765.5770	1486.3000	763.9000	2250.2000
(0, 2400)	6.7413	828.1222	874.9451	1678.1000	893.6000	2571.7000

由表 3 可知：随着市场需求波动的增加，产品的批发价没有变化，但会使零售商订购更多的产品。同时，供应商也会增加产品的计划生产量，供应链成员及供应系统的利润也会得到提高。

7. 结语

在供应和需求不确定环境下，本文讨论由一个供应商和一个订购资金有限的零售商组成的供应链的协调问题。首先，供应商提供信用支付方式，使零售商突破资金的限制，增加订购量，从而提高供应链的利润。然后，应用收益共享契约，协调供应链。通过理论分析，给出了供应链协调时契约参数满足的条件。研究表明：1) 当契约参数满足一定条件时，应用信用支付和收益共享契约，即使零售商的订购资金有限，仍然可以使供应链实现协调，且随着批发价、收益共享比例、利息率和订购资金的增加，零售商的利润在增加，而供应商的利润在减少。2) 通过与供应确定需求不确定的情形比较，为实现供需不确定供应链协调，供应商会提高批发价或降低收益共享比例。3) 供应商的批发价随着供应波动的增加而降低，却不受需求波动的影响；零售商的最优订购量、供应商的最优计划生产量、供应链成员及供应链系统的利润随着供需波动的增加而增加。本文假设供应商是资金无限的，后续可以研究供需不确定环境下供应商资金有限的供应链协调问题。

基金项目

国家自然科学基金资助项目(No: 71261002)。

参考文献

- [1] Inderfurth, K. and Clemens, J. (2014) Supply Chain Coordination by Risk Sharing Contracts under Random Production Yield and Deterministic Demand. *OR Spectrum*, **36**, 525-556. <https://doi.org/10.1007/s00291-012-0314-3>
- [2] Hu, F., Lim, C. and Lu, Z. (2014) Optimal Production and Procurement Decisions in a Supply Chain with an Option Contract and Partial Backordering under Uncertainties. *Applied Mathematics and Computation*, **232**, 1225-1234. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2014.01.149>
- [3] He, Y. and Zhang, J. (2008) Random Yield Risk Sharing in a Two-Level Supply Chain. *International Journal of Production Economics*, **112**, 769-781. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2007.06.003>
- [4] Yang, S., Yang, J. and Abdel-Malek, L. (2007) Sourcing with Random Yields and Stochastic Demand: A Newsvendor Approach. *Computers & Operations Research*, **34**, 3682-3690. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2006.01.015>
- [5] Hu, F., Lim, C. and Lu, Z. (2013) Coordination of Supply Chains with a Flexible Ordering Policy under Yield and Demand Uncertainty. *International Journal of Production Economics*, **146**, 686-693. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2013.08.024>
- [6] Güler, M.G. and Keski, N.M.E. (2013) On Coordination under Random Yield and Random Demand. *Expert Systems with Applications*, **40**, 3688-3695. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2012.12.073>
- [7] Tang, S.Y. and Kouvelis, P. (2014) Pay-Back-Revenue-Sharing Contract in Coordinating Supply Chains with Random Yield. *Production and Operations Management*, **23**, 2089-2102. <https://doi.org/10.1111/poms.12240>
- [8] Luo, J. and Chen, X. (2016) Coordination of Random Yield Supply Chains with Improved Revenue Sharing Contracts. *European Journal of Industrial Engineering*, **10**, 81-102. <https://doi.org/10.1504/EJIE.2016.075105>
- [9] Wilson, N. and Summers, B. (2002) Trade Credit Terms Offered by Small Firms: Survey Evidence and Empirical Analysis. *Journal of Business Finance & Accounting*, **29**, 317-351. <https://doi.org/10.1111/1468-5957.00434>
- [10] Elliehausen, G.E. and Wolken, J.D. (1993) The Demand for Trade Credit: An Investigation of Motives for Trade Credit Use by Small Businesses. Board of Governors of the Federal Reserve System.
- [11] Caldentey, R.E. and Chen, X. (2011) The Role of Financial Services in Procurement Contracts. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, 289-326. <https://doi.org/10.1002/9781118115800.ch11>
- [12] Zhang, Q. and Luo, J. (2009) Coordination of Supply Chain with Trade Credit under Bilateral Information Asymmetry. *Systems Engineering-Theory & Practice Online*, **29**, 32-40. [https://doi.org/10.1016/S1874-8651\(10\)60068-3](https://doi.org/10.1016/S1874-8651(10)60068-3)
- [13] Xiao, S., Sethi, S.P., Liu, M., et al. (2017) Coordinating Contracts for a Financially Constrained Supply Chain. *Omega*, **72**, 71-86. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2016.11.005>

- [14] Yang, H., Zhuo, W., Zha, Y., *et al.* (2016) Two-Period Supply Chain with Flexible Trade Credit Contract. *Expert Systems with Applications*, **66**, 95-105. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2016.08.056>
- [15] Cao, E. and Yu, M. (2018) Trade Credit Financing and Coordination for an Emission-Dependent Supply Chain. *Computers & Industrial Engineering*, **119**, 50-62. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2018.03.024>
- [16] Yan, J., Wang, X., Cheng, H., *et al.* (2016) Study on the Coordination Contract in Supply Chain under Trade Credit Based on Risk Compensation. *Chaos, Solitons & Fractals*, **89**, 533-538. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2016.02.040>
- [17] Yao, Z., Leung, S.C.H. and Lai, K.K. (2008) Manufacturer's Revenue-Sharing Contract and Retail Competition. *European Journal of Operational Research*, **186**, 637-651. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.01.049>
- [18] Giannoccaro, I. and Pontrandolfo, P. (2004) Supply Chain Coordination by Revenue Sharing Contracts. *International Journal of Production Economics*, **89**, 131-139. [https://doi.org/10.1016/S0925-5273\(03\)00047-1](https://doi.org/10.1016/S0925-5273(03)00047-1)
- [19] Vafa Arani, H., Rabbani, M. and Rafiei, H. (2016) A Revenue-Sharing Option Contract toward Coordination of Supply Chains. *International Journal of Production Economics*, **178**, 42-56. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2016.05.001>
- [20] Zhang, W., Fu, J., Li, H., *et al.* (2012) Coordination of Supply Chain with a Revenue-Sharing Contract under Demand Disruptions When Retailers Compete. *International Journal of Production Economics*, **138**, 68-75. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2012.03.001>
- [21] Zhang, J., Liu, G., Zhang, Q., *et al.* (2015) Coordinating a Supply Chain for Deteriorating Items with a Revenue Sharing and Cooperative Investment Contract. *Omega*, **56**, 37-49. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2015.03.004>
- [22] Hu, B. and Feng, Y. (2017) Optimization and Coordination of Supply Chain with Revenue Sharing Contracts and Service Requirement under Supply and Demand Uncertainty. *International Journal of Production Economics*, **183**, 185-193. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2016.11.002>
- [23] Peng, H. and Zhou, M. (2013) Quantity Discount Supply Chain Models with Fashion Products and Uncertain Yields. *Mathematical Problems in Engineering*, **2013**, Article ID: 895784.
- [24] He, Y. and Zhao, X. (2012) Coordination in Multi-Echelon Supply Chain under Supply and Demand Uncertainty. *International Journal of Production Economics*, **139**, 106-115. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2011.04.021>
- [25] 刘昆. 资金约束供应链的协调研究[D]: [硕士学位论文]. 广州: 华南理工大学, 2013.

知网检索的两种方式:

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>
下拉列表框选择: [ISSN], 输入期刊 ISSN: 2163-1476, 即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>
左侧“国际文献总库”进入, 输入文章标题, 即可查询

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱: orf@hanspub.org