

Application of Grey Model in the Aging Population Forecast in Chongqing

Jiangmei Duan

Department of Mathematics and Statistics, Zhaotong University, Zhaotong Yunnan
Email: Djiangmei@163.com

Received: July 4th, 2019; accepted: July 19th, 2019; published: July 26th, 2019

Abstract

According to the statistical yearbook data of Chongqing in 2008-2017, the grey forecasting model is used to predict the aging population in Chongqing in the next decade. It is predicted that the population aged 65 and over will reach 5.1103 million in 2027, and the aging coefficient will increase year by year. Therefore, the degree of aging continues to increase.

Keywords

Grey Model, Aging Population, Aging Coefficient

基于灰色模型的重庆市老龄化人口预测

段江梅

昭通学院数学与统计学院, 云南 昭通
Email: Djiangmei@163.com

收稿日期: 2019年7月4日; 录用日期: 2019年7月19日; 发布日期: 2019年7月26日

摘 要

根据2008~2017年重庆市统计年鉴数据, 利用灰色预测模型对重庆市未来十年老龄化人口进行预测, 预测2027年65岁及以上人口将达到511.03万人, 老龄化系数逐年增加, 老龄化程度继续加重。

关键词

灰色模型, 老龄化人口, 老龄化系数



1. 引言

联合国国际人口协会认为：一个地区 65 (或 60) 岁及以上人口占总人口的比重(称为老龄化系数)超过 7% (或 10%)，称该地区为老年型社会[1]。按常住人口计算，2000 年重庆市老龄化系数为 8.84%，至 2017 年老龄化系数升至 13.22%。

由于重庆市老龄化人口的递增，重庆市的经济结构调整、养老基金平衡等方面将深受影响。因此，准确预测重庆市 65 岁及以上人口和老龄化系数发展趋势，有着重要的现实意义。

本文根据灰色预测模型对未来十年重庆市老龄化人口进行了预测。通过实证分析，对模型进行了检验，预测误差小，应用效果比较符合实际。

2. 灰色 GM(1,1)模型的建立

2.1. 灰色 GM(1,1)模型的建立

灰色系统理论是用时间数据序列建立系统的动态模型，把一组离散的、随机的原始数据序列经 m 次累加生成，生成规律性较强的累加生成序列，从而达到使原始序列随机性弱化的目的。然后对累加生成序列建模，最后再进行 m 次累减生成还原成预测值。一般取 $m=1$ ，作一次累加生成序列建模，即 GM(1,1) 模型[2]。模型的建立过程如下：

设 $X^{(0)} = \{X^{(0)}(1), X^{(0)}(2), \dots, X^{(0)}(n)\}$ 是原始数据序列，对 $X^{(0)}$ 进行一次累加生成，得到累加生成序列 $X^{(1)} = \{X^{(1)}(1), X^{(1)}(2), \dots, X^{(1)}(n)\}$ ，其中 $X^{(1)}(t) = \sum_{i=1}^t X^{(0)}(i)$ ， $t=1, 2, \dots, n$ 。

再以 $X^{(1)} = \{X^{(1)}(1), X^{(1)}(2), \dots, X^{(1)}(n)\}$ 为原始序列建立 GM(1,1) 灰色微分方程模型

$$\begin{cases} \frac{dX^{(1)}(t)}{dt} + aX^{(1)}(t) = u \\ X^{(1)}(1) = X^{(0)}(1) \end{cases}$$

应用最小二乘法可求得参数

$$\hat{a} = [a, u]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y,$$

$$\text{其中： } B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(X^{(1)}(1) + X^{(1)}(2)) & 1 \\ -\frac{1}{2}(X^{(1)}(2) + X^{(1)}(3)) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}(X^{(1)}(n-1) + X^{(1)}(n)) & 1 \end{bmatrix}, \quad Y = (X^{(0)}(1), X^{(0)}(2), \dots, X^{(0)}(n))^T.$$

求出参数 a, u ，则求解上述微分方程的响应函数

$$\hat{X}^{(1)}(t+1) = \left(X^{(0)}(1) - \frac{u}{a} \right) e^{-at} + \frac{u}{a}, \quad t=1, 2, \dots, n.$$

再通过累减生成还原

$$\hat{X}^{(0)}(t+1) = \hat{X}^{(1)}(t+1) - \hat{X}^{(1)}(t), \quad t = 1, 2, \dots, n。$$

2.2. 模型精度的检验[3]

1) 残差检验

$$\text{残差: } e(k) = X^{(0)}(k) - \hat{X}^{(0)}(k)。$$

$$\text{相对误差: } \varepsilon(k) = \frac{|X^{(0)}(k) - \hat{X}^{(0)}(k)|}{X^{(0)}(k)}。$$

$$\text{平均相对误差: } \bar{\varepsilon}(k) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \varepsilon(k)。$$

2) 后验差检验

$$\text{原始数据平均值: } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X^{(0)}(k)。$$

$$\text{残差平均值: } \bar{e} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n e(k)。$$

$$\text{原始数据方差: } s_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n [X^{(0)}(k) - \bar{x}]^2。$$

$$\text{残差方差: } s_2^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n [e(k) - \bar{e}]^2。$$

$$\text{后验差比值: } C = s_2/s_1。$$

$$\text{小误差概率: } P = \{ |e(k) - \bar{e}| < 0.6745s_1 \}。$$

一般 $e(k)$ 、 $\varepsilon(k)$ 、 C 值越小, P 值越大, 则模型精度越好。模型精度等级见表 1。

Table 1. Posterior accuracy standard

表 1. 后验差精度标准

精度等级	P	C
好	>0.95	<0.35
合格	>0.80	<0.50
勉强	>0.70	<0.65
不合格	≤0.70	≥0.65

3. 利用灰色模型预测重庆市老龄化人口[4] [5]

3.1. 研究区概况

重庆位于中国西南部、长江上游地区, 地跨东经 105°11'~110°11'、北纬 28°10'~32°13'之间的青藏高原与长江中下游平原的过渡地带。根据重庆市统计年鉴资料显示, 2017 年末重庆市常住人口为 3075.16 万人, 城镇人口为 1970.68 万人, 占 64.1%; 乡村人口为 1104.48 万人, 占 35.9%。

3.2. 数据收集

根据《2018 年重庆统计年鉴》获得 2008~2017 年重庆市总人口、65 岁及以上人口和老龄化系数数据, 见表 2。

Table 2. Statistical table of total population, population aged 65 and above and aging coefficient of Chongqing from 2008 to 2017**表 2.** 2008~2017 年重庆市总人口、65 岁及以上人口和老龄化系数统计表

年份	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
总人口(万)	2839	2859	2884.62	2919	2945	2970	2991.4	3016.55	3048.43	3075.16
65 岁以上人口(万)	319.39	325.35	333.41	337.73	341.03	352.84	359.27	367.11	381.97	406.54
老龄化系数(%)	11.25	11.38	11.56	11.57	11.58	11.88	12.01	12.17	12.53	13.22

3.3. 重庆市老龄化人口预测

以 2008~2017 年重庆市 65 岁及以上人口的数据作为原始数据序列 $X^{(0)}$ ，建立灰色 $GM(1,1)$ 模型，通过 Matlab 软件编程可以得到该模型的残差、相对误差，结果见表 3。

Table 3. Grey $GM(1,1)$ model prediction value and relative error (ten thousand people)**表 3.** 灰色 $GM(1,1)$ 模型预测值及相对误差(万人)

年份	原始数据	预测值	残差	相对误差(%)	年份	原始数据	预测值	残差	相对误差(%)
2008	319.39	319.39	0.00	0.000	2013	352.84	355.30	-2.46	0.696
2009	325.35	320.25	5.10	1.568	2014	359.27	364.64	-5.37	1.495
2010	333.41	328.67	4.74	1.421	2015	367.11	374.23	-7.12	1.940
2011	337.73	337.32	0.41	0.122	2016	381.97	384.08	-2.11	0.551
2012	341.03	346.19	-5.16	1.513	2017	406.54	394.18	12.36	3.041

此外，通过 Matlab 软件还可以求出该模型平均相对误差为 1.23%，后验差比值 $C = 0.2196 < 0.35$ ，小误差概率 $P = 1 > 0.95$ 。由此可以看出，该模型的精度较高，可以使用该模型对重庆市老龄化人口进行预测。

基于表 2 中 2008~2017 年重庆市 65 岁及以上人口数和老龄化系数的数据，用灰色 $GM(1,1)$ 模型对重庆市未来 10 年的 65 岁及以上人口数和老龄化系数进行预测，预测结果如表 4 所示。

Table 4. Prediction of population aged 65 and above and aging coefficient in Chongqing from 2018 to 2027**表 4.** 2018-2027 年重庆市 65 岁及以上人口和老龄化系数预测

年份	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027
65 岁以上人口(万)	404.55	415.19	426.11	437.32	448.82	460.62	472.74	485.17	497.94	511.03
老龄化系数(%)	13.02	13.24	13.47	13.70	13.93	14.16	14.40	14.65	14.89	15.14

根据灰色 $GM(1,1)$ 模型预测结果可以看出，到 2027 年重庆市老龄化系数将达到 15.14%，65 岁及以上人口将达到 511.03 万人，老龄化系数逐年增加，且增速逐渐加快，老龄化程度继续加重。

参考文献

- [1] 陈威杰, 吕盛鸽. 四川省人口老龄化系数中长期预测[J]. 统计与决策, 2013(1): 125-128.
- [2] 石端银, 李文宇, 蔡吉花, 等. 改进的灰色增量模型及其在哈市人口预测中的应用[J]. 数学的实践与认识, 2013,

43 (10): 71-76.

- [3] 刘卜铭, 徐跃通. 基于灰色 $GM(1,1)$ 模型的山东省人口预测与可持续发展研究[J]. 鲁东大学学报(自然科学版), 2015, 31(3): 254-259.
- [4] 蒋诗泉. 基于灰色理论的人口老龄化发展趋势及其影响因素研究[J]. 华东师范大学学报(哲学社会科学版), 2014, 46(3): 135-139.
- [5] 郑丽, 孜比布拉·司马义, 颀渊, 等. 基于两种灰色模型的乌鲁木齐市人口预测及其人口问题的探讨[J]. 干旱区资源与环境, 2016, 30(11): 77-84.

知网检索的两种方式:

1. 打开知网首页: <http://cnki.net/>, 点击页面中“外文资源总库 CNKI SCHOLAR”, 跳转至: <http://scholar.cnki.net/new>, 搜索框内直接输入文章标题, 即可查询;
或点击“高级检索”, 下拉列表框选择: [ISSN], 输入期刊 ISSN: 2324-7991, 即可查询。
2. 通过知网首页 <http://cnki.net/>顶部“旧版入口”进入知网旧版: <http://www.cnki.net/old/>, 左侧选择“国际文献总库”进入, 搜索框直接输入文章标题, 即可查询。

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>
期刊邮箱: aam@hanspub.org